

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

DOI 10.15507/2079-6900.24.202204.469-484

Оригинальная статья

ISSN 2079-6900 (Print)

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 51-76:004.94

Анализ методов моделирования данных суточной термометрии человека

М. А. Шугурова¹, А. В. Цыганов¹, Ю. В. Цыганова²¹ Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова (г. Ульяновск, Российская Федерация)² Ульяновский государственный университет (г. Ульяновск, Российская Федерация)

Аннотация. Математическое и компьютерное моделирование суточной термометрии позволяет глубже исследовать процессы теплового гомеостаза человека. На практике данные термометрии получают с помощью цифрового термометра, который в автономном режиме считывает температуру кожного покрова человека через определенные временные интервалы. Целью работы является анализ методов моделирования и обработки данных суточной термометрии человека. Первый метод заключается в применении линейных дискретных стохастических моделей в пространстве состояний с гауссовыми шумами и известным вектором входных воздействий, при этом оценивание вектора состояния выполняется дискретным ковариационным фильтром Калмана. Второй метод предполагает, что вектор входных воздействий неизвестен и для обработки данных суточной термометрии используется алгоритм Гиллейса – Де-Мора. Альтернативный вариант — использовать модель с расширенным вектором состояния и алгоритм калмановской фильтрации. Третий метод учитывает наличие аномальных измерений (выбросов) в измерительных данных, для их эффективной фильтрации предлагается использовать коррентропийный фильтр. С целью сравнительного анализа качества алгоритмов дискретной фильтрации в данной работе проведены численные эксперименты по моделированию и обработке данных суточной термометрии в системе MATLAB. Моделирование данных термометрии осуществлялось при помощи трехмерной модели 3dDRCM (трехмерная дискретная каноническая модель в вещественном базисе). Полученные результаты могут быть использованы при исследовании процессов суточной термометрии человека, например, у спортсменов с целью изучения ответной реакции организма на полученную нагрузку.

Ключевые слова: суточная термометрия, тепловой гомеостаз, линейные дискретные стохастические системы, дискретная фильтрация, фильтр Калмана

Для цитирования: Шугурова М.А., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В. Анализ методов моделирования данных суточной термометрии человека // Журнал Средневолжского математического общества. 2022. Т. 24, № 4. С. 469–484. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.469-484>

Об авторах:

Шугурова Марина Александровна, аспирант кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова» (432011, Россия, г. Ульяновск, площадь Ленина, д. 4/5), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9697-3816>, m.a.shugurova@gmail.com

© М. А. Шугурова, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова



Об авторах:

Цыганов Андрей Владимирович, профессор кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова» (432011, Россия, г. Ульяновск, площадь Ленина, д. 4/5), кандидат физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4173-5199>, andrew.tsyganov@gmail.com

Цыганова Юлия Владимировна, профессор кафедры информационных технологий факультета математики, информационных и авиационных технологий, ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет» (432017, Россия, г. Ульяновск, ул. Льва Толстого, д. 42), доктор физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8812-6035>, tsyganovajv@gmail.com

Original article

MSC2020 93A30

Analysis of methods for modeling human daily thermometry data

M. A. Shugurova¹, A. V. Tsyganov¹, Yu. V. Tsyganova²

¹ *Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov (Ulyanovsk, Russian Federation)*

² *Ulyanovsk State University (Ulyanovsk, Russian Federation)*

Abstract. Mathematical and computer modeling of daily thermometry allows to study processes of human thermal homeostasis more deeply. In practice, thermometry data is obtained using a digital thermometer, which autonomously reads the temperature of human skin in certain time intervals. The aim of present work is to analyse the methods of modeling and processing of human daily thermometry data. The first method consists in applying linear discrete stochastic models in the state space with Gaussian noises and known vector of input actions, while the estimation of the state vector is performed by discrete covariance Kalman filter. The second method assumes that the vector of input actions is unknown, and the S. Gillijns and B. D. Moor algorithm is used to process daily thermometry data. An alternative option is to use a model with an extended state vector and a Kalman filtering algorithm. The third method takes into account the presence of anomalous measurements (outliers) in the measurement data, and correntropy filter is proposed for their effective filtering. Numerical experiments for modeling and processing of daily thermometry data in MATLAB were carried out in order to compare the quality of discrete filtering algorithms. Modeling of thermometry data was carried out using a three-dimensional model 3dDRCM (3-dimension Discrete-time Real-valued Canonical Model). The results obtained can be used in the study of human daily thermometry processes, for example, to study the reaction of the athlete's body to the received load.

Keywords: daily thermometry, thermal homeostasis, linear discrete stochastic systems, discrete filtration, Kalman filter

For citation: M. A. Shugurova, A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova. Analysis of methods for modeling human daily thermometry data. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 24:4(2022), 469–484. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.469-484>

About the authors:

Marina A. Shugurova, PhD Student, School of Higher Mathematics, Ulyanovsk State Pedagogical University named after I. N. Ulyanov, (4/5 Lenin Sq., Ulyanovsk 432011, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9697-3816>, m.a.shugurova@gmail.com

Andrey V. Tsyganov, Professor, School of Higher Mathematics, Ulyanovsk State Pedagogical University named after I. N. Ulyanov, (4/5 Lenin Sq., Ulyanovsk 432011, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4173-5199>, andrew.tsyganov@gmail.com

