

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

DOI 10.15507/2079-6900.26.202403.313-325

ISSN 2079-6900 (Print)

Оригинальная статья

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 519.63:51-74

Моделирование разрушения внецентренно нагруженной стеновой панели, изготовленной по каркасной технологии

А. О. Сыромьясов¹, Ю. А. Макаров¹, В. Т. Ерофеев²

¹ Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (г. Саранск, Российская Федерация)

² Московский государственный строительный университет (г. Москва, Российская Федерация)

Аннотация. Моделируется неоднородное распределение напряжений в многослойной ограждающей конструкции, отдельные слои которой выполнены из бетонов, различных по своим механическим свойствам, и жестко скреплены друг с другом. Подобные конструкции представляют значительный практический интерес, поскольку их теплоизоляционные свойства могут быть существенно выше, чем у однородных плит той же толщины (при сохранении необходимых механических свойств). Обсуждается вид критерия прочности для панелей изучаемого типа. На примере конкретной панели поставлена задача об определении эквивалентных и главных напряжений в ней под действием нагрузок и кинематических ограничений, характерных для промышленных и гражданских зданий. Для численного моделирования стационарного нагружения панели используется конечно-элементный пакет ANSYS Workbench. Обсуждается нефизичное поведение решения (возрастание напряжений вблизи некоторых ребер панели) при измельчении расчетной сетки. Показано, что в рамках модели изотропного линейно-упругого тела данный феномен связан с несогласованностью граничных условий задачи на поверхностях, имеющих общее ребро, выступающее в роли концентратора напряжений; предложен метод решения этой проблемы. Разработанный подход используется для определения критической нагрузки, при которой плита начинает разрушаться.

Ключевые слова: численное моделирование, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, многослойные ограждающие конструкции, прочность конструкций

Для цитирования: Сыромьясов А. О., Макаров Ю. А., Ерофеев В. Т. Моделирование разрушения внецентренно нагруженной стеновой панели, изготовленной по каркасной технологии // Журнал Средневолжского математического общества. 2024. Т. 26, № 3. С. 313–325. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.26.202403.313-325>

Об авторах:

Сыромьясов Алексей Олегович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6520-0204>, syall@yandex.ru

© Сыромьясов А. О., Макаров Ю. А., Ерофеев В. Т.



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License.
This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Макаров Юрий Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6242-4138>, makarov.yira75@mail.ru

Ерофеев Владимир Трофимович, доктор технических наук, академик РААСН, профессор кафедры строительного материаловедения, Московский государственный строительный университет (129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8407-8144>, erofeevvt@bk.ru

Original article

MSC2020 74S05, 74G70, 74-04, 74A45, 35Q74

Desctruction of frame composite concrete slab that is off-center loaded

A. O. Syromyasov¹, Yu. A. Makarov¹, V. T. Erofeev²

¹ *National Research Mordovia State University (Saransk, Russian Federation)*

² *Moscow State University of Civil Engineering (Moscow, Russian Federation)*

Abstract. The authors simulate non-uniform stress distribution in multilayer building envelope. Its layers, made of different kinds of concrete, are tightly coupled with each other. Such constructions are of significant practical interest because their heat insulation properties may be much better than the corresponding properties of uniform slabs of the same thickness (though their toughness is still sufficient). The authors state the problem about the distribution of equivalent and maximal principal stresses in such a slab. In the framework of this problem loads and kinematic constraints imposed on the body of interest are typical for industrial and civil buildings. Numerical simulation is provided with the aid of ANSYS finite element software package. The paper discusses the reasons for non-physical behaviour demonstrated by the stress after mesh refinement and proposes the way to fix this problem. Then the authors use the approach described to find a critical load causing destruction of the slab.

Keywords: numerical modelling, finite element method, stress-strain state, multilayer building envelopes, strength of constructions

For citation: A. O. Syromyasov, Yu. A. Makarov, V. T. Erofeev. Desctruction of frame composite concrete slab that is off-center loaded. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 26:3(2024), 313–325. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.26.202403.313-325>

About the authors:

Alexey O. Syromyasov, Ph.D. in Phys. and Math., Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6520-0204>, syall@yandex.ru

Yurii A. Makarov, Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6242-4138>, makarov.yira75@mail.ru

Vladimir T. Erofeev, D. Sci. in Engineering, academic of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Professor, Department of Construction Materials Science, Moscow State University of Civil Engineering (26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow 129337, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8407-8144>, erofeevt@bk.ru

1. Введение

Наружные стены здания обеспечивают восприятие нагрузок, жесткость и устойчивость сооружения, а также выполняют ограждающую функцию – отделяют помещения от внешних воздействий и поддерживают внутри здания благоприятный микроклимат. Наиболее экономичными по расходу материала и по технологии возведения являются стены из сборных однослойных и многослойных железобетонных панелей.

