

DOI 10.15507/2079-6900.25.202302.53-61

Оригинальная статья

ISSN 2079-6900 (Print)

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 519.62:532.529:541.182

Анизотропный перенос диэлектрических частиц однородным электрическим полем в неоднородно нагретой вязкой жидкости

С. И. Мартынов

БОУ ВО «Сургутский государственный университет» (г. Сургут, Российская Федерация)

Аннотация. Моделируется анизотропный перенос диэлектрических частиц однородным электрическим полем в неоднородно нагретой жидкости. Анизотропия переноса определяется механизмом взаимодействия частиц, диэлектрическая проницаемость которых зависит от температуры. Распределение температуры в частицах и жидкости определяется их температуропроводностью и не зависит от движения жидкости, что соответствует малым числам Пекле. Течение жидкости рассматривается в приближении малых чисел Рейнольдса. Перенос частиц обусловлен действием анизотропной силы со стороны приложенного однородного электрического поля и сил трения со стороны жидкости. Учитывается взаимодействие частиц. Проведено численное моделирование динамики анизотропного переноса двух диэлектрических частиц в зависимости от взаимной ориентации вектора напряженности электрического поля, градиента температуры и начальной ориентации вектора, соединяющего центры частиц. Для случая большого числа частиц найдено анизотропное равновесное распределение концентрации частиц во внешнем силовом электрическом поле с учетом механизма диффузии при взаимодействии.

Ключевые слова: диэлектрические частицы, электрическое поле, градиент температуры, взаимодействие, анизотропия перемещения

Для цитирования: Мартынов С.И. Анизотропный перенос диэлектрических частиц однородным электрическим полем в неоднородно нагретой вязкой жидкости // Журнал Средневолжского математического общества. 2023. Т. 25, № 2. С. 53–61. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.25.202302.53-61>

Об авторе:

Мартынов Сергей Иванович, главный научный сотрудник, БОУ ВО «Сургутский государственный университет», (628412, Россия, г. Сургут, пр. Ленина, д. 1.), доктор физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6420-3315>, martynovsi@mail.ru

© С. И. Мартынов



MSC2020 76D07, 76D09, 76D17

Anisotropic Transport of Dielectric Particles by a Uniform Electric Field in an Inhomogeneously Heated Viscous Fluid

S. I. Martynov

Surgut State University (Surgut, Russian Federation)

Abstract. The anisotropic transfer of dielectric particles by a uniform electric field in a nonuniformly heated fluid is modeled. The transport anisotropy is determined by the mechanism of interaction between particles whose permittivity depends on temperature. The temperature distribution in the particles and in the fluid is determined by their thermal diffusivity and does not depend on the motion of the fluid, thus corresponding to small Peclet numbers. The fluid flow is considered in the approximation of small Reynolds numbers. The transfer of particles is due to the action of an anisotropic force exerted by applied uniform electric field and friction forces exerted by the fluid. The interaction of particles is taken into account. Numerical modeling of anisotropic transport dynamics of two dielectric particles is carried out. The process mentioned depends on the mutual orientation of electric field vector, temperature gradient, and initial orientation of the vector connecting the particle centers. For the case of a large number of particles, an anisotropic equilibrium distribution of the particle concentration in an external electric field is found taking into account the mechanisms of their diffusion and interaction.

Keywords: dielectric particles, electric field, temperature gradient, interaction, displacement anisotropy

For citation: S. I. Martynov. Anisotropic Transport of Dielectric Particles by a Uniform Electric Field in an Inhomogeneously Heated Viscous Fluid. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 25:2(2023), 53–61. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.25.202302.53-61>

About the author:

Sergey I. Martynov, Chief Researcher, Surgut State University (1 Lenina Av., Surgut 628412, Russia), Dr.Sci. (Phys.-Math.), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6420-3315>, martynovsi@mail.ru

1. Введение

Использование управляемых физических процессов в микро- и наномасштабе является одним из приоритетных направлений развития современных технологий. Активно развиваются технологии проведения на подложке площадью в несколько квадратных сантиметров с использованием микро- или наноскопического количества образцов полного цикла операций, связанных с реализацией многостадийного химического и биологического анализов или органического/неорганического синтеза. Устройства, осуществляющие подобные операции, получили названия «микрофлюидные системы» (Micro Fluidic Systems) и «лаборатория на чипе» микрофлюидных систем с микроэкстракторами, микрореакторами, микронасосами, микросмесителями, микроклапанами, микротеплообменниками, микродатчиками и с наноразмерными функциональными