Yulia V. Tsyganova, Professor, School of Information Technology, Faculty of Mathematics, Information and Aviation Technologies, Ulyanovsk State University, (42 Leo Tolstoy St., Ulyanovsk 432017, Russia), Dr.Sci. (Physics and Mathematics), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8812-6035>, tsyganovajv@gmail.com

1. Введение

Тепловой гомеостаз — это физиологическая функция, поддерживающая в организме человека постоянную температуру тела с помощью регуляции процессов теплопродукции и теплоотдачи. Одним из способов изучения процесса теплового гомеостаза является термометрия. Данные термометрии могут быть получены с помощью цифрового термометра, который в автономном режиме считывает температуру кожного покрова человека через определенные интервалы времени, например, 5 минут. Датчиков может быть несколько в разных частях тела, что позволяет одновременно получить несколько наборов измерений. Многочисленные исследования подтверждают важность мониторинга суточной термометрии, например, у спортсменов для изучения ответной реакции организма на полученную нагрузку и контроля процессов восстановления. В работе [1] проведено исследование влияния окружающей среды на температуру различных участков тела спортсменов, занимающихся триатлоном и установлено разнонаправленное изменение показателей температуры тела после интенсивных тренировок в воздушной и водной средах. В работе [2] изучались особенности температурного баланса у высококвалифицированных футболистов в возрасте 17–21 года.

В данной работе рассмотрены математические методы моделирования и обработки данных суточной термометрии человека. Проведенный учеными анализ экспериментальных данных показал [3–4], что процесс суточного изменения температуры тела человека может быть представлен как аддитивная смесь детерминистской составляющей в виде периодического колебательного процесса и стохастической составляющей, которую можно представить гауссовским марковским процессом первого порядка.

В работах [4–6] предложены математические модели теплового гомеостаза здорового человека, принадлежащие классам непрерывных и дискретных линейных стохастических систем с гауссовскими шумами, представленных стохастическими дифференциальными и разностными уравнениями в пространстве состояний.

Цель данной работы — сравнительный анализ некоторых методов моделирования и обработки данных суточной термометрии человека.

2. Методы и организация исследования

2.1. Математические модели суточной термометрии

Рассмотрим класс дискретных линейных стохастических моделей суточной термометрии, впервые предложенный в [4] и далее рассматриваемый в [5–11]:

- 1) 3dDRCM — 3-dimension Discrete-time Real-valued Canonical Model (трехмерная дискретная каноническая модель в вещественном базисе);
- 2) 3dDSOM — 3-dimension Discrete-time Standard Observable Model (трехмерная дискретная стандартная наблюдаемая модель);
- 3) 4dDRCM — 4-dimension Discrete-time Real-valued Canonical Model (четырёхмерная дискретная в вещественном базисе каноническая модель);
- 4) 4dDSOM — 4-dimension Discrete-time Standard Observable Model (четырёхмерная дискретная стандартная наблюдаемая модель).

В основе данного класса моделей лежит процесс изменения температуры тела человека в течение суток, который может быть представлен в виде аддитивной смеси детерминистской и стохастической составляющей. Детерминистская составляющая является периодическим, колебательным процессом, которая в первом приближении представлена моделью гармонического осциллятора с неопределенной, в общем случае, амплитудой и с 24 часовым периодом. Стохастическая составляющая в рассматриваемом классе моделей представлена гауссовским марковским процессом первого порядка.

Приведем краткое описание моделей. Примем следующие обозначения: $\tau \triangleq \Delta t \triangleq t_{k+1} - t_k = 5$ мин — интервал поступления измерений; $\omega_n = 2\pi/1440$ мин⁻¹ — частота колебаний; u_k — среднесуточный уровень температуры; u^* — начальное (заданное) значение среднесуточного уровня температуры; параметры моделей $\lambda, \sigma_w, d \triangleq e^{-\lambda\tau}$, $c \triangleq \cos \omega_n \tau$, $s \triangleq \sin \omega_n \tau$, $g \triangleq \sin 2\omega_n \tau$, $f \triangleq \sin 3\omega_n \tau$; $a \triangleq 1 - d$, $b \triangleq \sigma_w \sqrt{1 - d^2}$, w_k — дискретный гауссовский белый шум (ДГБШ) с единичной ковариацией ($Q = 1$); v_k — ошибка измерения (ДГБШ с нулевым средним и ковариацией $R > 0$); z_k — измерительные данные; n — размер вектора состояния x_k ; m — размер вектора измерений z_k ; r — размер вектора входного воздействия u_k ; K — число измерений.

Модель 3dDRCM.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_{k+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix}}_F \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}}_B u_k + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}}_G w_k, \\ z_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_H x_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где $[x_1 \ x_2 \ x_3]_0^T = [1/2 \ -1/2 \ 0]^T$ — начальное значение вектора состояния модели. В данном случае величина температуры тела человека моделируется как $T_k = x_{1k} + x_{2k} + x_{3k}$.

Модель 3dDSOM. Для удобства моделирования значений температуры тела человека выполнен переход в базис стандартной наблюдаемой модели. Таким образом, получены следующие уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}_{k+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}}_{F_*} \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ ad \\ ad^2 \end{bmatrix}}_{B_*} u_k + \underbrace{\begin{bmatrix} b \\ bd \\ bd^2 \end{bmatrix}}_{G_*} w_k, \\ z_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{H_*} x_k^* + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{array} \right. \quad (2.2)$$

где $-a_3 = d$, $a_2 = -1 - 2dc$, $-a_1 = d + 2c$, $x_0^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]_0^T = [0 \ s \ g]^T$ — начальное значение вектора состояния модели. В данном случае величина температуры тела человека моделируется как $T_k = x_{1k}^*$.

