УДК 517.9

Структурная минимизация

© **А. В. Зубов[1],Н. В. Зубов[2],И. С. Стрекопытов[3]**

Аннотация. Для линейных стационарных систем наблюдения решена задача определения минимального числа выходов, при которых рассматриваемую систему можно сделать полностью управляемой. Задачи подобного рода часто возникают при синтезе систем управления.
Ключевые слова: замкнутая система, ранг матрицы, матрица, вектор-функция, многочлен, собственное число

Поставим задачу поиска минимального числа p управляющих воздействий, при которых открытая система

$$\dot{X} = AX + F(t) \tag{1.1}$$

может быть сделана полностью управляемой путем выбора соответствующей матрицы $B = \{B_1, \ldots, B_p\}$ полного ранга, т. е. задачу минимизации структуры системы управления, при которой замкнутая система

$$\dot{X} = AX + BU + F(t), \tag{1.2}$$

будет полностью управляемой. Здесь A и $B = \{B_1, \ldots, B_n\}$ - постоянные матрицы размера $(n \times n)$ и $(n \times p)$; $U = (u_1, \ldots, u_p)^T$ - вектор управлений, $u_i \in L_2[0, T]$; $F(t) \in KC[0, T]$ - кусочно-непрерывная вектор-функция, определенная на промежутке $[0, T]$.

Определение 1.4. *Назовем характеристикой полной управляемости системы* (1.2) *(системы* (1.1)*) величину $p = \max_{i=\overline{1,k}} p_i$, где p_i - число линейно независимых собственных векторов, соответствующих различным собственным числам λ_i ($i = \overline{1,k}$) матрицы A.*

Иногда, для краткости, будем говорить о характеристике полной управляемости матрицы A.

Теорема 1.4. *Если характеристика полной управляемости матрицы A равна p, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $B_1, \ldots, B_p$, являющихся столбцами матрицы B так, что система* (1.2) *будет полностью управляемой.*

Теорема 1.5. *Если ранг матрицы B меньше характеристики полной управляемости матрицы A, то система* (1.2) *не является полностью управляемой.*

Следствие 1.1. *Если характеристический многочлен матрицы A совпадает с его минимальным многочленом, то система* (1.1) *может быть сделана полностью управляемой с помощью скалярного управления* [1].

[1]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[2]Профессор факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[3]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

Доказательство этих теорем целиком опирается на тот факт, что если характеристика полной управляемости матрицы A равна p, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов $B_1, \ldots, B_p$, являющихся столбцами матрицы B так, что ранг матрицы $D = \{B, AB, A^2B, \ldots, A^{n-1}B\}$ был равен n. Если же ранг матрицы B меньше p, то система (1.2) не является полностью управляемой [1].

Список литературы

1. Зубов Н. В., Борунов В. П., Крылова М. Ю. Скалярные системы управления и критерий полной управляемости. // Тр. ИСА РАН. Динамика неоднородных систем. Т. 32(2). М.: Изд-во ЛКИ, 2008. С. 21-31.

2. Блистанова Л. Д., Зубов И. В., Зубов Н. В., Северцев Н. А. Конструктивные методы теории устойчивости и их применение к задачам численного анализа. Уч. пос. СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2002, 119 с.

3. Зубов А. В. Стабилизация и управление в динамических системах. Уч. пос. СПб.: СПбГУ, 2007, 132 с.

4. Зубов А. В., Алидрисси М. А. Расчет и стабилизация программных траекторий механических систем. Уч. пос. СПб.: СПбГУ, 2008, 68 с.

5. Зубов А. В., Зубов Н. В., Зубова А. Ф., Мутлу О. В., Стрекопытова М. В. Исследование устойчивости решений дифференциальных уравнений. СПб., Мобильность плюс. 2009, 224 с.

6. Мутлу О. В. Основы управления движением (исследование равномерной устойчивости по Ляпунову). Уч. пос. СПб., 2007. 92 с.

7. Зубов Н. В., Зубов С. В. Лекции по математическим методам стабилизации динамических систем. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2007. 352 с.

Дата поступления 27.08.2009

Structure minimization

© **A. V. Zubov**[4], **N. V. Zubov**[5], **I. S. Strecopitov**[6]

Abstract. For linear stationary systems of observation is resolved the task of definition minimum number of exits, at which examine system one can is make completely is controlled. The tasks like sort often is spring by syntheses of systems of control.

Key Words: closed system, rank of matrix, matrix, vector-function, polynomial, pillar, own number

References

1. Zubov N. V., Borunov V. P., Krilova M. U. The scalarity systems of control and criteria of completely control. // The works ISA RAN. Dynamics of not uniform systems. T. 32(2). M.: Published KKI, 2008. P. 21-31.

2. Blistanova L. D., Zubov I. V., Zubov N. V., Severchev N. A. Constructive methods of theory stabilities and they application for tasks number analysis. The school books. SPb.: Published NII of Chemistry SPbGU, 2002, 119 p.

3. Zubov A. V. Stabilization and control in dynamical systems. The school book. SPb.: SPbGU, 2007, 132 p.

4. Zubov A. V., Alidrissy M. A. The calculation and stabilization of program trajectory of mechanical system. The school book. SPb.: SPbGU, 2008, 68 p.

5. Zubov A. V., Zubov N. V., Zubova A. F., Mutlu O. V., Strecopitova M. V. The investigation of stability of solutions of differential equations. SPb., Mobility plus. 2009, 224 p.

6. Mutlu O. V. The basis of control the motion (investigation regular stability on Lapunov). The school book. SPb., 2007. 92 p.

7. Zubov N. V., Zubov S. V. Lecture on mathematical methods of stabilization dynamics system. SPb.: Published SPbGU, 2007. 352 p.

[4]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[5]Professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[6]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.