S. I. Martynov. Anisotropic transport of dielectric particles by a uniform electric field in an...

элементами. Развитие этих технологий открывает перспективы для таких областей, как комбинаторная и синтетическая химия, геномика и протеомика, высокопроизводительный скрининг (High Throughput Screening Systems), используемый при создании новых лекарственных препаратов, многих других [1]. Необходимость изучения биологических объектов привела к появлению новых методов и подходов, обеспечивающих возможность эффективного неразрушающего воздействия на частицы в жидкостях с помощью внешних полей. К ним относятся технологии, основанные на управлении движением и микро- и наноразделением (молекулярная и клеточная сортировка). Существуют следующие эффективные способы внешнего физического воздействия на частицы: электрические поля (постоянное и переменное); фотонное поле — обычно лазерное излучение; акустические и магнитные поля. Одним из активно используемых методов управления движением и разделением микрочастиц в жидких средах является диэлектрофорез. В его основе [2–3] лежит транспорт поляризующихся частиц под действием силы со стороны неоднородного электрического поля. В результате действия этой силы частицы с разными диэлектрическими свойствами и размерами отделяются и сосредотачиваются в различных областях межэлектродного пространства. В таком разделении есть аналогия с действием силы тяжести на частицы в жидкости: более плотные опускаются ко дну, а менее плотные поднимаются к поверхности. Другими словами разделение частиц происходит вдоль направления силы тяжести. Возможность создавать градиент напряженности электрического поля в любом направлении позволяет осуществлять разделение частиц диэлектрофорезом в том направлении, в котором необходимо устройству. Разделение частиц с различными диэлектрическими свойствами активно используется в медицине для разделения больных и здоровых клеток [4–6]. Однако в реальных условиях температура исследуемого объекта неоднородна. Наличие градиента температуры позволяет использовать этот фактор для разделения частиц. В работе [7] показано, что при наличии градиента температуры появляется анизотропия в действии на поляризующиеся частицы силы со стороны однородного электрического поля. Это открывает новые возможности в разделении частиц по их диэлектрическим свойствам. В настоящей работе приводятся результаты моделирования такого разделения на примере двух взаимодействующих поляризующихся частиц в неполяризующейся жидкости.

2. Постановка задачи

Моделируется транспорт двух сферических частиц радиуса a в жидкости с плотностью ρ , вязкостью η , постоянной диэлектрической проницаемостью ε_f и коэффициентом температуропроводности χ_f . В жидкости далеко от частиц приложено однородное электрическое поле напряженности \mathbf{E}_0 и градиент температуры ∇T_0 . Положения центров двух сфер будем обозначать векторами $\mathbf{r}_1(t)$ и $\mathbf{r}_2(t)$ соответственно. Для введенных векторов имеем соотношение:

$$\mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}(t),$$

где вектор \mathbf{r} соединяет центры двух сфер.

Перенос частиц в жидкости определяется силами, действующими на неё со стороны жидкости и поля, причём эти силы зависят от распределения соответствующих параметров вблизи частиц. В однородном электрическом поле сила, действующая на частицы, равна нулю. Однако наличие частиц с другой диэлектрической проницаемостью ε_p и другим коэффициентом температуропроводности χ_p , чем у жидкости, приводит к возмущению однородного электрического поля и распределения температуры в

жидкости. Поскольку считается, что диэлектрическая проницаемость частиц $\varepsilon_p(T)$ зависит от температуры, то неоднородное распределение температуры в частицах также приводит к искажению электрического поля вокруг них. Следовательно, возмущение электрического поля в жидкости вокруг частиц обусловлено как различием диэлектрической проницаемости жидкости и частиц, так и неоднородностью диэлектрической проницаемости частиц из-за их неоднородного нагрева. Эти возмущения приводят к появлению силы, действующей на частицы со стороны электрического поля. Движение частиц изменяет распределение скорости \mathbf{u} и давления p в жидкости, что создаёт силы, действующие на них в результате гидродинамического взаимодействия. В результате действия всех этих сил происходит перемещение частиц. Закон движения центров частиц $\mathbf{r}_1(t)$ и $\mathbf{r}_2(t)$ определяется из уравнений движения с учетом действующим на нее сил и моментов. В рассматриваемом случае система уравнений записывается в виде

$$\mathbf{F}_k^e + \mathbf{F}_k^h = 0, \quad \mathbf{T}_k^e + \mathbf{T}_k^h = 0. \quad (2.1)$$