Модель 4dDRCM. Если среднесуточный уровень температуры u_k неизвестен, но является постоянным, т. е. $u_k = \text{const}$, то первую модель можно модифицировать путем расширения вектора состояния. Таким образом, неизвестный параметр модели добавляю в вектор состояния x_k . После данного преобразования вектор состояния станет четырехмерным, а дискретная модель будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{k+1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_F x_k + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}}_G w_k, \\ z_k &= \underbrace{[1 \ 1 \ 1 \ 1]}_H x_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \right. \tag{2.3}$$

где $x_0 = [1/2 \ -1/2 \ 0 \ u^*]^T$ — начальное значение вектора состояния. В данном случае величина температуры тела человека T_k моделируется как сумма всех компонент вектора состояния x_k .

Модель 4dDSOM. Переходя в базис стандартной наблюдаемой модели, получим:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{k+1}^* &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4 & -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}}_{F_*} x_k^* + \underbrace{\begin{bmatrix} b \\ bd \\ bd^2 \\ bd^3 \end{bmatrix}}_{G_*} w_k, \\ z_k &= \underbrace{[1 \ 0 \ 0 \ 0]}_{H_*} x_k^* + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \right. \tag{2.4}$$

где $-a_4 = -d$, $-a_3 = 2cd + d + 1$, $-a_2 = -(2cd + 2c + d + 1)$, $-a_1 = d + 1 + 2c$, $x_0^* = [u^* \ s + u^* \ g + u^* \ f + u^*]^T$ — начальное значение вектора состояния модели. В данном случае величина температуры тела человека моделируется как $T_k = x_{1k}^*$.

2.2. Дискретная фильтрация данных термометрии в случае известного среднесуточного уровня температуры

Параметры моделей могут быть идентифицированы в результате применения процедуры параметрической идентификации по методу вспомогательного функционала качества [7]. Далее матрицы-параметры моделей используются в алгоритме дискретной фильтрации Калмана (СКФ) [12] для реализации алгоритма обработки данных суточной термометрии. Условием применения алгоритма Калмана для моделей 3dDRCM и 3dDSOM является знание детерминированного вектора входных воздействий u_k , который соответствует среднесуточному уровню температуры. Метод моделирования с использованием дискретного фильтра Калмана применим и для четырехмерных моделей 4dDRCM и 4dDSOM.

2.3. Дискретная фильтрация данных термометрии в случае неизвестного среднесуточного уровня температуры

В более реальном случае априорной неопределенности среднесуточного уровня температуры u_k в работах [9–10] предложен метод моделирования и обработки данных суточной термометрии на основе алгоритма дискретной фильтрации Гиллейнса–Де-Мора [13]. Данный метод может применяться к широкому кругу задач оценивания и параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем (см., например, [14]). Суть метода заключается в том, что в модели 3dDSOM вектор входных воздействий u_k считаем неизвестным, и применяем указанный выше алгоритм для одновременного вычисления оценок температуры T_k и среднесуточного уровня температуры u_k .

Алгоритм Гиллейнса–Де-Мора (GDM).

Инициализация. Задать начальные значения $P_0 = \Pi_0$, $\hat{x}_0 = \bar{x}_0$.

Для $k = 1, 2, \dots, K$ выполнять

Начало цикла

- 1) прогноз оценки вектора состояния

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k-1} &= F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}, \\ P_{k|k-1} &= F_{k-1}P_{k-1|k-1}F_{k-1}^T + Q_{k-1},\end{aligned}$$

- 2) оценка вектора входных воздействий

$$\begin{aligned}\tilde{R}_k &= H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \\ D_k &= H_k B_{k-1}, \\ M_k &= (D_k^T \tilde{R}_k^{-1} D_k)^{-1} D_k^T \tilde{R}_k^{-1}, \\ \hat{u}_{k-1} &= M_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}),\end{aligned}$$

- 3) коррекция оценки вектора состояния

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k}^* &= \hat{x}_{k|k-1} + B_{k-1} \hat{u}_{k-1}, \\ P_{k|k-1}^* &= (I_n - B_{k-1} M_k H_k) P_{k|k-1} (I_n - B_{k-1} M_k H_k)^T + B_{k-1} M_k R_k M_k^T B_{k-1}^T, \\ \tilde{R}_k^* &= (I_m - H_k B_{k-1} M_k) \tilde{R}_k (I_m - H_k B_{k-1} M_k)^T, \\ S_k^* &= -B_{k-1} M_k R_k, \\ \alpha_k &= [0 \ I_p] U_k^T \tilde{S}_k^{-1}, \\ K_k &= (P_{k|k}^* H_k^T + S_k^*) \alpha_k^T (\alpha_k \tilde{R}_k^* \alpha_k^T)^{-1} \alpha_k, \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k}^* + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k}^*), \\ P_{k|k} &= P_{k|k}^* - K_k (P_{k|k}^* H_k^T + S_k^*)^T.\end{aligned}$$

Конец цикла

Недостаток методов моделирования и обработки данных с помощью алгоритмов Калмана и Гиллейнса–Де-Мора заключается в том, что они не учитывают возможные появления аномальных измерений в данных суточной термометрии человека.