Однослойные панели проще в изготовлении, но не удовлетворяют современным требованиям по теплоизоляции. Многослойные панели более эффективны с теплотехнической точки зрения. Их наружные слои изготавливаются из конструкционных бетонов, а вкладыши – из плитных материалов с низкой теплопроводностью: минеральной ваты, стекловолокна, полимерных материалов [1]. Связь слоев в таких изделиях обеспечивается гибкими связями, с помощью железобетонных ребер и т. д.

Наряду с преимуществами – хорошими теплоизолирующими свойствами, малой массой – традиционные слоистые панели обладают рядом недостатков: недолговечность утеплителя и гибких связей, а также (из-за ненадежности соединения внутреннего слоя с внешними) склонность к значительным деформациям при действии нагрузок [2].

Эта проблема устраняется использованием изделий на основе каркасных бетонов, изготавливаемых по специальной технологии [3]. Благодаря ей слои бетонной плиты оказываются жестко сцеплены между собой, что придает конструкции монолитность и гораздо большую прочность по сравнению с конструкциями со вкладышами; при этом каркасные панели сохраняют пониженную теплопроводность.

Прогресс технологии производства и использования каркасных композитов, в частности, и строительных технологий в целом невозможен без применения методов математического и компьютерного моделирования. Они способствуют удешевлению и ускоряют сроки разработки новых материалов и конструкций. Моделированию и компьютерной оптимизации подвергаются не только составы и свойства строительных материалов и отдельных конструкций [4], но и здания в целом [5–6].

Ниже в работе методы математического и компьютерного моделирования применяются для исследования поведения стеновой панели на основе каркасного композита под действием нагрузок, типичных для зданий и сооружений. В частности, обсуждается корректность и согласованность различных ограничений в постановке задачи о нагружении конструкции. Также в статье предлагается подход, позволяющий установить предельно допустимые для заданной конструкции внешние нагрузки.

2. Постановка задачи о нагружении многослойной плиты

Будем рассматривать ограждающую конструкцию (плиту, панель) в форме прямого прямоугольного параллелепипеда длины l , толщины b и высоты h . Для удобства введем декартову прямоугольную систему координат $Oxyz$, оси которой направлены вдоль ребер параллелепипеда так, как показано на Рис. 2.1, и будем задавать положение произвольной точки плиты радиус-вектором $\vec{r} = \text{col}(x, y, z)$.

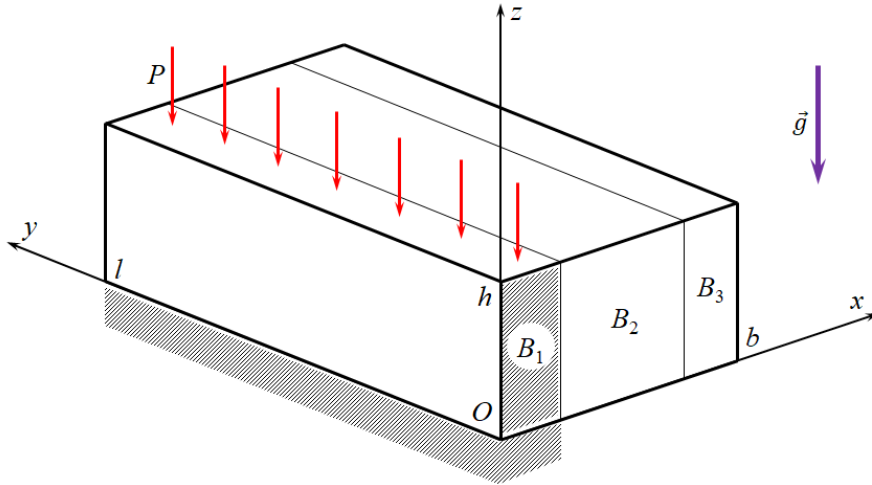


Рис. 2.1. Конструкция с приложенными к ней нагрузками
Fig. 2.1. The construction with imposed loads and constraints

Конструкция в целом находится под действием силы тяжести с ускорением $\vec{g} = (0, 0, -g)$, направленным вертикально вниз параллельно ребру h ; здесь $g = 9.8086 \text{ м/с}^2$.