Здесь \mathbf{F}_s^h – силы; \mathbf{T}_s^h – моменты сил со стороны жидкости; \mathbf{F}_s^e , \mathbf{T}_s^e – силы и моменты сил со стороны электрического поля, действующие на частицу с номером $s = 1, 2$. Силы со стороны электрического поля можно записать в виде

$$\mathbf{F}_s^e = \mathbf{F}_{s0}^e + \mathbf{F}_{sT}^e, \quad s = 1, 2.$$

Индексами «0» и «T» обозначены составляющиеся силы со стороны электрического поля, действующие на частицы в однородном и градиентном поле температуры соответственно. В нулевом по градиенту ∇T_0 приближении выражение для сил \mathbf{F}_{s0}^e , действующих на частицы со стороны электрического поля, представлено в работе [8]:

$$\mathbf{F}_{10}^{(e)} = -\varepsilon_f k_\varepsilon^2 \left[6 \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{E}_0 + 3 \frac{E_0^2}{r^5} \mathbf{r} - 15 \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})^2}{r^7} \mathbf{r} \right], \quad \mathbf{F}_{20}^{(e)} = -\mathbf{F}_{10}^{(e)}. \quad (2.2)$$

Здесь введено следующее обозначение:

$$k_\varepsilon = -a^3 \frac{(\varepsilon_f - \varepsilon_p)}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_f}.$$

Выражение для сил \mathbf{F}_{sT}^e , действующих на каждую частицу со стороны электрического поля в линейном приближении по градиенту температуры, получено в работе [7]:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1T}^{(e)} = & -\varepsilon_f k_\varepsilon G \left[6 \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla T_0)}{r^5} \mathbf{E}_0 + 3 \frac{E_0^2}{r^5} \nabla T_0 - 15 \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})^2}{r^7} \nabla T_0 - 15 \frac{(\nabla T_0 \cdot \mathbf{r}) E_0^2}{r^7} \mathbf{r} - \right. \\ & \left. - 30 \frac{(\nabla T_0 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})}{r^7} \mathbf{E}_0 - 30 \frac{(\nabla T_0 \cdot \mathbf{E}_0)(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})}{r^7} \mathbf{r} + 105 \frac{(\nabla T_0 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r})^2}{r^9} \mathbf{r} \right], \quad (2.3) \\ & \mathbf{F}_{2t}^{(e)} = \mathbf{F}_{1t}^{(e)}. \end{aligned}$$

Здесь введены следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned} K = & -\frac{q_\varepsilon q_\chi}{\varepsilon_{p0}} \left(\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial T} \right)_0, \quad G = -\frac{2\varepsilon_{p0}}{3(2\varepsilon_{p0} + 3\varepsilon_f)} a^5 K, \\ q_\varepsilon = & \frac{3\varepsilon_f}{\varepsilon_{p0} + 2\varepsilon_f}, \quad q_\chi = \frac{3\chi_f}{\chi_p + 2\chi_f}. \end{aligned}$$

В обоих случаях при вычислении силы со стороны электрического поля учитывалось взаимодействие частиц. Первая составляющая силы со стороны электрического

поля зависит от взаимной ориентации вектора \mathbf{E}_0 напряженности внешнего электрического поля и вектора \mathbf{r} , соединяющего центры частиц. Эта составляющая силы может перемещать частицы относительно друг друга до достижения определенной ориентации относительно друг друга. Вторая составляющая силы, зависящая от градиента температуры, отвечает за перемещение частиц в пространстве. Структура этой силы такова, что перемещение частиц зависит от ориентации вектора напряженности электрического поля и градиента температуры. В результате совместного действия этих сил получаем анизотропию перемещения частиц во внешнем электрическом поле.

Гидродинамические силы, действующие на частицы с учетом их взаимодействия, были определены в работе [9]. Получены следующие выражения для сил, действующих на сферы в покоящейся на бесконечности жидкости:

$$F_{1i} = -6\pi\eta a \left[U_{1i}^{\parallel} \left(1 + \frac{9a^2}{4r^2} \right) + U_{2i}^{\parallel} \left(-\frac{3a}{2r} - \frac{19a^3}{8r^3} \right) + U_{1i}^{\perp} \left(1 + \frac{9a^2}{16r^2} \right) + U_{2i}^{\perp} \left(\frac{3a}{4r} + \frac{59a^3}{64r^3} \right) \right], \quad (2.4)$$

$$F_{2i} = -6\pi\eta a \left[U_{2i}^{\parallel} \left(1 + \frac{9a^2}{4r^2} \right) + U_{1i}^{\parallel} \left(-\frac{3a}{2r} - \frac{19a^3}{8r^3} \right) + U_{2i}^{\perp} \left(1 + \frac{9a^2}{16r^2} \right) + U_{1i}^{\perp} \left(\frac{3a}{4r} + \frac{59a^3}{64r^3} \right) \right]. \quad (2.5)$$

