*УДК 517.9*

# Об особой точке системы дифференциальных уравнений

**© Н . И. Зубов[1], А. Ф. Зубова[2], С. В. Зубов[3], А. С. Стрекопытова[4], М. В. Стрекопытова[5]**

**Аннотация.** А. М. Ляпунов указал случай, когда некоторая система уравнений в частных производных, не удовлетворяющая условиям Коши-Ковалевской, имеет единственное голоморфное решение. В настоящей статье указываются условия, при которых указанного типа системы имеют семейство голоморфных решений. Полученные результаты, как и у Ляпунова, позволяют решить ряд вопросов из теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Ключевые слова:** функция, решение, сходимость, свойство, переменная, ряд, коэффициент.

Рассмотрим систему уравнений

$$\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial z_j}{\partial x_s}(\sum_{i=1}^{n}p_{si}(t)x_i+X_s(x_1,\ldots,x_n,z_1,\ldots,z_k,t))+\frac{\partial z_j}{\partial t}=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}q_{ji}(t)z_i+\sum_{i=1}^{n}r_{ji}(t)x_i+Z_j(x_1,\ldots,x_n,z_1,\ldots,z_k,t),$$

$$j=1,\ldots,k. \tag{1.1}$$

Предположим, что функции $X_s$, $Z_j$ разлагаются в ряды по целым положительным степеням величин $x_1,\ldots,x_n$, $z_1,\ldots,z_k$:

$$X_s=\sum_{\sum_1^n m_i+\sum_1^k n_i\geq 2}P_s^{(m_1,\ldots,m_n,n_1,\ldots,n_k)}(t)x_1^{m_1}\cdots x_n^{m_n}\cdot z_1^{n_1}\cdots z_k^{n_k},$$

$$Z_j=\sum_{\sum_1^n m_i+\sum_1^k n_i\geq 2}Q_j^{(m_1,\ldots,m_n,n_1,\ldots,n_k)}(t)x_1^{m_1}\cdots x_n^{m_n}\cdot z_1^{n_1}\cdots z_k^{n_k},$$

$$s=1,\ldots,n\quad j=1,\ldots,k;$$

сходящиеся при $|x_i|\leq z_0$, $|z_i|\leq z_0$, $t>0$.

Через $\lambda_s$, $s=1,\ldots,n$, обозначим характеристичные числа системы

$$\frac{dx_s}{dt}=\sum_{i=1}^{n}p_{si}(t)x_i,\ s=1,\ldots,n, \tag{1.2}$$

через $\mu_1,\ldots,\mu_k$ - характеристичные числа системы

$$\frac{dz_j}{dt}=\sum_{i=1}^{k}q_{ji}(t)z_i,\ j=1,\ldots,k. \tag{1.3}$$

[1]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУб Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[2]Профессор факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[3]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[4]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

[5]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

**Т е о р е м а 1.8.** *Если 1)* $\lambda_s > 0$ *,* $s = 1, \ldots, n$ *; 2)* $\mu_\sigma = \lambda_\sigma$ *,* $\sigma = 1, \ldots, \beta$ *; 3) системы* (1.2) *и* (1.3) *правильные, то существует группа функций* $z_j(x_1, \ldots, x_n, t, c_1, \ldots, c_\beta)$ $(j = 1, \ldots, k)$ *, каждая из которых зависит от* $\beta$ *произвольных постоянных, обладающая свойствами:*

*1) Функции* $z_j$ *разлагаются в ряды* $z_j = \sum_{m=1}^{\infty} z_j^{(m)}$ *,* $j = 1, \ldots, k$ *, сходящиеся при* $|x_s| \leq x_0(t) \neq 0$ *,* $t \in [0, +\infty)$ *,* $|c_\sigma| \leq c_0$ *,* $s = 1, \ldots, n$ *;* $\sigma = 1, \ldots, \beta$ *. Функции* $z_j^{(m)}$ *являются однородными формами степени* $m$ *относительно* $x_1, \ldots, x_n$ *, коэффициенты которых суть функции* $t$ *и одновременно полиномы относительно* $c_1, \ldots, c_\beta$ *.*

*2) Функции* $z_j(x_1, \ldots, x_n, t, c_1, \ldots, c_\beta)$ *удовлетворяют системе* (1.1).

## Список литературы


1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. Харьков, 1892.

2. Зубов В. И. Лекции по теории управления. СПб. Изд-во Лань, 2009. 400 с.

3. Зубов А. В., Зубов Н. В., Лаптинский В. Н. Динамика управляемых систем. СПб.: СПбГУ, 2008. 336 с.

4. Стрекопытова М. В. Исследование равновесных движений. СПб.: СПбГУ, 2007. 95 с.


*Дата поступления 27.08.2009*

# About special point system of differential equations

© N. I. Zubov[6], A. F. Zubova[7], S. V. Zubov[8], A. S. Strecopitova[9], M. V. Strecopitova[10]

**Abstract.** A. M. Lapunov is indicate case, when same system of equations in frequent derivative, is not satisfy conditions Koshi-Kovalevskoi, is have only golomorfizm solution. In real article is indicate the conditions, by which indicated type systems is have family golomorfizm solutions.Giving results, what and at Lapunov, is allow decide the row questions from theory ordinary differential equations.

**Key Words:** function, solution, meeting, property, variable, row, coefficient.

## References

1. Lapunov A. M. The common task about stability motion. Harkov, 1982.
2. Zubov V. I. The lecture on theory control. SPb. Published "Lan", 2009, 400 c.
3. Zubov A. V., Zubov N. V., Laptinskiy B. H. Dynamics control systems. SPb.: SPbGU, 2008. 336 p.
4. Strecopitova M. V. Investigation equal weight motions. SPb.: SPbGU, 2007. 95 p.

[6]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[7]Professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[8]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[9]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

[10]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.