Плита состоит из трех продольных слоев B_1 , B_2 и B_3 , жестко сцепленных между собой и имеющих толщину b_1 , b_2 и b_3 соответственно; зазоры между ними отсутствуют, так что $b = b_1 + b_2 + b_3$. Физико-механические характеристики отдельных слоев различны; обозначим через ρ_n , E_n , ν_n и R_n соответственно плотность, модуль Юнга, коэффициент Пуассона и прочность при сжатии тела B_n .

Слой B_1 является несущим: три его грани неподвижно закреплены (нижняя и две боковые), к верхней грани приложено некое постоянное давление P , моделирующее нагрузку от более высоко расположенных панелей. Теплоизоляционный слой B_2 имеет показатели теплопроводности и прочности более низкие, чем у B_1 и B_3 . Таким образом, конструкция представляет собой своеобразный сэндвич, в котором теплоизолятор B_2 помещен между более прочными слоями B_1 и B_3 .

В рамках данной статьи изучается поведение панели с размерами $l = 6 \text{ м}$, $b = 0.4 \text{ м}$ и $h = 1.2 \text{ м}$. Слои B_1 и B_3 выполнены из легкого, а B_2 – из крупнопористого бетона. Геометрические и механические характеристики B_1 , B_2 и B_3 приведены в Табл. 2.1.

Таблица 2.1. Характеристики слоев конструкции
Table 2.1. Properties of construction layers

Номер слоя n Layer number n	b_n , м b_n , m	ρ_n , кг/м ³ ρ_n , kg/m ³	E_n , МПа E_n , MPa	R_n , МПа R_n , MPa
1	0.08	1800	10000	30
2	0.26	700	3500	10
3	0.06	1800	10000	30

Коэффициент Пуассона для всех слоев считается одинаковым: $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 0.18$.

Под действием указанных выше нагрузок и кинематических ограничений конструкция деформируется и в ней образуются внутренние усилия. Соответственно, формулировка возникающей задачи такова: описать напряженно-деформированное состояние (НДС) плиты, т. е. найти компоненты вектора перемещения \vec{u} и тензоров относительных деформаций $\vec{\varepsilon}$ и напряжений \vec{p} в каждой точке внутри нее:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, \quad \vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

где, например,

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right).$$

При этом компоненты тензора напряжений должны удовлетворять уравнениям статики твердого тела. Внутри каждого из слоев B_n они в выбранной системе координат записываются следующим образом [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho_n g. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Из описания наложенных на конструкцию связей и нагрузок следует, что граничными условиями (2.2) служат соотношения:

$$\sigma_z = -P, \quad x \in (0, b_1), \quad z = h; \quad (2.3)$$

$$\vec{u} = \vec{0}, \quad x \in (0, b_1), \quad z = 0; \quad (2.4)$$

$$\vec{u} = \vec{0}, \quad x \in (0, b_1), \quad y \in \{0, l\}; \quad (2.5)$$

$$\vec{u} \Big|_{x=b_1-0} = \vec{u} \Big|_{x=b_1+0}; \quad \vec{u} \Big|_{x=b_1+b_2-0} = \vec{u} \Big|_{x=b_1+b_2+0}. \quad (2.6)$$

Действительно, равенство (2.3) задает нагружение верхней грани слоя B_1 . Условие (2.4) отражает закрепление нижней грани B_1 , а (2.5) – двух боковых граней этого тела. Наконец, соотношения (2.6) являются математической моделью сцепления B_1 и B_2 , а также B_2 и B_3 : перемещения точек, имеющих совпадающие координаты, но лежащих по разные стороны границы раздела слоев, должны быть равны.

Здесь предполагается, что если какая-то из координат в записи опущена, то она может принимать любые значения из «своего» диапазона: $x \in (0, b)$, $y \in (0, l)$, $z \in (0, h)$.

Панель разрушится под действием заданных нагрузок, когда значение некоторого критерия прочности F , зависящего от распределения напряжений внутри нее, хотя бы в одной точке превысит заданное критическое значение:

$$F(\vec{p}) > F_{\text{crit}}. \quad (2.7)$$

Соответственно, исследуя возможное разрушение конструкции, можно рассматривать две задачи – прямую и обратную. В первом случае давление P известно заранее и необходимо проверить, выполнено ли условие (2.7) при соответствующем тензоре \vec{p} . Во втором случае P неизвестно и его необходимо *подобрать* так, чтобы удовлетворить (2.7). Далее обратная задача рассматривается как основная.