Аномальные измерения могут появиться в случае, когда датчик случайно отошел от кожного покрова при движении человека и измеренная температура имеет неправдоподобно низкое значение.

В данной работе мы предлагаем третий метод моделирования и обработки данных суточной термометрии, который позволяет учесть наличие аномальных измерений.

2.4. Дискретная фильтрация данных термометрии при наличии аномальных измерений

Во-первых, мы предлагаем во всех рассматриваемых моделях модифицировать уравнение измерений следующим образом:

$$z_k = Hx_k + v_k^*,$$

где погрешность измерений v_k^* моделируется как $v_k^* = v_k + s_k$. Последовательность v_k^* представляет собой сумму гауссовского шума v_k и негауссовского шума s_k (“shot noise”) [15]. Таким способом может быть, например, смоделирована типичная ситуация, когда цифровой термометр отклеивается от кожного покрова человека и передает «аномальные» (в данном случае заниженные) измерения. Конкретный вид распределения s_k зависит от моделируемой ситуации.

Во-вторых, для построения алгоритмов моделирования и обработки данных суточной термометрии с учетом этой новой модификации моделей мы предлагаем применять коррентропийный фильтр [15–17], который является робастной модификацией фильтра Калмана. Коррентропия определяется как статистическая мера близости между двумя случайными величинами и позволяет учитывать моменты второго и более высокого порядка.

Алгоритм максимальной коррентропии (МССКФ).

Инициализация. Задать начальные значения $P_0 = P_0$, $\hat{x}_0 = \bar{x}_0$.

Для $k = 1, 2, \dots, K$ выполнять

Начало цикла

- 1) прогноз оценки вектора состояния

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^- &= F\hat{x}_{k-1}, \\ P_{k|k-1} &= FP_{k-1|k-1}F^T + Q_k.\end{aligned}$$

- 2) коррекция оценки вектора состояния

$$\begin{aligned}L_k &= \frac{G_\sigma \left(\|y_k - H\hat{x}_k^- \|_{R_k^{-1}} \right)}{G_\sigma \left(\| \hat{x}_k^- - F\hat{x}_{k-1} \|_{P_{k|k-1}^{-1}} \right)}, \\ K_k &= \left(P_{k|k-1}^{-1} + L_k H^T R_k^{-1} H \right)^{-1} L_k H^T R_k^{-1}, \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-), \\ P_{k|k} &= (I - K_k H) P_{k|k-1} (I - K_k H)^T + K_k R_k K_k^T.\end{aligned}$$

Конец цикла

3. Описание условий проведения вычислительных экспериментов

С целью анализа применимости рассмотренных алгоритмов дискретной фильтрации проведем серию вычислительных экспериментов в программной среде MATLAB.

Приведем план вычислительного эксперимента.

1. Задать параметры моделей (2.1)–(2.4). Значения параметров приведены в Таблице 3.1.
2. Определить интервал моделирования, кратный количеству измерений за сутки.
3. Сгенерировать для каждого дискретного момента времени k гауссовы случайные величины w_k и v_k с нулевым математическим ожиданием и заданными ковариациями Q и R , соответственно, а также величины s_k .
4. Предполагая, что “истинное” значение среднесуточного уровня температуры u^* известно, смоделировать при помощи модели 3dDRCM значения вектора состояния x_k и зашумленные измерения z_k .
5. Применяя алгоритмы дискретной фильтрации, выполнить:
 - а) в алгоритме Калмана по предыдущей оценке \hat{x}_{k-1} и текущему измерению z_k , вычислить текущую оценку \hat{x}_k по уравнениям алгоритма СКФ;
 - б) в алгоритме Гиллейнса – Де-Мора по предыдущей оценке \hat{x}_{k-1} и текущему измерению z_k , вычислить оценки \hat{x}_k и \hat{u}_{k-1} по уравнениям алгоритма GDM;
 - в) в алгоритме максимальной коррентропии по предыдущей оценке \hat{x}_{k-1} и текущему измерению z_k , вычислить текущую оценку \hat{x}_k по уравнениям алгоритма МССКФ.

В Таблице 3.1 приведены значения параметров моделей и вычислительных экспериментов.

Таблица 3.1. Значения параметров моделей 3dDRCM, 3dDSOM, 4dDRCM и 4dDSOM

Table 3.1. Parameter values of 3dDRCM, 3dDSOM, 4dDRCM and 4dDSOM models

Интервал измерений τ , мин. (Measurement interval τ , min.)	5
Количество суток $DAYS$ (Number of days $DAYS$)	2
Число смоделированных данных N (Number of simulated data N)	576
Число измерений K (Number of measurements K)	288
Значение параметра σ_w (Parameter value σ_w)	0.3
Значение параметра λ (Parameter value λ)	1/60
Время корреляции модельного шума T_n , мин. (Model noise correlation time T_n , min.)	24 · 60
Частота колебаний ω_n , мин ⁻¹ (Oscillation frequency ω_n , min. ⁻¹)	2 π / T_n

Среднесуточный уровень температуры u^* , °C (Average daily temperature u^* , °C)	36.7
Ковариация погрешности измерений R (Covariance of measurement error R)	$(0.1)^2$
Ковариация модельного шума Q (Covariance of model noise Q)	1

Моделирование температуры и зашумленных измерений осуществлялось с помощью трехмерной модели 3dDRCM. Период моделирования температурных данных составлял двое суток с интервалом измерений 5 мин, моделирование зашумленных измерений и оценивание значений температуры осуществлялось начиная со вторых суток. Таким образом, общее число смоделированных данных составило $N = 576$, а зашумленных измерений — $K = 288$.