Индексами \parallel и \perp обозначены составляющие скорости частиц вдоль и перпендикулярно вектору \mathbf{r} , которые находятся следующим образом:

$$\mathbf{U}^{\parallel} = (\mathbf{U} \cdot \mathbf{r}) \frac{\mathbf{r}}{r^2}, \quad \mathbf{U}^{\perp} = \mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \mathbf{r}) \frac{\mathbf{r}}{r^2}.$$

С учетом того, что скорости частиц определяются равенствами:

$$\mathbf{U}_1 = \frac{d\mathbf{r}_1}{dt}, \quad \mathbf{U}_2 = \frac{d\mathbf{r}_2}{dt},$$

то после подстановки этих соотношений в выражения для гидродинамических сил (2.4), (2.5) получим из условия (2.1) систему дифференциальных уравнений для определения законов движения частиц $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$.

3. Результаты моделирования

Для численного моделирования динамики частиц рассматривался случай, когда векторы \mathbf{E}_0 , ∇T_0 и \mathbf{r} лежат в одной плоскости. В системе координат XOY , выбранной в этой плоскости, вектор напряженности электрического поля представляется в виде $bfE_0 = E_0(\cos\omega, \sin\omega)$. Вектор градиента температуры имеет составляющие $\nabla T_0 = (q, q)$. В выбранной системе координат XOY каждый из векторов $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$ имеет две координаты. В итоге получаем систему из четырех нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, которая решалась численно методом Рунге — Кутты. На рис. 3.1 приводятся результаты численного моделирования динамики частиц, показывающие наличие анизотропии перемещения частиц при различных ориентациях вектора напряженности электрического поля относительно градиента температуры.