Известно много видов критериальных функций. Некоторые из них имеют общий характер, иные предназначены для описания специфических свойств конкретных материалов. В частности, большое количество критериев прочности бетона приведено в [8]. Поскольку они имеют достаточно сложные формулировки, их применение не вполне удобно. Поэтому далее для описания разрушения плиты в качестве (2.7) используется сочетание двух общеупотребительных критериев: максимальных нормальных напряжений и Губера – Мизеса [9]. Примем, что тело *не* разрушается, если одновременно

$$\sigma_1(\vec{p}) \leq R \text{ и } \sigma_{\text{eq}}(\vec{p}) \leq 1.15R.$$

Здесь σ_1 – максимальное по модулю главное (собственное) значение тензора \vec{p} , а σ_{eq} есть эквивалентное напряжение по Мизесу:

$$\sigma_{\text{eq}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}.$$

Критические значения σ_1 и σ_{eq} выбраны из практических соображений, величины R содержатся в Табл. 2.1.

Будем считать, что σ_1 и σ_{eq} суть непрерывные и монотонно возрастающие функции параметра P из (2.3) в каждой точке панели. Это позволяет свести задачу определения «опасной» нагрузки к поиску минимального P , при котором

$$\max_{\vec{r}} \sigma_1 = R \text{ или } \max_{\vec{r}} \sigma_{\text{eq}}(\vec{p}) = 1.15R, \quad (2.8)$$

причем критерии σ_1 и σ_{eq} вычисляются на решениях системы (2.2)–(2.6). Нахождение такого давления и является главной целью настоящей работы.

Отметим, что число неизвестных функций в (2.2) равно шести и превышает количество уравнений. Кроме того, условия (2.3)–(2.6) являются смешанными: они записаны как в напряжениях, так и в перемещениях. Чтобы устранить перечисленные сложности, необходимо связать друг с другом величины $\vec{\varepsilon}$ и \vec{p} из (2.1).

Бетон при деформировании, как правило, демонстрирует хрупкие и пластические свойства. Это значит, что остаточные деформации, возникающие перед его разрушением, невелики. Кроме того, при практически значимых величинах давления P перемещения точек панели малы. Указанные соображения позволяют достаточно достоверно оценивать «опасное» давление, решая задачу об упругой деформации конструкции; при этом можно считать, что связь между тензорами \vec{p} и $\vec{\varepsilon}$ линейна [7]. В сочетании с гипотезой об изотропии бетона это предположение замыкает систему (2.2).

3. Выбор методов и инструментов моделирования

Ранее было отмечено, что приступая к нахождению критических нагрузок, необходимо предварительно в той или иной форме знать, как распределены напряжения внутри конструкции. В свою очередь, решать прямую задачу (2.2)–(2.6) для каждого рассматриваемого значения P будем численно, поскольку в трехмерной формулировке уравнения Ламе, возникающие при замыкании системы (2.2), весьма сложны.

Предположение о непрерывной и монотонной зависимости σ_1 и σ_{eq} от P позволяет исследовать (2.8) с помощью известных подходов к численному решению уравнений. Выполнив расчеты для заведомо малых и больших внешних нагрузок, можно определить отрезок $[P_{\text{min}}; P_{\text{max}}]$, которому принадлежит искомое давление. Далее этот отрезок

можно сужать, например, методом половинного деления; применение методов хорд или Ньютона затруднено, поскольку информации о выпуклости критериальных функций не имеется.

Исходя из практических соображений в качестве условия окончания итераций прием не достижение заданной точности величины P , а достаточное приближение значений критериев σ_1 или σ_{eq} к максимально допустимым (с меньшей стороны).

Для численного моделирования НДС многослойной панели под действием известных нагрузок будем использовать пакет ANSYS Workbench, лицензионная копия которого имеется в МГУ им. Н. П. Огарева. Данное ПО позволяет описывать разнообразные нагрузки и связи, наложенные на конструкцию, проводить расчеты как для стационарных, так и для нестационарных режимов нагружения, а также автоматически вычислять значения критериев прочности (включая σ_1 и σ_{eq}) в любой выбранной точке тела. Вычисления будем вести методом конечных элементов при выбранном в ANSYS типе расчета «Static Structural».