Аномальные измерения моделировались с помощью негауссовского шума s_k . В результате были сгенерированы следующие значения z_k : $z_{50} = 31.5$, $z_{100} = 35$, $z_{150} = 32$, $z_{200} = 34$, $z_{250} = 33$.

4. Результаты и их обсуждение

Результаты численных экспериментов представлены на Рис. 4.1–4.5. На всех рисунках в скобках указаны модели, применявшиеся при моделировании и оценивании значений температуры.

На Рис. 4.1 представлены результаты оценивания температуры ковариационным

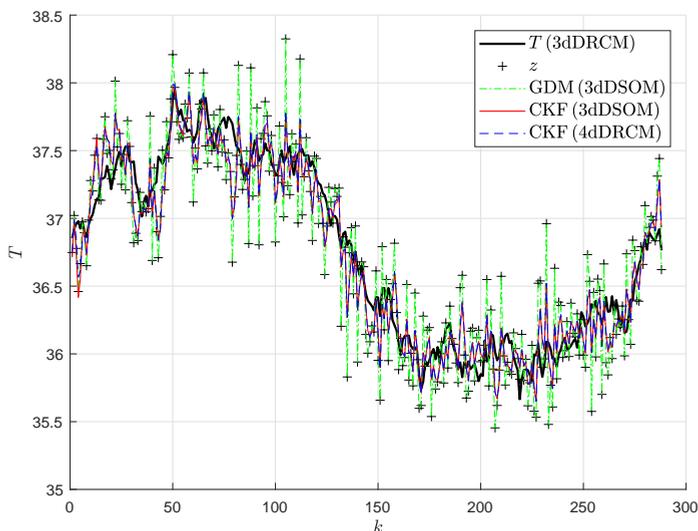


Рис. 4.1. Результаты оценивания температуры ковариационным фильтром Калмана (CKF) и алгоритмом Гиллейнса–Де-Мора (GDM)
Fig 4.1. Results of temperature estimation by the covariance Kalman filter (CKF) and the Gillijns-De Moor algorithm (GDM)

фильтром Калмана (СКФ) и алгоритмом Гиллейнса–Де-Мора (GDM) с использованием моделей 3dDSOM и 4dDRCM, причем в алгоритме GDM (3dDSOM) значение среднесуточной температуры предполагалось неизвестным.

Из Рис. 4.1 видно, что алгоритмы СКФ (3dDSOM) и СКФ (4dDRCM) показывают сравнимые результаты, а алгоритм GDM (3dDSOM) не фильтрует зашумленные измерения, что объясняется особенностями поведения алгоритма Гиллейнса–Де-Мора при $m = r$.

В случае $m > r$ поведение алгоритма Гиллейнса–Де-Мора изменяется. На Рис. 4.2 представлены результаты оценивания температуры GDM (3dDSOM) для значений $m = 1, 2, 4$.

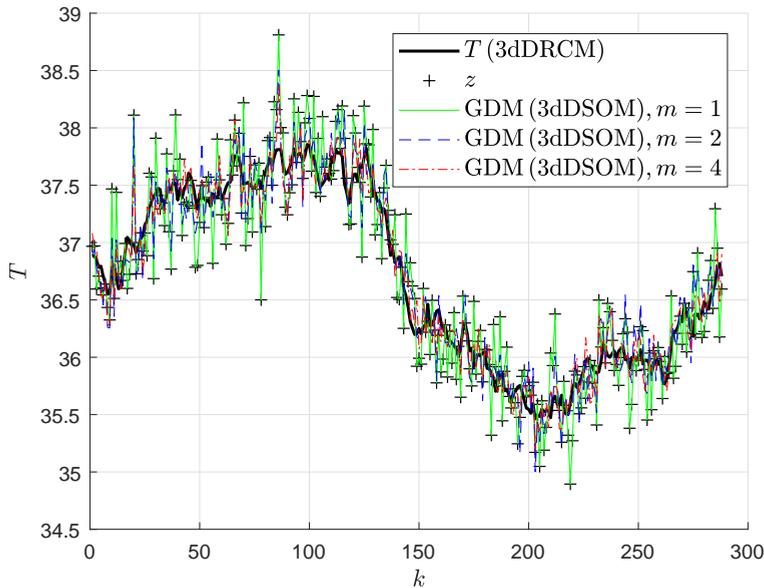


Рис. 4.2. Результаты оценивания температуры алгоритмом Гиллейнса–Де-Мора (GDM) для разных значений m
Fig 4.2. Results of temperature estimation by the Gillijns-De Moor algorithm (GDM) for different values of m

Из Рис. 4.2 видно, что с увеличением m качество оценивания возрастает.

В модели 4dDRCM среднесуточной температуре соответствует компонента x_4 . На Рис. 4.3 представлены результаты оценивания среднесуточной температуры алгоритмом СКФ (4dDRCM).

Из Рис. 4.3 видно, что с ростом k значение оценки стремится к истинному значению $u = 36.7$.