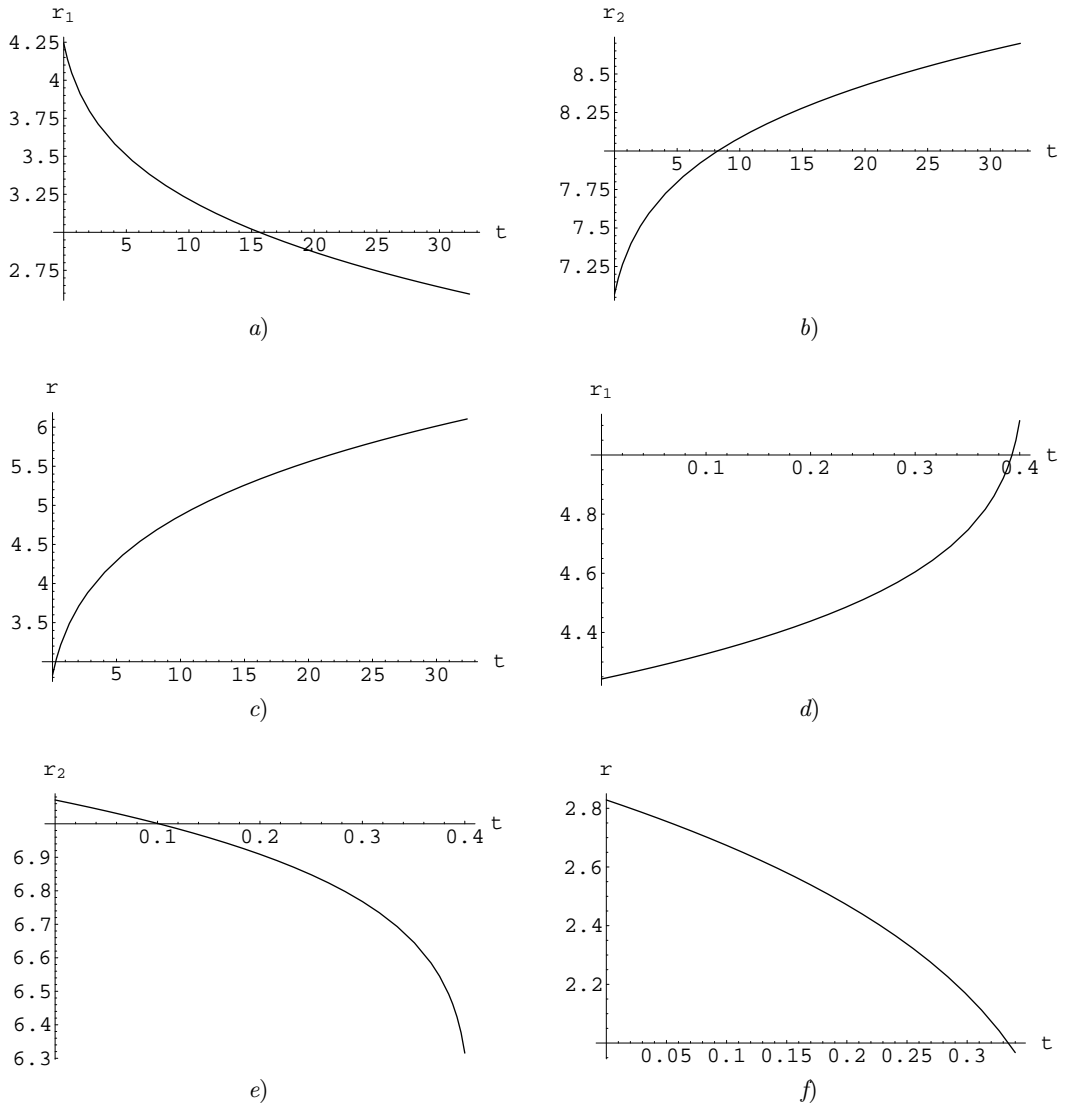


Рис. 3.1. Численные расчеты перемещения частиц: а) r_1 ; б) r_2 ; в) r при ориентации вектора \mathbf{E}_0 вдоль градиента температуры; д) r_1^* ; е) r_2^* ; ф) r^* при ориентации вектора \mathbf{E}_0 перпендикулярно градиенту температуры

Fig 3.1. Numerical calculations of particle displacement: а) r_1 ; б) r_2 ; в) r when the vector \mathbf{E}_0 is oriented along the temperature gradient; д) r_1^* ; е) r_2^* ; ф) r^* when the vector \mathbf{E}_0 is oriented perpendicular to the temperature gradient

Здесь используются безразмерные величины: под r_1 , r_2 , r понимаются перемещения частиц, отнесенные к радиусу частиц a , а под t - время, отнесенное к характерной величине $a^2\rho/\eta$. Вычисления проводились при следующих значениях параметров в системе СГС (сантиметр, грамм, секунда): $\varepsilon_f = 1$, $\varepsilon_p = 3$, $\chi_f = 2$, $\chi_p = 5$, $E_0 = 100$, $\rho = 0.889$, $\eta = 0.01$, $a = 0.001$, $q = 1.5$. Рассматривались две ориентации вектора на-

пряженности электрического поля – вдоль и перпендикулярно градиенту температуры, что соответствует значениям $\omega = \pi/4$, $\omega = 3\pi/4$. Начальное положение первой частицы определяется вектором $\mathbf{r}_{10} = (3, 2)$, а второй частицы – вектором $\mathbf{r}_{20} = (5, 4)$.

Как видно из приведенных расчетов на рис. 3.1, имеется существенная анизотропия в перемещении частиц в зависимости от ориентации вектора напряженности электрического поля относительно градиента температуры. В результате действия диэлектродиффузионной силы частицы могут как собираться вместе, так и отдаляться друг от друга. Аналогичный результат получается и при других начальных положениях частиц. Полученные результаты позволяют утверждать, что диэлектродиффузионная сила отвечает за анизотропное перемещение частиц, концентрируя их в нужном месте или, наоборот, разделяя их. Таким образом, предложенный механизм диэлектродиффузии позволяет управлять перемещением частиц в однородном электрическом поле за счет изменения направления вектора напряженности относительно градиента температуры.