4. Свойства расчетной сетки и особенности распределения напряжений вблизи ребер панели

Предварительный расчет на грубой сетке показывает, что т.н. концентраторами напряжений выступают два участка \mathbf{e} и \mathbf{e}' конструкции:

$$\mathbf{e} = \{\vec{r} \mid 0 \leq x \leq b_1, y = 0, z = h\}, \quad \mathbf{e}' = \{\vec{r} \mid 0 \leq x \leq b_1, y = l, z = h\}.$$

Как видно из Рис. 2.1, это верхние ребра слоя B_1 , вдоль которых происходит «стыковка» граничных условий (2.3) и (2.5).

Для повышения точности вычислений сетку требуется локально измельчить вблизи указанных ребер. С этой целью можно использовать инструмент пакета ANSYS «Sphere of influence», регулирующий размер ячеек в границах заданной сферы. Конкретнее, будем измельчать сетку внутри двух сфер с радиусом $1.25b_1 = 0.1$ м и центрами в точках $P_0(b_1, 0, h)$ и $P'_0(b_1, l, h)$. Такой выбор гарантирует, что \mathbf{e} и \mathbf{e}' полностью попадут в области измельчения.

Чтобы обеспечить локализацию вносимых изменений, будем строить сетку, состоящую не из гексаэдрических, а из тетраэдрических конечных элементов (КЭ) – типа SOLID187. Каждый из них имеет по 10 узлов, расположенных в вершинах тетраэдра и в середине его ребер, что позволяет выполнять квадратичную интерполяцию данных, полученных при расчетах.

Изначально величины искомых критериев прочности вычислялись в центре одной из упомянутых выше сфер – в точке P_0 . Она лежит не просто на ребре \mathbf{e} , но и на границе слоев B_1 и B_2 , имеющих разные механические свойства, поэтому максимальные напряжения должны достигаться именно в ней и в P'_0 . Однако последовательное дробление КЭ внутри сфер не приводит к сходимости σ_1 и σ_{eq} в этих точках. Напротив, при уменьшении размеров элементов эти величины растут приближенно линейно в зависимости от количества дроблений.

Причина такого нефизичного поведения критериев прочности состоит в том, что условие (2.3) не согласовано с (2.5). Для обоснования этого утверждения будем рассуждать от противного: изучим граничные условия на поверхности B_1 более детально (Рис. 4.1) и предположим, что на \mathbf{e} и \mathbf{e}' (2.3) и (2.5) выполнены одновременно.

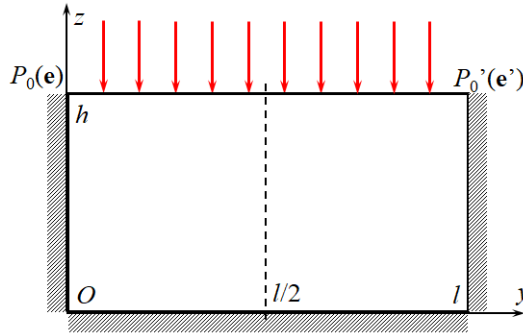


Рис. 4.1. Граничные условия на поверхности слоя B_1
Fig. 4.1. Boundary conditions on the surface of layer B_1

Выразив нормальное напряжение σ_z через частные производные перемещений [7], получим, что на верхней грани закрепленного слоя

$$\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} = -P. \quad (4.1)$$

Если граничные условия на поверхности B_1 согласованы, то последнее равенство выполняется в т.ч. на ребрах \mathbf{e} , \mathbf{e}' .

С другой стороны, согласно (2.5), перемещения u_x и u_z на боковых гранях слоя постоянны, а значит,

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

(дифференцирование выполняется по касательной к поверхности, на которой заданы значения $u_{x,z}$). Продолжая этот результат на \mathbf{e} , \mathbf{e}' и подставляя его в (4.1), получим, что из согласования условий (2.3) и (2.5) на верхних ребрах B_1 должно следовать

$$\lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} = -P, \quad \vec{r} \in \mathbf{e} \cup \mathbf{e}'.$$

Однако смещения точек конструкции вдоль оси Oy должны быть зеркально симметричны относительно плоскости $y = l/2$, а значит, их производные $\partial u_y / \partial y$ на симметричных ребрах \mathbf{e} , \mathbf{e}' должны быть противоположными, а не равными. Полученное противоречие и доказывает «нестыковку» (2.3) с (2.5).

Установленное несогласование носит скорее теоретический характер. С технической точки зрения невозможно обеспечить равномерное нагружение *всей* верхней грани ограждающей конструкции. Так, между поверхностями соседних плит обязан находиться слой цементного раствора, а значит, ребра \mathbf{e} и \mathbf{e}' не воспринимают нагрузку непосредственно. В настоящей работе рассматривается упрощенная модель многослойной конструкции, не учитывающая подобные нюансы.