На Рис. 4.4 представлены результаты оценивания среднесуточной температуры алгоритмом GDM (3dDSOM) для значений $m = 1, 2, 4$.

Из Рис. 4.4 видно, что с увеличением m разброс значений оценки уменьшается.

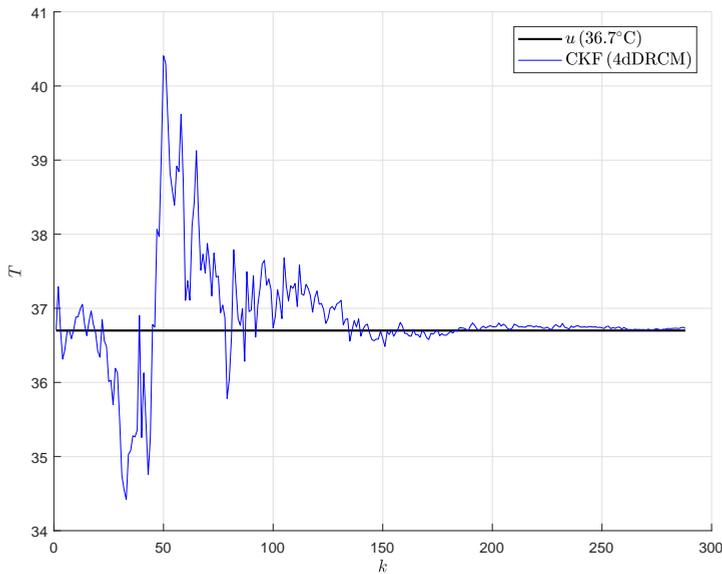


Рис. 4.3. Результаты оценивания среднесуточной температуры ковариационным фильтром Калмана (CKF)

Fig 4.3. Results of estimation of the average daily temperature by the covariance Kalman filter (CKF)

В Таблице 4.1 приведены средние значения μ и дисперсии D результатов оценивания u_k для различных значений m .

Таблица 4.1. Средние значения и дисперсии результатов оценивания u_k алгоритмом GDM (3dDSOM)

Table 4.1. Mean values and variances of the estimation results of u_k by the GDM algorithm (3dDSOM)

m	μ	D
1	36.6812	31.4983
2	36.7092	16.5588
4	36.6945	7.9137

На Рис. 4.5 приведены результаты оценивания температуры фильтрами CKF (4dDRCM) и МССKF (4dDRCM) при наличии аномальных измерений. Из Рис. 4.5 видно, что аномальные измерения лучше обрабатываются коррентропийным фильтром.

Таким образом, в случае, когда значение среднесуточной температуры (мезора) известно, для обработки экспериментальных данных в моделях 3dDRCM, 3dDSOM, 4dDRCM, 4dDSOM рекомендуется применение первого метода, основанного на использовании дискретного ковариационного фильтра Калмана [12]. В качестве математической модели суточной термометрии, используемой в алгоритме фильтрации, предпочтительнее выбирать стандартные наблюдаемые модели 3dDSOM и 4dDSOM, поскольку в них первая компонента вектора состояния соответствует текущему значению темпе-

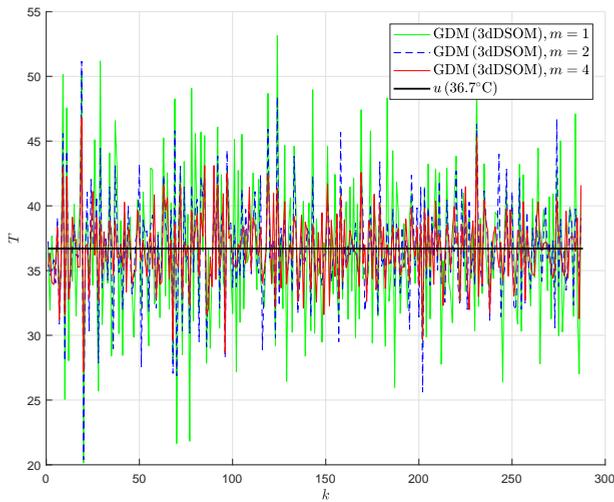


Рис. 4.4. Результаты оценивания среднесуточной температуры алгоритмом Гиллейнса–Де-Мора (GDM) для разных значений m
Fig 4.4. Results of estimation of the average daily temperature by the Gillijns-De Moor algorithm (GDM) for different values of m

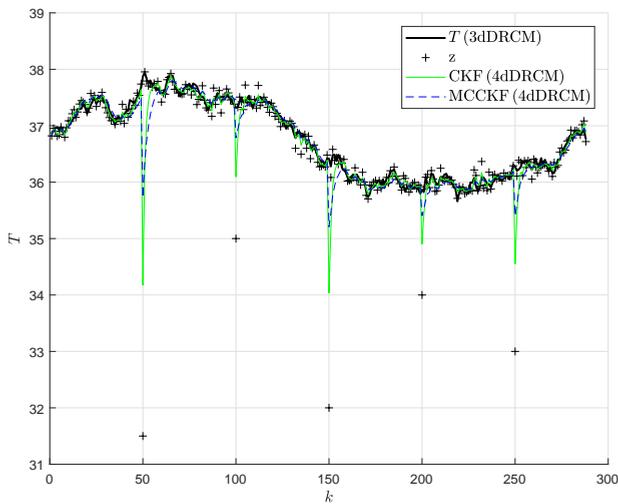


Рис. 4.5. Результаты оценивания температуры при наличии аномальных измерений ковариационным фильтром Калмана (СКФ) и модифицированным коррентропийным фильтром (МССКФ)
Fig 4.5. Results of temperature estimation in the presence of anomalous measurements by the covariance Kalman filter (CKF) and the modified correntropy filter (MCCKF)

ратуры тела T_k .

