УДК 517.9

Асимптотические положения покоя

© А. В. Зубов[1], А. С. Стрекопытова[2], М. В. Стрекопытова[3]

Аннотация. Изучается предельное поведение движений при неограниченном возрастании времени, когда предельное многообразие не состоит из траекторий системы дифференциальных уравнений, движения которой изучаются. В широком классе случаев такое поведение движений сводится к появлению асимптотических положений покоя. Даются условия возникновения таких положений.

Ключевые слова: функция, решение, сходимость, свойство, переменная, ряд, коэффициент, интеграл, матрица.

Рассмотрим систему

$$\frac{dx_s}{dt} = \sum_{i=1}^{n}(a_{si} + \varphi_{si}(t^{\alpha}))x_i + f_s(t),\ s = 1, \ldots, n. \tag{1.1}$$

Функции φ_{si}, f_s вещественны, непрерывны, заданы при $t \in (-\infty, +\infty)$, $\alpha = p/q$, где q нечетно.

Т е о р е м а 1.9. *Пусть*

1) собственные числа матрицы $\{a_{si}\}$ имеют отличные от нуля вещественные части;

2) функции $\varphi_{si}(t)$ и интегралы $\int_0^t \varphi_{si}(\tau)d\tau$ ограничены при $t \in (-\infty, +\infty)$ и $\alpha > 1$;

3) функции f_s ограничены при $t \in (-\infty, +\infty)$.

Тогда система (1.1) имеет единственное ограниченное решение при $t \in (-\infty, +\infty)$.

Т е о р е м а 1.10. *Если выполнены все условия теоремы 1.9. и $|f_s(t)| \to 0$ при $t \to \pm\infty$, то единственное ограниченное решение тоже будет обладать свойством $x_s(t) \to 0$ при $t \to \pm\infty$. Это же свойство сохраняется для квазилинейных систем, если малый положительный параметр удовлетворяет условию $\mu \leq \mu_0$, где μ_0 достаточно мало. Если при этом все собственные числа матрицы A имеют отрицательные вещественные части, то все решения квазилинейной системы, начинающиеся из некоторой точки $x_s = 0$, будут тоже обладать свойством $x_s(t) \to 0$ при $t \to +\infty$, так что $x_s = 0$ является асимптотическим положением покоя.*

Т е о р е м а 1.11. *Если выполнены все условия теоремы 1.9. и*

$$f_s = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_{sk} e^{iP_k(t)},$$

где P_k - полином с вещественными коэффициентами степени $m_k \geq 2$, то существует единственное ограниченное решение, обладающее свойством $x_s(t) \to 0$ при $t \to \pm\infty$.

Если, кроме того, все собственные числа матрицы $\{a_{si}\}$ имеют отрицательные вещественные части, то все решения системы (1.1) будут обладать свойством $x_s(t) \to 0$ при $t \to +\infty$. Точка $x_s = 0$ является асимптотическим положением покоя,

[1]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[2]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[3]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

Список литературы

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1950.

2. Зубова А. Ф. Математические методы исследования надежности колебательных систем в технике и технологических процессах. СПб.: СПбГУ, 2007, 339 с.

3. Зубов А. В., Зубов Н. В., Зубова А. Ф., Мутлу О. В., Стрекопытова М. В. Исследование устойчивости решений дифференциальных уравнений. СПб., Мобильность плюс. 2009, 224 с.

4. Зубов А. В., Зубов Н. В., Лаптинский В. Н. Динамика управляемых систем. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2008, 336 с.

5. Зубов Н. В., Зубова А. Ф. Безопасность функционирования технических систем. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2009, 343 с.

Дата поступления 27.08.2009

Assymptotical condition of peace

© A. V. Zubov[4], A. S. Strecopitova[5], M. V. Strecopitova[6]

Abstract. Is learning the limit behavior of motions by not limited increase time, when limited variety isn't comprise out of trajectories of system differential equations, the motions that is learning. In wide class situations this behavior of motions is come to at appearance asymptotical positions of peace. Is giving the conditions beginning that position.

Key Words: function, solution, meeting, property, variable, row, coefficient, integer, matrix.

References

1. Lapunov A. M. The commmon task about stability of motion. M.; L.: Gostexizdat, 1950.

2. Zubova A. F. The mathematical methods of investigations reliability oscillated systems in technics and technology process. SPb.: SPbGU, 2007, 339 p.

3. Zubov A. V., Zubov N. V., Zubova A. F., Mutlu O. V., Strecopitova M. V. The investigation stability of solutions differential equations. SPb., Mobility plus. 2009, 224 p.

4. Zubov A. V., Zubov N. V., Laptinskiy V. N. Dinamics of control systems. SPb.: Published SPbGU, 2008, 336 p.

5. Zubov N. V., Zubova A. F. The satisfy of function technical system. SPb.: Published SPbGU, 2009, 343 p.

[4]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[5]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[6]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.