5. «Прикидочный» расчет для однослойной плиты

Предложим подход, позволяющий обойти нефизичность результатов расчета, оставаясь в рамках упрощенной модели. Станем вместо P_0 рассматривать значения σ_1 и σ_{eq}

в близких к ней «пробных» точках P_1, \dots, P_5 таких, что $P_k(b_1, 0.01k, h - 0.01k)$. Они находятся на расстоянии 1 см, ..., 5 см от верхней и боковой грани B_1 (Рис. 5.1).

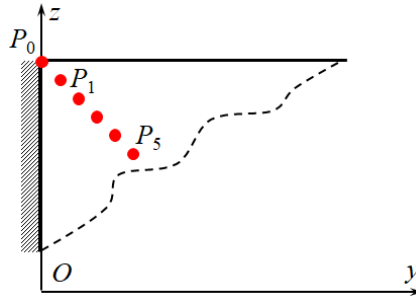


Рис. 5.1. Выбор “пробных” точек для вычисления напряжений
Fig. 5.1. The choice of “sample” points for calculation of stresses

Изучим сходимость эквивалентного напряжения в зависимости от размера КЭ вне (Δ_{out}) и внутри (Δ_{in}) описанных ранее сфер влияния. Будем считать при этом, что $P = 1$ МПа, и для простоты не станем принимать во внимание силу тяжести в (2.2). Значение внешнего давления в данном случае может быть выбрано достаточно произвольно, поскольку цель расчета – выявить зависимость (или независимость) вычисленного критерия прочности от качества сетки.

Результаты вычислений приведены в Табл. 5.1

Таблица 5.1. Зависимость σ_{eq} , МПа от размеров КЭ
Table 5.1. Dependence of σ_{eq} , МПа on finite element size

№ п/п No	Размеры конечных элементов, м Finite element size, m	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
1	$\Delta_{out} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\Delta_{in} = 1 \cdot 10^{-2}$	7.51	3.58	2.70	2.36	2.10	1.93
2	$\Delta_{out} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\Delta_{in} = 5 \cdot 10^{-3}$	9.00	3.56	2.73	2.35	2.11	1.93
3	$\Delta_{out} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\Delta_{in} = 2.5 \cdot 10^{-2}$	11.3	3.52	2.73	2.35	2.11	1.93
4	$\Delta_{out} = 2 \cdot 10^{-2}$, $\Delta_{in} = 1 \cdot 10^{-2}$	7.13	3.47	2.70	2.36	2.10	1.93
5	$\Delta_{out} = 2 \cdot 10^{-2}$, $\Delta_{in} = 5 \cdot 10^{-3}$	9.03	3.54	2.71	2.33	2.09	1.91

Как видно, в отличие от P_0 , в остальных «пробных» точках значение критерия прочности при измельчении сетки не возрастает, а лишь незначительно осциллирует вокруг некоторых средних значений. Поэтому при исследовании вопроса о разрушении плиты с помощью условия (2.8) будем использовать σ_1 и σ_{eq} , вычисленные в точке P_1 при $\Delta_{out} = 2 \cdot 10^{-2}$ м и $\Delta_{in} = 5 \cdot 10^{-3}$ м (строка 5 Табл. 5.1).

Найденная при $P = 1$ МПа величина σ_{eq} в точке P_1 почти в 10 раз меньше критического значения, получаемого из (2.8) и Табл. 2.1. С другой стороны, проведенный расчет не учитывал ни взаимодействия слоя B_1 с остальными частями панели, ни, как было отмечено выше, силы тяжести. Поэтому в последующих вычислениях для

многослойной конструкции в качестве грубого начального приближения для опасного давления выберем величину, в 8 раз большую: $P \approx 8$ МПа.

6. Определение критической нагрузки для многослойной конструкции

При моделировании НДС трехслойной панели сохраним для слоя B_1 определенные выше Δ_{out} и Δ_{in} . Напряжения и их градиенты в ненагруженных слоях существенно меньше, чем внутри B_1 , а значит, сетку в них можно делать более грубой – лишь бы на ширину каждого из них приходилось хотя бы по 2–3 элемента. Поэтому примем $\Delta_{\text{out}} = 8 \cdot 10^{-2}$ м для слоя B_2 и $\Delta_{\text{out}} = 3 \cdot 10^{-2}$ м для B_3 . При этом действие инструмента “Sphere of influence” автоматически распространяется и на B_2 , т. к. построенные нами сферы с центрами P_0 и P'_0 имеют с этим слоем непустое пересечение.