Второй метод рекомендуется применять, когда среднесуточная температура u_k не известна. В этом случае для моделей 3dDRCM и 3dDSOM алгоритм Калмана применять нельзя. Однако для них имеется алгоритм Гиллейнса – Де-Мора [13], позволяющий совместно оценивать вектор состояния и неизвестный вектор входного воздействия без увеличения размерности задачи [9–10]. Предпочтительнее использовать в алгоритме фильтрации модель 3dDSOM, поскольку в ней первая компонента вектора состояния соответствует значению температуры тела T_k .

Второй вариант решения задачи моделирования с неизвестным u_k — расширить вектор состояния путем добавления в него компоненты $x_{4k} = u_k$ и применить калмановскую фильтрацию на основе моделей 4dDRCM и 4dDSOM. Предпочтительнее использовать в алгоритме Калмана модель 4dDSOM, поскольку в ней первая компонента вектора состояния соответствует значению температуры тела T_k .

Третий метод, который мы предлагаем в настоящей работе, предполагает новую модификацию математических моделей суточной термометрии и применение коррентропийного фильтра [15–17] для обработки данных термометрии, содержащих аномальные измерения. Применение такого фильтра способствует получению более качественных оценок значений температуры при наличии аномальных измерений, моделируемых гауссовыми шумами, содержащими выбросы. Следует отметить, что качество фильтрации также зависит от параметра коррентропийного фильтра σ . Исследование влияния данного параметра на качество получаемых оценок может быть предметом отдельного исследования.

5. Заключение

В работе проведен анализ методов моделирования и обработки данных суточной термометрии человека. В основе каждого метода лежит математическая модель процесса теплового гомеостаза человека и алгоритм обработки данных. Выбор конкретного метода зависит от наличия доступной информации о процессе измерения. Данные методы реализованы в виде программы для ЭВМ в среде MATLAB и могут быть использованы для изучения процессов суточной термометрии теплового гомеостаза человека, например, у спортсменов с целью изучения ответной реакции и процессов адаптации организма к физическим нагрузкам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аикина Л. И. Особенности состояния температуры тела спортсмена, занимающегося триатлоном // Адаптивная физическая культура. 2016. Т. 68, № 4. С. 16–18.
2. Захарьева Н. Н., Алхаким А. Возрастные особенности морфофункционального статуса и температурного гомеостаза футболистов высокой квалификации // Человек. Спорт. Медицина. 2019. Т. 19, № 1. С. 135–139. DOI: <https://doi.org/10.14529/hsm190119>
3. Kelly G. Body temperature variability (Part 1): a review of the history of body temperature and its variability due to site selection, biological rhythms, fitness, and aging // Altern. Med. Rev. 2006. Vol. 11, No. 4. pp. 278–293.

4. Semushin I. V., Tsyganova J. V., Skovikov A. G. Identification of a simple homeostasis stochastic model based on active principle of adaptation // Proceedings of International Conference «Applied Stochastic Models and Data Analysis ASMDA 2013& DEMOGRAPHICS 2013». Barcelona, 2013. pp. 775–783. DOI: <https://doi.org/10.4236/ijcns.2013.612055>
5. Кроливецкая Ю. М., Петрова Е. С. Построение стохастических моделей теплового гомеостаза человека // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер. Управление, вычисл. техн. информ. 2014. № 1. С. 140–152.
6. Цыганова Ю. В. Об одной модели суточной термометрии теплового гомеостаза человека // Первая Международная заочная научно-практическая конференция «Фундаментальные и прикладные исследования по приоритетным направлениям биоэкологии и биотехнологии». Ульяновск: УлГПУ им. И. Н. Ульянова, 2015. С. 167–170.
7. Semushin I. V., Tsyganova J. V., Kulikova M. V., Tsyganov A. V., Peskov A. B. Identification of human body daily temperature dynamics via minimum state prediction error method // Proceedings of European Control Conference. Aalborg, 2016. pp. 2429–2434.
8. Semushin I. V., Tsyganova Yu. V. Dynamical physically structured data modeling vs. classical time series analysis: A case study related to clinical trial data analysis // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1368, No. 5. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1368/5/052028>
9. Цыганов А. В., Цыганова Ю. В., Столярова И. В. Математическое и компьютерное моделирование суточной термометрии теплового гомеостаза здорового человека // Теория и практика физической культуры. 2019. № 2. С. 65–67.
10. Цыганов А. В., Цыганова Ю. В. Моделирование и обработка данных суточной термометрии // Поволжский педагогический поиск. 2020. Т. 31, № 1. С. 143–149. DOI: <https://doi.org/10.33065/2307-1052-2020-1-31-143-149>
11. Шугурова М. А. Анализ свойств управляемости и наблюдаемости математических моделей суточной термометрии // Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2021. № 2. С. 97–104.
12. Grewal M. S., Andrews A. P. Kalman filtering: theory and practice using MATLAB. New Jersey: Prentice Hall, 2001. 401 p.
13. Gillijns S., De Moor B. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough // Automatica. 2007. Vol. 43, No. 5. pp. 934–937. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.11.016>
14. Кувшинова А. Н. Динамическая идентификация смешанных граничных условий в модели конвективно-диффузионного переноса в условиях зашумленных измерений // Журнал Средневожского математического общества. 2019. Т. 21, № 4. С. 469–479. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201904.469-479>

15. Izanloo R., Fakoorian S. A., Yazdi H. S., Simon D. Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise // Proceedings of the 2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS). 2016. pp. 500–505. DOI: <https://doi.org/10.1109/CISS.2016.7460553>
16. Kulikova M. V. Factored-form Kalman-like implementations under maximum correntropy criterion // Signal Processing. 2019. Vol. 60. pp. 328–338. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.03.003>
17. Kulikova M. V. Chandrasekhar-based maximum correntropy Kalman filtering with the adaptive Kernel size selection // IEEE Transactions on Automatic Control. 2020. Vol. 65, No. 2. pp. 741–748. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2019.2919341>

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Поступила 20.08.2022; доработана после рецензирования 26.10.2022;
принята к публикации 23.11.2022*

REFERENCES

1. L. I. Aikina, “Features of the state of body temperature of an athlete involved in triathlon”, *Adaptive Physical Culture*, **68**:4 (2016), 16–18.
2. N. N. Zakharieva, A. Alkhakim, “Age features of the morphofunctional status and temperature homeostasis of highly qualified football players”, *Man. Sport. Medicine*, **19**:1 (2019), 135–139 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.14529/hsm190119>
3. G. Kelly, “Body temperature variability (Part 1): a review of the history of body temperature and its variability due to site selection, biological rhythms, fitness, and aging”, *Altern. Med. Rev.*, **11**:4 (2006), 278–293.
4. I. V. Semushin, J. V. Tsyganova, A. G. Skovikov, “Identification of a simple homeostasis stochastic model based on active principle of adaptation”, *Proceedings of International Conference “Applied Stochastic Models and Data Analysis ASMDA 2013 & DEMOGRAPHICS 2013”* (25–28 June 2013 Mataro (Barcelona), Spain.), Barcelona, 2013, 775–783 DOI: <https://doi.org/10.4236/ijcns.2013.612055> (In Russ.).
5. Yu. M. Krolivetskaya, E. S. Petrova, “Construction of stochastic models of human thermal homeostasis”, *Vestn. Astrakhan. State Tech. University Ser. Control, Computing Tech. Inform.*, 2014, no. 1, 140–152 (In Russ.).
6. Yu. V. Tsyganova, “About one model of daily thermometry of human thermal homeostasis”, *First International Correspondence Scientific and Practical Conference «Fundamental and applied research in priority areas of bioecology and biotechnology», section “Mathematical modeling in bioecology and biotechnology”* (Ulyanovsk. February 2015), UISPU named after I. N. Ulyanova, Ulyanovsk, 2015, 167–170 (In Russ.).

7. I. V. Semushin, J. V. Tsyganova, M. V. Kulikova, A. V. Tsyganov, A. B. Peskov, “Identification of human body daily temperature dynamics via minimum state prediction error method”, *Proceedings of European Control Conference* (Aalborg, Denmark. June 29–July 1, 2016), 2016, 2429–2434.
8. I. V. Semushin, Yu. V. Tsyganova, “Dynamical physically structured data modeling vs. classical time series analysis: A case study related to clinical trial data analysis”, *Journal of Physics: Conference Series*, **1368**:5 (2019). DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1368/5/052028>
9. A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova, I. V. Stolyarova, “Mathematical and computer modeling of daily thermometry of thermal homeostasis of a healthy person”, *Theory and Practice of Physical Culture*, 2019, no. 2, 65–67 (In Russ.).
10. A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova, “Modeling and processing of daily temperature data”, *Volga Pedagogical Search*, **31**:1 (2020), 143–149 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.33065/2307-1052-2020-1-31-143-149>
11. M. A. Shugurova, “Analysis of controllability and observability properties of mathematical models of daily thermometry”, *Scientific Notes of UIGU. Ser. Mathematics and Information Technology*, 2021, no. 2, 97–104 (In Russ.).
12. M. S. Grewal, A. P. Andrews, *Kalman filtering: theory and practice using MATLAB.*, Prentice Hall, New Jersey, 2001, 401 p.
13. S. Gillijns, B. D. Moor, “Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough”, *Automatica*, **43**:5 (2007), 934–937. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.11.016>
14. A. N. Kuvshinova, “Dynamic identification of boundary conditions for convection-diffusion transport model in the case of noisy measurements”, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, **21**:4 (2019), 469–479 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201904.469-479>
15. R. Izanloo, S. A. Fakoorian, H. S. Yazdi, D. Simon, “Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise”, *Proceedings of the 2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*, 2016, 500–505. DOI: <https://doi.org/10.1109/CISS.2016.7460553>
16. M. V. Kulikova, “Factored-form Kalman-like implementations under maximum correntropy criterion”, *Signal Processing*, **60** (2019), 328–338. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.03.003>
17. M. V. Kulikova, “Chandrasekhar-based maximum correntropy Kalman filtering with the adaptive Kernel size selection”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **65**:2 (2020), 741–748. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2019.2919341>

Submitted 20.08.2022; Revised 26.10.2022; Accepted 23.11.2022

The authors have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: The author declare no conflict of interest.