4. Заключение

Рассмотрен механизм действия диэлектродиффузионной силы, действующей на поляризующиеся частицы в неоднородно нагретой жидкости в однородном электрическом поле. Учитывается парное взаимодействие частиц. Считается, что несущая жидкость не поляризуется. Полученные результаты показывают анизотропию перемещение частиц в зависимости от взаимной ориентации векторов напряженности электрического поля и градиента температуры. Электрическое поле с вектором напряженности вдоль градиента температуры собирает частицы вместе, а в случае ориентации вектора напряженности электрического поля перпендикулярно градиенту температуры – удаляет частицы друг от друга. Предложенный механизм управления движением частиц может быть использован в микрофлюидных устройствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gharib G., Butun I., Munganli Z., Kozalak G., Namli I., Sarraf S., Ahmadi V., Toyran E., Van Wijnen A., Kosar A. Biomedical applications of microfluidic devices: a review // Biosensors. 2022. Vol. 12, No. 11. DOI: <https://doi.org/10.3390/bios12111023>
2. Pohl H. A. Dielectrophoresis: the behavior of neutral matter in nonuniform electric fields. Cambridge: Cambridge University Press, 1978. 720 p.
3. Jones T. B. Electromechanics of particles. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 288 p.
4. Shi L., Zhong X., Ding H., Yu Zh., Jin J., Zhou T., Zhu Y., Liu Zh. Continuous separation of microparticles based on optically induced dielectrophoresis // Microfluidics and Nanofluidics. 2022. Vol. 26, No. 6. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-021-02512-0>
5. Valijam S., Salehi A., Andersson M. Design of a low-voltage dielectrophoresis lab-on-the chip to separate tumor and blood cells // Microfluidics and Nanofluidics. 2023. Vol. 27, No. 22. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-023-02632-9>

6. Bu Y., Wang J., Ni S., Guob Yu., Yobas L. Continuous-flow label-free size fractionation of extracellular vesicles through electrothermal fluid rolls and dielectrophoresis synergistically integrated in a microfluidic device // *Lab Chip*. 2023. Vol. 23. pp. 2421–2433. DOI: <https://doi.org/10.1039/D2LC01193J>
7. Мартынов С. И. Определение средней электро-термофоретической силы, действующей на систему поляризующихся частиц в неоднородно нагретой жидкости // *Журнал Средневожского математического общества*. 2022. Т. 24, № 2. С. 185–199. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202202.185-199>
8. Борискина И. П., Сыромьясов А. О. Парное магнитогидродинамическое взаимодействие твердых сфер в медленном продольном потоке вязкой жидкости // *Журнал Средневожского математического общества*. 2019. Т. 21, № 1. С. 78-88. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201901.78-88>
9. Мартынов С. И. Гидродинамическое взаимодействие частиц // *Изв. РАН. Механ. жидкости и газа*. 1998. № 2. С. 112–119.

*Поступила 01.03.2023; доработана после рецензирования 12.05.2023;
принята к публикации 25.05.2023*

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. G. Gharib, I. Butun, Z. Muganli, G. Kozalak, I. Namli, S. Sarraf, V. Ahmadi, E. Toyran, A. Van Wijnen, A. Kosar, “Biomedical applications of microfluidic devices: a review”, *Biosensors*, **12**:11 (2022). DOI: <https://doi.org/10.3390/bios12111023>
2. H. A. Pohl, *Dielectrophoresis: the behavior of neutral matter in nonuniform electric fields*, Cambridge University Press, Cambridge, 1978, 720 p.
3. T. B. Jones, *Electromechanics of particles*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, 288 p.
4. L. Shi, X. Zhong, H. Ding, Zh. Yu, J. Jin, T. Zhou, Y. Zhu, Zh. Liu, “Continuous separation of microparticles based on optically induced dielectrophoresis”, *Microfluidics and Nanofluidics*, **26**:6 (2022). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-021-02512-0>
5. S. Valijam, A. Salehi, M. Andersson, “Design of a low-voltage dielectrophoresis lab-on-the chip to separate tumor and blood cells”, *Microfluidics and Nanofluidics*, **27**:22 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10404-023-02632-9>
6. Y. Bu, J. Wang, S. Ni, Yu. Guob, L. Yobas, “Continuous-flow label-free size fractionation of extracellular vesicles through electrothermal fluid rolls and dielectrophoresis synergistically integrated in a microfluidic device”, *Lab Chip*, **23** (2023), 2421–2433. DOI: <https://doi.org/10.1039/D2LC01193J> 1-11

7. S. I. Martynov, “Determination of the average electro-thermophoretic force acting on a system of polarizable particles in an inhomogeneously heated fluid”, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, **24**:2 (2022), 185–199 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202202.185-199>
8. I. P. Boriskina, A. O. Syromyasov, “Pair-wise MHD-interaction of rigid spheres in longitudinal creeping flow”, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, **21**:1 (2019), 78–88 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201901.78-88>
9. S. I. Martynov, “Hydrodynamic interaction of particles”, *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of fluid and gas*, 1998, no. 2, 112–119 (In Russ.).

Submitted 01.03.2023; Revised 12.05.2023; Accepted 25.05.2023

The author have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: The author declare no conflict of interest.