Чтобы отследить концентрацию напряжений вблизи поверхности раздела слоев B_1 и B_2 , но со стороны внутреннего (менее прочного) слоя, дополнительно станем вычислять σ_1 и σ_{eq} в точке $P_1(b_1 + 0.001, 0.01, h - 0.01)$, находящейся «напротив» P_1 , но незначительно (на 1 мм) погруженной в этот слой.

С учетом вышесказанного для определения опасного давления была выполнена серия расчетов; таким образом, была последовательно решена серия прямых задач, описанных в разделе 2. Начальным приближением искомой величины в них послужило полученное в предыдущем разделе значение 8 МПа. В качестве критерия разрушения рассматривалось выполнение (2.8) хотя бы в одной из точек P_1 и P'_1 , причем в точке P_1 прочность R принималась равной R_1 , а в P'_1 считалось, что $R = R_2$. В итоге было получено, что критическое давление равно 8.72 МПа: при нем главное напряжение в несущем слое B_1 достигает значения R_1 .

Результаты расчетов приведены в Табл. 6.1, в скобках указаны максимальные допустимые значения критериев прочности.

Таблица 6.1. Значения критериев прочности при $P = 8.72$ МПа

Table 6.1. Value of failure criteria when $P = 8.72$ MPa

Точка Point	σ_1 , МПа σ_1 , MPa	σ_{eq} , МПа σ_{eq} , MPa
P_1	30.0 ($R_1 = 30.0$)	33.1 ($1.15R_1 = 34.5$)
P'_1	9.2 ($R_2 = 10.0$)	11.2 ($1.15R_2 = 11.5$)

На Рис. 6.1 показано распределение критерия σ_1 вдоль отрезка прямой, проходящей через P_1 и P'_1 параллельно ребру e . Координата x отсчитывается от наружной грани плиты (плоскости Oyz).

Как видно, наибольшие напряжения возникают в слое B_1 вблизи границы его раздела с B_2 ; за пределами несущего слоя, т. е. при $x \geq b_1$, величина σ_1 очень быстро падает до пренебрежимых значений.

Распределение эквивалентного напряжения по Мизесу вдоль этой же прямой выглядит аналогичным образом.

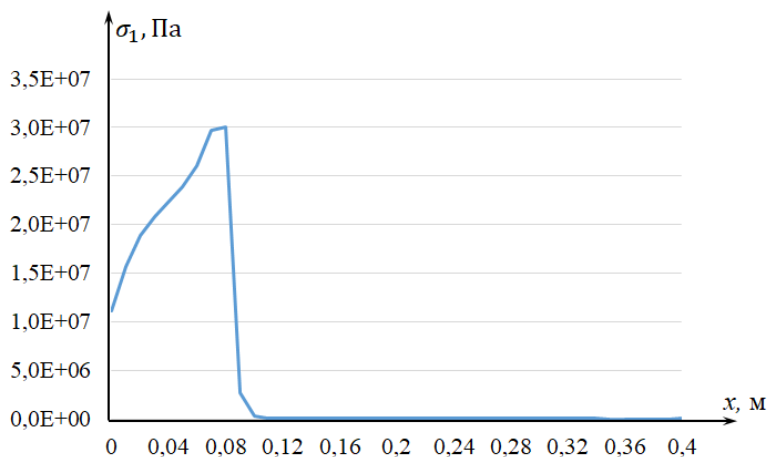


Рис. 6.1. Распределение σ_1 вдоль прямой, проходящей через пробную точку
Fig. 6.1. The distribution of σ_1 along a straight line passing through a sample point

7. Заключение

В работе поставлена задача об определении НДС жестко закрепленной внецентренно нагруженной панели на основе каркасного композита, находящейся под действием силы тяжести и внешнего давления, а также о разрушении такой панели.

Показано, что граничные условия на поверхности несущего слоя не согласованы, что является причиной нефизичного поведения напряжений вблизи ребер этого слоя при измельчении конечно-элементной сетки. Обсуждается подход, позволяющий обойти указанную проблему.

Предложен алгоритм численного исследования поставленной задачи о многослойной плите. Первым этапом вычислений служит «прикидочный» расчет, выполняемый для единственного (нагруженного) слоя. Цель этих вычислений – определить качество сетки, при котором достигается удовлетворительная точность результатов, а также найти начальное приближение для искомой критической нагрузки. Далее производится серия расчетов на полном объеме панели, уточняющих найденную ранее грубую оценку опасной нагрузки.

Описанный метод реализован в пакете ANSYS Workbench на примере конкретной конструкции.

Получено, что наиболее уязвимыми к разрушению являются точки плиты, находящиеся на границе раздела несущего и ненагруженного слоев и одновременно расположенные вблизи ребер, по которым происходит «стыковка» граничных условий на поверхности несущего слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сизов В. Д., Павловская А. В. Эффективная многослойная стеновая панель // Наука и техника, 2022. Т. 21, № 5. С. 410–418. DOI: <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-5-410-418>.

2. Федосов С. В., Ибрагимов А. М., Гнедина Л. Ю. Проблемы трехслойных ограждающих конструкций // *Жилищное строительство*. 2012. № 7. С. 9–12.
3. Баженов Ю. М., Король Е. А., Ерофеев В. Т., Митина Е. А. Ограждающие конструкции с использованием бетонов низкой теплопроводности (основы теории, методы расчета и технологическое проектирование). М. : Изд-во ассоциации строит. вузов, 2008. 320 с.
4. Чиненков Ю. В. Расчет железобетонных трехслойных ограждающих конструкций из легкого бетона // *Бетон и железобетон*, 2007. № 6. С. 7–11.
5. Moftakhari A., Aghanajafi C., Moftakhari Chaei Ghazvin A. Inverse heat transfer analysis of radiator central heating systems inside residential buildings using sensitivity analysis // *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2017. Vol. 25, no. 4. pp. 580–607. DOI: <https://doi.org/10.1080/17415977.2016.1178258>.
6. Lakshmi K., Keerthivas M. Damage diagnosis of high-rise buildings under variable ambient conditions using subdomain approach // *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2021. Vol. 29, no. 13. pp. 2579–2610. DOI: <https://doi.org/10.1080/17415977.2021.1941922>
7. Седов Л. И. Механика сплошной среды : в 2 т. СПб. : Лань, 2004. Т. 2. 580 с.
8. Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона. М. : Стройиздат, 1974. 316 с.
9. Биргер И. А. Сопротивление материалов / И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986. 560 с.

*Поступила 26.06.2024; доработана после рецензирования 29.07.2024;
принята к публикации 28.08.2024*

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. V. D. Sizov, A. V. Pavlovskaya, “Efficient Multi-Layer Wall Panel”, *Science and Technique*, **21**:5 (2022), 410–418. DOI: <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-5-410-418> (In Russ.).
2. S. V. Fedosov, A. M. Ibragimov, L. Yu. Gnedina, “[Problems of three-layer building envelopes]”, *Zhilishhnoe stroitel'stvo*, 2012, no. 7, 9–12 (In Russ.).
3. Yu. M. Bazhenov, E. A. Korol, V. T. Erofeev, E. A. Mitina, [*Building envelopes using concrete with low heat conduction (basics of theory, methods of calculation and technological desigh)*], Izdatel'stvo Associacii Stroitel'nyx Vuzov Publ., Moscow, 2008 (In Russ.), 320 p.
4. Yu. V. Chinenkov, “[Calculation of ferroconcrete three-layer building envelopes made of lightweight concrete]”, *Beton i zhelezobeton*, 2007, no. 6, 7–11 (In Russ.).

5. A. Moftakhari, C. Aghanajafi, A. Moftakhari Chaei Ghazvin, “Inverse heat transfer analysis of radiator central heating systems inside residential buildings using sensitivity analysis”, *Inverse Problems in Science and Engineering*, **25**:4 (2017), 580–607. DOI: <https://doi.org/10.1080/17415977.2016.1178258>.
6. K. Lakshmi, M. Keerthivas, “Damage diagnosis of high-rise buildings under variable ambient conditions using subdomain approach”, *Inverse Problems in Science and Engineering*, **29**:13 (2021), 2579–2610. DOI: <https://doi.org/10.1080/17415977.2021.1941922>.
7. L. I. Sedov, *A course in continuum mechanics*, **2**, Wolters-Noordhoff Publ., Netherlands, 1971, 580 p.
8. G. A. Geniev, V. N. Kissyuk, G. A. Tyupin, [*The plasticity theory for concrete and ferroconcrete*], Strojizdat Publ., Moscow, 1974 (In Russ.), 316 p.
9. I. A. Birger, R. R. Mavlyutov, [*Strength of materials*], Nauka Publ., Moscow, 1986 (In Russ.), 560 p.

Submitted 26.06.2024; Revised 29.07.2024; Accepted 28.08.2024

The authors have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest.