

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

DOI 10.15507/2079-6900.24.202204.419-435

Оригинальная статья

ISSN 2079-6900 (Print)

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 519.63

Численное моделирование селективного лазерного плавления методом SPH**А. Н. Быков, М. Н. Вишнякова, Ю. Н. Дерюгин, А. Б. Емельянов, А. А. Лазарев, С. Н. Полищук, К. В. Черенкова***ФГУП «РФЯЦ – ВНИИЭФ» (г. Саров, Россия)*

Аннотация. В настоящее время ведется активное развитие технологий аддитивного производства, что требует создания расчетных методик для описания протекающих при этом физических процессов. Одним из методов, используемых для производства деталей из металлического порошка, является метод селективного лазерного плавления. В данной работе представлена численная методика на основе метода SPH для моделирования процесса спекания порошка под воздействием лазерного луча. Течение жидкости, образующейся в результате плавления, описывается уравнениями Навье-Стокса, в которых учитываются силы давления, вязкие силы и поверхностные силы на границе раздела фаз. Тепловое состояние определяется из уравнения сохранения энергии, в котором учитываются тепловые процессы, объемное поглощение энергии лазерного излучения, конвективный теплообмен с внешней средой и радиационное излучение. Фазовые переходы между твердой и жидкой фазой описываются в рамках обобщенной формулировки задачи Стефана. Расчетная методика проверена на тестах, характерных для рассматриваемого класса задач. Проведено сравнение с аналитическим решением, с решениями, полученными по другим модификациям метода SPH, и с экспериментальными данными.

Ключевые слова: SLM, SPH, уравнения Навье-Стокса, теплопроводность, задача Стефана, фазовые переходы, тестовые задачи

Для цитирования: Быков А. Н., Вишнякова М. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов А. Б., Лазарев А. А., Полищук С. Н., Черенкова К. В. Численное моделирование селективного лазерного плавления методом SPH // Журнал Средневолжского математического общества. 2022. Т. 24, № 4. С. 419–435. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.419-435>

Об авторах:

Быков Александр Николаевич, начальник научно-исследовательского отдела, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9954-084>, ban3101@mail.ru

Вишнякова Марина Николаевна, старший научный сотрудник, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0488-518X>, Marina.N.Vishnyakova@gmail.com

Дерюгин Юрий Николаевич, главный научный сотрудник, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), доктор физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3955-775X>, dyn1947@yandex.ru

© А. Н. Быков, М. Н. Вишнякова, Ю. Н. Дерюгин, А. Б. Емельянов, А. А. Лазарев, С. Н. ...



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License.
This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Емельянов Андрей Борисович, старший научный сотрудник, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3549-3891>, abe75@yandex.ru

Лазарев Алексей Александрович, научный сотрудник, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0577-5732>, lazarev.alex94@gmail.com

Полищук Сергей Николаевич, начальник научно-исследовательской лаборатории, РФЯЦ ВНИИЭФ (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7158-7393>, S.N.Polischuk@yandex.ru

Черенкова Кристина Вадимовна, младший научный сотрудник, РФЯЦ ВНИИЭФ, (607188, Россия, г. Саров, пр. Мира, д. 37), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0548-8861>, cherenkova031996@mail.ru

Original article

MSC2020 76D05

Numerical simulation of selective laser melting by the SPH method

A. N. Bykov, M. N. Vishnyakova, Yu. N. Deryugin, A. B. Emelyanov, A. A. Lazarev, S. N. Polishchuk, K. V. Cherenkova

FSUE RFNC - VNIIEF (Sarov, Russia)

Abstract. Currently, additive manufacturing technologies develop actively. This requires creation of computational methods to describe physical processes occurring at the time of manufacturing. One of the methods used for the production of metal powder parts is the method of selective laser melting. This paper presents an SPH-based numerical technique for modeling the process of powder sintering under the influence of a laser beam. The flow of liquid formed as a result of melting is described by the Navier-Stokes equations. Pressure forces, viscous effects and surface forces at the interface are included in the force balance. The thermal state is determined from the energy conservation law, which takes into account thermal processes, volumetric absorption of laser radiation energy, convective heat exchange with the external environment and radiation. Phase transitions between solid and liquid phases are described in the framework of the generalized formulation of the Stefan problem. The calculation method is verified on tests specific to the class of problems under consideration. A comparison is made with the analytical solution, as well as with solutions obtained by other modifications of the SPH method, and with experimental data.

Keywords: SLM, SPH, Navier-Stokes equations, thermal conductivity, Stefan problem, phase transitions, test problems

For citation: *A. N. Bykov, M. N. Vishnyakova, Yu. N. Deryugin, A. B. Emelyanov, A. A. Lazarev, S. N. Polishchuk, K. V. Cherenkova. Numerical simulation of selective laser melting by the SPH method. Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva. 24:4(2022), 419–435. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202204.419-435>*

About the authors:

Alexander N. Bykov, Chief researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Nizhny Novgorod region, Russia), Ph. D. (Physics and Mathematics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9954-084>, ban3101@mail.ru

A. N. Bykov, M. N. Vishnyakova, Yu. N. Deryugin, A. B. Emelyanov, A. A. Lazarev, S. N. Polishchuk, ...

Marina N. Vishnyakova, Senior researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), Ph. D. (Physics and Mathematics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0488-518X>, Marina.N.Vishnyakova@gmail.com

Yuriy N. Deryugin, Chief Researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), D. Sci. (Physics and Mathematics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3955-775X>, dyn1947@yandex.ru

Andrey B. Emelyanov, Senior researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3549-3891>, abe75@yandex.ru

Alexey A. Lazarev, Researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0577-5732>, lazarev.alex94@gmail.com

Sergey N. Polishchuk, CChief researcher, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, Cand. Sc. (Physics and Mathematics), (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), Ph. D. (Physics and Mathematics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7158-7393>, S.N.Polischuk@yandex.ru

Christina V. Cherenkova, Junior research, Department of the Institute of Theoretical and Mathematical Physics, Russian Federal Nuclear Center, (37 Mira Ave., Sarov, 607188, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0548-8861>, cherenkova031996@mail.ru

1. Математическая модель

Метод селективного лазерного плавления (метод SLM, англ. Selective Laser Melting) [1,2] предполагает поэтапное выпекание деталей произвольной формы посредством плавления слоя за слоем порошковой смеси (обычно сталь или титан) под действием лазерного луча. Шаг в процессе плавления начинается с ровного распределения слоя сферических порошковых частиц на подложке либо уже на проплавленном металле. На частицы воздействуют лучом лазера, который характеризуется распределением интенсивности пятна на поверхности частиц и объемным распределением поглощения и рассеивания энергии веществом частиц. В соответствии с компьютерной программой луч лазера перемещается по двумерной поверхности слоя частиц. При поглощении энергии лазерного луча происходит плавления частиц порошка. Образующаяся жидкая фаза под действием термического давления, сил поверхностного натяжения и силы тяжести осаждается на подложку либо на проплавленный металл. После остывания образуется новый слой проплавленного металла.

Нестационарное течение расплавленного вещества будем рассматривать как течение вязкой жидкости, для описания которого применяются уравнения Навье-Стокса. Уравнения неразрывности и движения в переменных Лагранжа имеют следующий вид

$$\begin{aligned}\frac{d\rho}{dt} &= -\rho\nabla\vec{u}, \\ \frac{d\vec{u}}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\nabla pI + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\vec{u} + \vec{g} + \vec{F}, \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{u},\end{aligned}\tag{1.1}$$

где $\vec{r} = (x, y, z)$ – вектор перемещения, t – время, ρ – плотность, \vec{u} – вектор скорости, p – давление, I – единичный тензор, μ – коэффициент динамической вязкости, \vec{g} – вектор

ускорения свободного падения, \vec{F} – вектор массовых сил.

Давление вычисляется из уравнения состояния вида

$$p = c_z^2(\rho - \rho_0).$$

Здесь коэффициент c_z – аналог скорости звука, подбираемый в расчетах для моделирования несжимаемых сжимаемых течений, $\tilde{\rho}_0$ – функция начальной плотности, зависящей от температуры [3]

$$\rho_0(T) = \rho_0 \left(1 + \alpha_T \left(1 - \frac{T}{T_0} \right) \right),$$

где ρ_0 – начальная плотность, T_0 – начальная температура, α_T – коэффициент теплового расширения.

На поверхности жидкости реализуется дополнительное давление [4], которое моделируется массовой силой

$$\vec{F} = \sigma k \vec{n} + \nabla \sigma = \sigma k \vec{n} + \frac{d\sigma}{dT} \nabla T, \quad (1.2)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, k – кривизна поверхности, \vec{n} – вектор внешней нормали к поверхности, $\nabla \sigma$ – тангенциальный поверхностный градиент, $\frac{d\sigma}{dT}$ – температурный коэффициент поверхностного натяжения.

Уравнение энергии в переменных Лагранжа, включающее обобщенную формулировку задачи Стефана [5, 6], записывается в следующем виде

$$\left(C_p + \frac{\Delta H}{\Delta T} \delta(T - T_M) \right) \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla (\chi \nabla T) + \Phi + Q, \quad (1.3)$$

где C_p – теплоемкость, ΔH – энтальпия фазового перехода, $\delta(T - T_M)$ – дельта функция Дирака, T_M – температура фазового перехода, χ – коэффициент теплопроводности, Φ – диссипация энергии за счет работы вязких сил, Q – источники тепла.

При плавлении и затвердевании вещества на каждый момент времени определяется криволинейная подвижная поверхность, на которой происходит фазовый переход. Фазовый переход сопровождается выделением либо поглощением определенного количества тепла. Теплофизические свойства вещества в различных агрегатных состояниях можно определять ступенчатой функцией

$$C_p = \begin{cases} (C_p)_S, & T \leq T_S, \\ \frac{1}{2} ((C_p)_S + (C_p)_L) + \frac{\Delta H}{T_L - T_S}, & T_S < T < T_L, \\ (C_p)_L, & T \geq T_L, \end{cases}$$

$$\chi = \begin{cases} \chi_S, & T \leq T_S, \\ \frac{1}{2} (\chi_S + \chi_L), & T_S < T < T_L, \\ \chi_L, & T \geq T_L, \end{cases}$$

где T_S и T_L – соответственно, температура затвердевания и плавления, C_S и C_L – теплоемкости твердой и жидкой фаз, χ_S и χ_L – коэффициенты теплопроводности твердой и жидкой фаз.

Источники тепла, состоят из энерговыделения лазерного луча Q_L , нагревающего материал, поверхностной конвекции Q_C и радиационного излучения Q_R

$$Q = Q_L - Q_C - Q_R, \quad Q_C = \alpha_C (T_s - T_\infty), \quad Q_R = \sigma \varepsilon (T_s - T_\infty)^4.$$

Здесь α_C – коэффициент конвективного теплообмена, T_s – температура на поверхности материала, T_∞ – температура окружающей среды, σ – постоянная Стефана-Больцмана, ε – степень черноты.

Лазерный источник задается посредством следующей формулы, определяющей поглощение веществом лазерного излучения по закону Ламберта

$$Q_L(\vec{r}) = (1 - K) \frac{2\alpha P_L}{\pi r^2 L} e^{\left(-4 \frac{|\vec{r}|^2}{r^2 L}\right)} e^{(-\alpha|z-z_L|)}, \quad (1.4)$$

где P_L – мощность лазера, r_L – радиус пятна лазера, z_L – высота до центра лазера, K – коэффициент отражения излучения и α – коэффициент поглощения излучения.

2. Численный метод

Численное решение приведенных уравнений будем находить с использованием метода SPH [7, 8]. Аппроксимацию уравнений (1.1) для i -ой частицы можно записать следующим образом

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_i &= -\rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} ((\vec{u}_i - \vec{u}_j) \cdot \nabla W_{ij}), \\ \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_i &= -\sum_j m_j \left(\frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j}\right) \nabla W_{ij} + \\ &+ \frac{\mu_i}{\rho_i} \sum_j 4m_j \left(\frac{1}{\rho_i} + \frac{1}{\rho_j}\right) \frac{(\vec{u}_i - \vec{u}_j)(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2 + \eta_{ij}^2} \nabla W_{ij} + \vec{g}_i + \vec{F}_i, \\ \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_i &= \vec{u}_i, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где ∇W – градиент функции ядра W (в данной работе используется сплайн третьей степени [9]), $\eta = 0.1h$ (h – радиус сглаживания), суммирование ведется по частицам в области действия ядра.

Сила \vec{F}_i учитывается только на поверхности жидкой фазы, для определения ее зоны действия в методе SPH вводится функция-маркер [10]

$$C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij}, \quad \nabla C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W_{ij}.$$

Если для частицы $C_i \leq 0.95$, то для нее задается признак $R_i = 1$ и проводится вычисление силы поверхностного натяжения. Если же $C_i > 0.95$, то признак R_i полагается равным нулю и сила не рассчитывается.

С учетом введенной функции аппроксимация формулы (1.2) запишется следующим образом

$$\vec{F}_i = \sigma_i k_i \vec{n}_i + \left(\frac{d\sigma}{dT} \right)_i (\nabla T_i - \vec{n}_i (\vec{n}_i \nabla T_i)),$$

где $\vec{n}_i = \frac{\nabla C_i}{|\nabla C_i|}$ – нормаль к поверхности, $\nabla T_i = \frac{1}{C_i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (T_j - T_i) \nabla W_{ij}$ – градиент температуры.

Кривизна поверхности вычисляется по значению градиента нормали только для частиц с признаком $R_i = 1$

$$k_i = -\nabla \vec{n}_i = -\frac{1}{|k_i|} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (\vec{n}_j - \vec{n}_i) \nabla W_{ij},$$

где $|k_i| = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \min(R_i, R_j) W_{ij}$.

Аппроксимацию уравнения теплопроводности (1.3) на частицах можно записать следующим образом

$$\left(C_p \frac{dT}{dt} \right)_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \frac{4\chi_i \chi_j}{\chi_i + \chi_j} \frac{(T_i - T_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j| + \eta_{ij}} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \nabla W_{ij} + \\ + \mu_i \sum_j \frac{2m_j}{\rho_i \rho_j} (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \frac{(\vec{u}_i - \vec{u}_j) (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2 + \eta_{ij}^2} \nabla W_{ij} + Q_i. \quad (2.2)$$

Работа вязких сил учитывается только для расплава, а конвективный и радиационный источники, только в области, где функция-маркер удовлетворяет условию $C_i \leq 0.95$.

Решение уравнений (2.1), (2.2) по времени проводится последовательно по схеме расщепления. Сначала с использованием схемы «чехарда» для частиц жидкой фазы находится решение системы уравнений (2.1), затем по явной схеме для всех частиц решается уравнение теплопроводности. Переход частиц из твердой в жидкую фазу и наоборот выполняется по значению температуры.

Счетный шаг по времени выбирается по следующему критерию

$$\tau = \min_i \left(0.4 \frac{h_i}{(c_z)_i}, 0.125 \frac{\rho_i h_i^2}{\mu_i}, 0.25 \left(\frac{\rho_i h_i^3}{2\pi \sigma_i} \right)^2, 0.125 \frac{\rho_i (C_P)_i h_i^2}{\chi_i} \right).$$

3. Численные расчеты

3.1. Задача Стефана о распространении тепла в одномерной области с учётом движения фазового фронта

Геометрия расчетной области задачи Стефана [11, 12] схематично проиллюстрирована на рисунке 3.1.

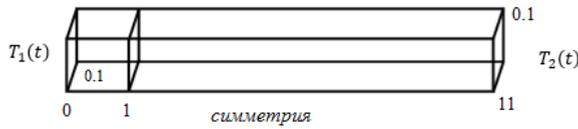


Рис. 3.1. Геометрия задачи Стефана
Fig 3.1. Geometry of the Stefan problem

Начальная плотность обеих областей задана равной 1 кг/м³. Теплоемкость и коэффициент теплопроводности вычисляется следующим образом

$$C_P = \begin{cases} (C_P)_1, & T < T_M - \Delta T, \\ 0.5 \cdot ((C_P)_1 + (C_P)_2) - \\ -\Delta H \cdot \frac{3}{4 \cdot \Delta T^3} \left((T - T_M)^2 - \Delta T^2 \right), & T_M - \Delta T \leq T \leq T_M + \Delta T, \\ (C_P)_2, & T > T_M + \Delta T, \end{cases}$$

$$\chi = \begin{cases} 1, & T < T_M, \\ 5, & T \geq T_M, \end{cases}$$

где теплоемкости областей заданы равными $(C_P)_1 = (C_P)_2 = 1$ Дж/К, энтальпия фазового перехода $\Delta H = 1$ Дж/кг, температура фазового перехода $T_M = 10$ К, ширина фазового фронта $\Delta T = 0.01$ К.

Начальное распределение температуры задается формулой $T(x)|_{t=0} = 2e^{(1-x)/5}$. Соответственно, на левой и правой границах $T_1(t)|_{x=0} = 2e^{(t+1)/5} + 8$ и $T_2(t)|_{x=10} = e^{t-9} + 9$, на остальных границах условие симметрии.

Расчеты проводились до момента времени 4 с, шаг по времени задан равным 10^{-5} с. На рисунке 3.2 показано распределение температуры в области вдоль оси x на моменты времени $t = 1$ и 4 с в сравнении с аналитическим решением. Максимальное отличие численного решения от аналитического не превышает 0.03%.

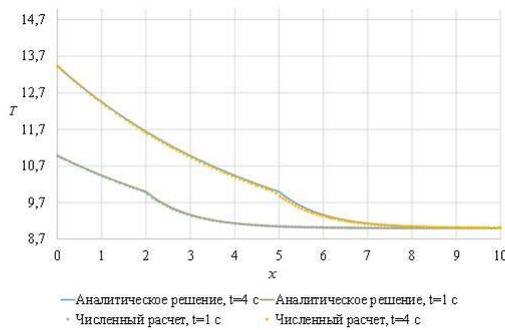


Рис. 3.2. Распределение температуры на моменты времени $t = 1$ и $t = 4$ с вдоль оси x

Fig 3.2. Temperature distribution at time points $t = 1$ and $t = 4$ s along the x axis

Частицы в областях расставлены равномерно с шагом $d_0 = 0.01$ м, общее число частиц составило 100 000. Длина сглаживания задана постоянной $h = 1.5d_0$.

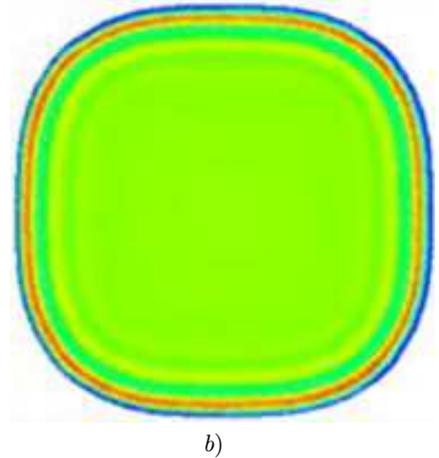
3.2. Задача о преобразовании квадратной капли

Область моделирования представляет собой квадрат со стороной $0.2 \cdot 10^{-3}$ м, в котором находится жидкость со свойствами, приведенными в таблице 3.1. Расчеты проводились с равномерной расстановкой частиц, по каждому координатному направлению расчетная область разбита на 50 частиц.

Таблица 3.1. Параметры жидкости
Table 3.1. Liquid parameters

Параметр (Parameter)	Значение (Value)
ρ	1000 кг/м ³
\vec{u}	(0, 0, 0) м/с
T	298 К
c_z	3 м/с
σ	0.0028 кг/с ²
$\frac{d\sigma}{dT}$	0 кг/с ³
μ	0.185 кг/(м с)

На рисунке 3.3 приведена картина преобразования квадратной капли в круглую на два момента времени. Сравнение проводилось с результатами расчета по программе PySPH, опубликованными в работе [13]. Видно хорошее согласие.



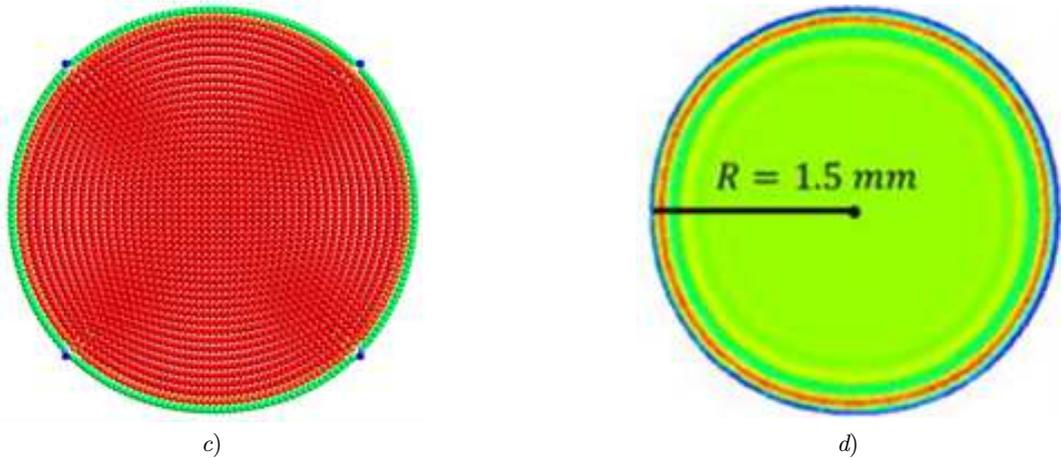


Рис. 3.3. Форма капли на моменты времени $t = 0.1 \cdot 10^{-3}$ с (a, b) и $t = 0.4 \cdot 10^{-3}$ с (c, d), (a, c – проведенный расчет (функция маркер), b, d – данные программы PySPH (плотность))

Fig 3.3. The shape of a drop at two points in time $t = 0.1 \cdot 10^{-3}$ s (a, b) and $t = 0.4 \cdot 10^{-3}$ s (c, d), (a, c – the calculation performed (marker function), b, d – the data of the PySPH program (density))

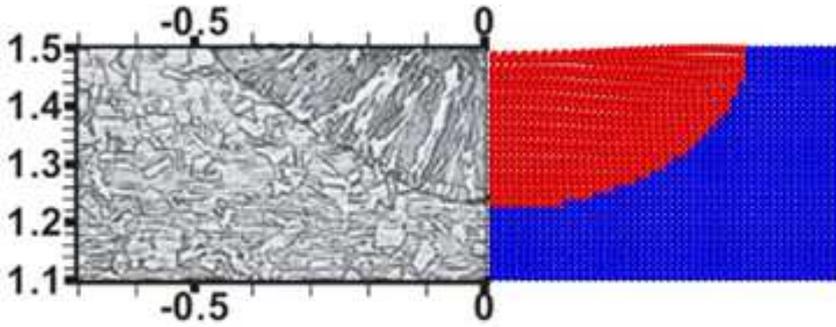
3.3. Задача о точечном плавлении

Область моделирования – прямоугольный параллелепипед, длина и ширина которого равны $1.2 \cdot 10^{-3}$ м, высота $0.4 \cdot 10^{-3}$ м. Материал – сталь. В начальный момент времени образец стали находится в твердом состоянии, сверху по центру на него в течении $3 \cdot 10^{-3}$ с действует лазерный импульс с мощностью 1967 Вт. Радиус пятна лазера равен $0.428 \cdot 10^{-3}$ м. Параметры вещества приведены в таблице 3.2 и взяты из работ [14, 15].

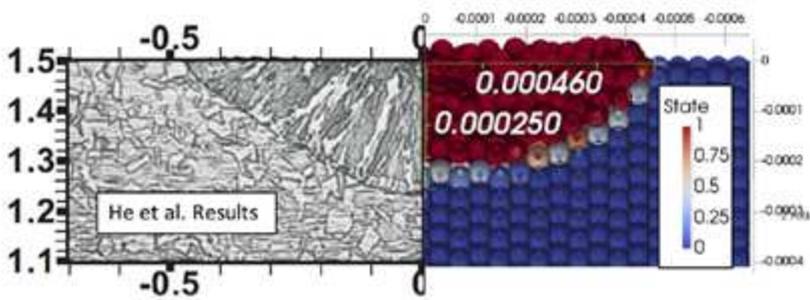
Таблица 3.2. Параметры вещества
Table 3.2. Substance parameters

Параметр (Parameter)	Значение (Value)	Параметр (Parameter)	Значение (Value)
ρ	7200 кг/м ³	χ_S	19.3 Вт/(м К)
T	300 К	χ_L	135.1 Вт/(м К)
α_T	$1.96 \cdot 10^{-5}$	$(C_p)_S$	711.6 Дж/К
σ	1.4 Н/м	$(C_p)_L$	837.2 Дж/К
$\frac{d\sigma}{dT}$	$-4.3 \cdot 10^{-4}$ Н/(м К)	T_S	1679 К
ΔH	5609 Дж/кг	T_L	1727 К

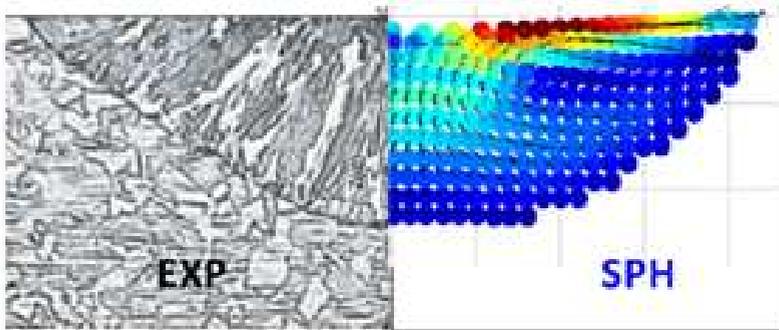
При проведении расчета использовалась равномерная расстановка частиц с шагом равным $0.0125 \cdot 10^{-3}$ м, общее число частиц 294 912. На рисунке 3.4 и в таблице 3.3 приведено сравнение полученной расчетной зоны плавления с экспериментом [15], а также расчетные зоны плавления, полученные по другим модификациям метода SPH. Видно согласие всех полученных расчетных данных.



a)



b)



c)

Рис. 3.4. Сравнение с экспериментом (He et al [15]) расчетной зоны плавления: а) текущая реализация, б) реализации из работы Russell et al [3], в) реализации из работы Dao et al [14]

Fig 3.4. Comparison with the experiment (He et al [15]) of the calculated melting zone: а) current implementation, б) implementation from the works of Russell et al [3], в) implementation from the works of Dao et al [14]

Таблица 3.3. Сравнение зоны плавления
Table 3.3. Comparison of the melting zone

	Погрешность радиуса зоны, 10^{-3} м (Zone radius error, 10^{-3} m)	Погрешность глубина зоны, 10^{-3} м (Zone depth error, 10^{-3} m)
Эксперимент He et al [15] (Experiment He et al [15])	0.48	0.26
Реализация Russell et al [3] (Implementation Russell et al [3])	0.46 (-4%)	0.25 (-4%)
Реализация Afrasiabi et al [16] (Implementation Afrasiabi et al [16])	0.43 (-10%)	0.27 (+4%)
Реализация Dao et al [14] (Implementation Dao et al [14])	-	-
Текущая реализация (Current implementation)	0.44 (-8.3%)	0.27 (+4%)

На рисунке 3.5 показано распределение поля температуры (расчетная область обрезана напополю). Значение максимальной температуры в расчете составило 3128 К, что согласуется с полученными расчетными данными по другим реализациям метода SPH, в частности, в работе [16] получено 3152 К.

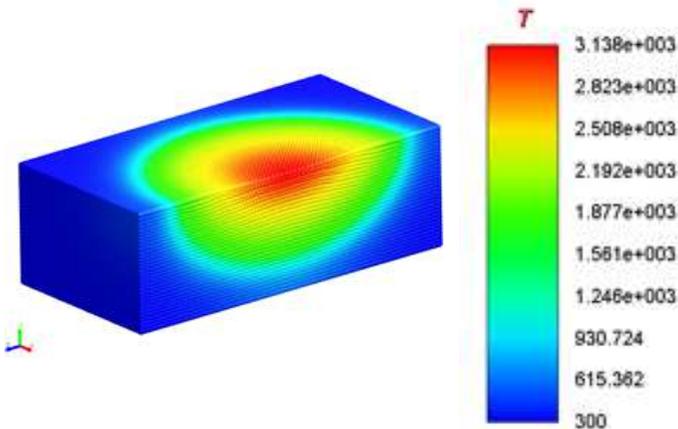


Рис. 3.5. Распределение температуры
Fig 3.5. Temperature distribution

3.4. Плавление порошка на подложке

Геометрия расчетной области приведена на рисунке 3.6. На подложке с размерами $Lx = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м, $Ly = 0.16 \cdot 10^{-3}$ м и $Lz = 0.04 \cdot 10^{-3}$ м насыпан слой порошка. Лазер движется по подложке со скоростью $\vec{v} = 0.7$ м/с, радиус пятна задан равным $r = 0.03 \cdot 10^{-3}$ м. Мощность лазера задана равной 150 Вт.

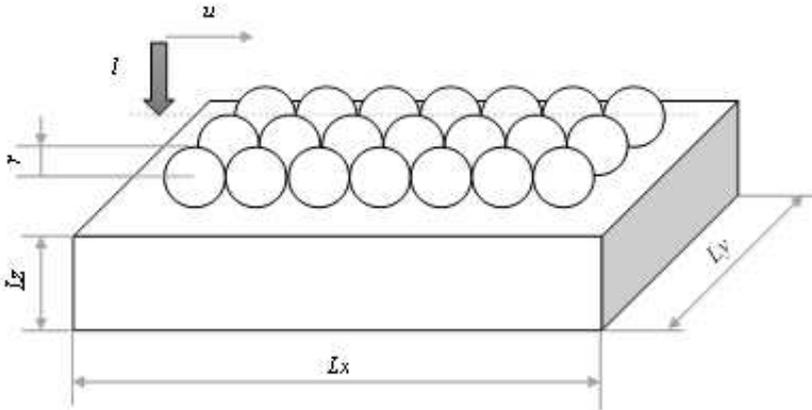


Рис. 3.6. Геометрия расчетной области
Fig 3.6. Geometry of the computational domain

Параметры порошка приведены в таблице 3.4. Лазерный источник задается посредством формулы (1.4) при $K = 0.73$ и $\alpha = 1 \cdot 10^4$. Коэффициент поверхностного натяжения вычисляется по эмпирической формуле [3, 16]

$$\sigma(T) = \sigma_0 - A(T - T_0) - RT\Gamma_S \ln \left(1 + k_l + a_S e^{\left(\frac{-\Delta H_o}{RT} \right)} \right),$$

где эмпирические параметры принимают следующие значения $\sigma_0 = 1.943$ Н/м, $A = 0.5 \cdot 10^{-3}$ Н/(м К), $R = 8.3145$ Дж/(моль К), $\Gamma_S = 1.3 \cdot 10^{-8}$ кг моль/м², $k_l = 0.0032$, $a_S = 0.0022$ и $\Delta H_o = -166 \cdot 10^3$ Дж/(кг моль).

Таблица 3.4. Параметры порошка
Table 3.4. Powder Parameters

Параметр (Parameter)	Значение (Value)	Параметр (Parameter)	Значение (Value)
ρ	8020 кг/м ³	χ_S	11 Вт/(м К)
T	298 К	χ_L	135.1 Вт/(м К)
μ	0.06015 кг/(м с)	$(C_p)_S$	460 Дж/К
T_M	1773 К	$(C_p)_L$	895 Дж/К

Проведено два расчета. В первом размер гранул порошка задан одинаковым и составил $0.025 \cdot 10^{-3}$ м, во втором – размер гранул варьировался в диапазоне $[0.017 \cdot 10^{-3} \text{ м}, 0.025 \cdot 10^{-3} \text{ м}]$. Общее число частиц SPH в численных расчетах составило ~ 525 тыс.

На рисунке 3.7 приведена динамика распределения температуры во втором расчете.

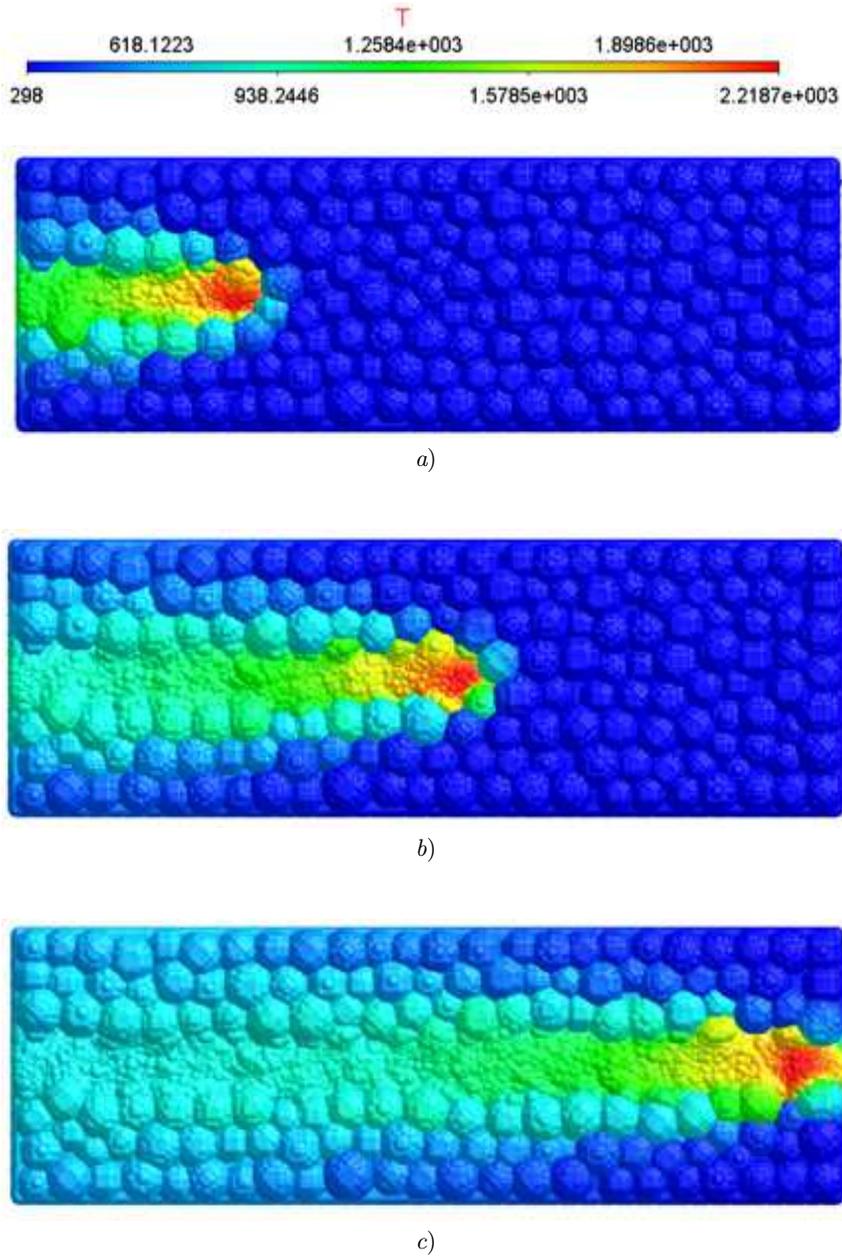


Рис. 3.7. Распределение температуры на моменты времени: а) $t = 0.2 \cdot 10^{-3}$ с, б) $t = 0.4 \cdot 10^{-3}$ с, в) $t = 0.7 \cdot 10^{-3}$ с

Fig 3.7. Temperature distribution at points in time а) $t = 0.2 \cdot 10^{-3}$ s, б) $t = 0.4 \cdot 10^{-3}$ s, в) $t = 0.7 \cdot 10^{-3}$ s

На рисунке 3.8 на момент времени $t = 0.7 \cdot 10^{-3}$ с приведено сравнение ширины зоны расплава в двух расчетах. Видно, что в расчете с одинаковым размером гранул

порошка ширина зона расплава меньше.

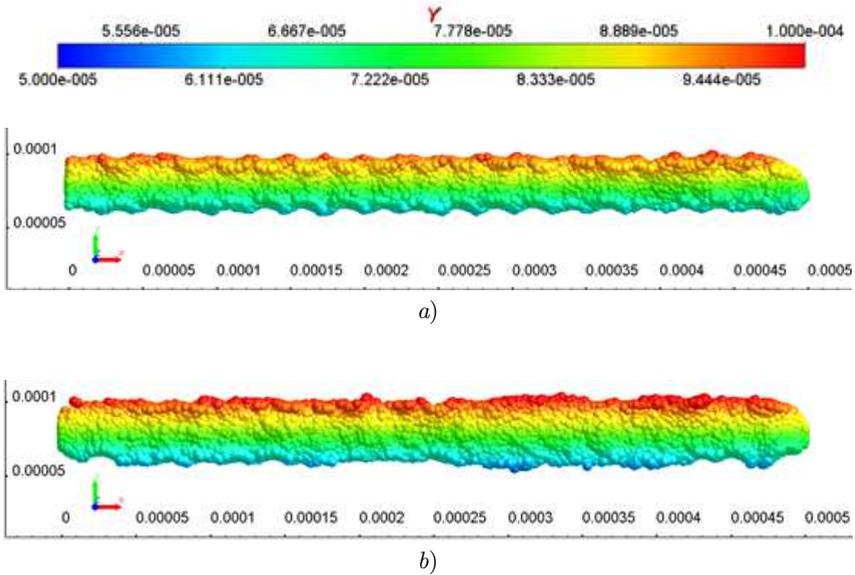


Рис. 3.8. Распределение ширины зоны расплава на момент времени $t = 0.7 \cdot 10^{-3}$ с: *a)* размер гранул порошка равен $0.025 \cdot 10^{-3}$ м, *b)* размер гранул варьировался в диапазоне $[0.017 \cdot 10^{-3}, 0.025 \cdot 10^{-3}]$ м

Fig 3.8. The distribution of the width of the melt zone at time $t = 0.7 \cdot 10^{-3}$ s: *a)* the size of the powder granules $0.025 \cdot 10^{-3}$ m, *b)* the size of the granules varied in the range $[0.017 \cdot 10^{-3}, 0.025 \cdot 10^{-3}]$ m

4. Заключение

В работе представлена численная методика моделирования процесса спекания порошка под воздействием лазерного луча. Основные элементы методики проверены на тестах характерных для рассматриваемого класса задач: задача Стефана (фазовый переход), преобразование квадратной капли (сила поверхностного натяжения) и точечный источник (лазерный источник и тангенсальная составляющая силы поверхностного натяжения). Созданный инструментарий позволяет проводить различного рода качественные оценки результата спекания порошка при варьировании свойств материала, скорости движения лазера, его мощности и прочие. В частности, на модельной демонстрационной задаче плавления слоя порошка на подложке, показано влияние размера гранул порошка на ширину зоны проплава.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gibson I., Rosen D., Stucker B. Additive manufacturing technologies. New York: Springer, 2015. 498 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3>

2. Шишковский И. В. Основы аддитивных технологий высокого разрешения. СПб.: Питер, 2016. 348 с.
3. Russell M. A., Souto-Iglesias A., Zohdi T. I. Numerical simulation of Laser Fusion Additive Manufacturing processes using the SPH method // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018. Vol. 341. pp. 163–187. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.06.033>
4. Савельев И. В. Курс общей физики. М.: Наука, 1970. Т. 1. 517 с.
5. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. М.: Либроком, 2009. 784 с.
6. Будак Б. М., Соловьев Е. Н., Успенский А. Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задачи Стефана // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1965. Т. 5, № 5. С. 828–840.
7. Gingold R. A., Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1977. Vol. 181., no. 3. pp. 375–389. DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/181.3.375>
8. Lucy L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis // *Astronom. J.* 1977. Vol. 82. pp. 1013–1024. DOI: <https://doi.org/10.1086/112164>
9. Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. Vol. 30. 1992. pp. 543–574. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.30.090192.002551>
10. Ordoubadi M., Yaghoubi M., Yeganehdoust F. Surface tension simulation of free surface using smoothed particle hydrodynamics // *Sci. Iranica B*. 2017. Vol. 24, no. 4. pp. 2019–2033. DOI: <https://doi.org/10.24200/sci.2017.4291>
11. Карслоу У., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
12. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 742 с.
13. Bao Y., Li L., Shen L., Lei Ch., Gan Y. A modified smoothed particle hydrodynamics approach for modelling dynamic contact angle hysteresis, 2018. arXiv: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02770>
14. My Ha Dao, Jing Lou. Simulations of laser assisted additive manufacturing by smoothed particle hydrodynamics // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021. Vol. 373. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113491>
15. He X., Fuerschbach P. W., DebRoy T. Heat transfer and fluid flow during laser spot welding of 304 stainless steel // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2013. Vol. 36, no. 12. pp. 1388–1398. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/36/12/306>
16. Afrasiabi M., Lüthi C., Bambach M., Wegener K. Multi-resolution SPH simulation of a laser powder bed fusion additive manufacturing process // *Appl. Sci.* 2021. Vol. 11, no. 7. P. 2962. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11072962>

Поступила 09.08.2022; доработана после рецензирования 11.10.2022;
принята к публикации 23.11.2022

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. I. Gibson, D. Rosen, B. Stucker, *Additive Manufacturing Technologies*, Springer, New York, 2015, DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3>, 498 p.
2. I. V. Shishkovsky, *Osnovy additivnykh tekhnologiy vysokogo razresheniya* “[Fundamentals of high-resolution additive technologies]”, Peter, St. Petersburg, 2016 (In Russ.), 348 p.
3. M. A. Russell, A. Souto-Iglesias, T. I. Zohdi, “Numerical simulation of Laser Fusion Additive Manufacturing processes using the SPH method”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018, no. 341, 163–187. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.06.033>
4. I. V. Savelyev, *Kurs obshchey fiziki* “[Course of general physics]”. Vol. I., Nauka, M., 1970 (In Russ.)
5. A. A. Samarskiy, P. N. Vabishevich, *Vychislitel'naya teploperedacha* “[Computational heat transfer]”, «Librocom», M., 2009 (In Russ.), 784 p.
6. B. M. Budak, E. N. Soloviev, A. B. Uspensky, “Raznostnyy metod so sglazhivaniem koeffitsientov dlya resheniya zadachi Stefana [Difference method with smoothing coefficients for solving the Stefan problem]”, *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, **5**:5 (1965), 828-840 (In Russ.).
7. R. A. Gingold, J. J. Monaghan, “Smoothed Particle Hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **181**:3 (1977), 375-389. DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/181.3.375>
8. L. Lucy, “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”, *Astronom. J.*, 1977, no. 82, 1013. DOI: <https://doi.org/10.1086/112164>
9. J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **30** (1992), 543-574. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.30.090192.002551>
10. M. Ordoubadi, M. Yaghoubi, F. Yeganehdoust, “Surface tension simulation of free surface using smoothed particle hydrodynamics”, *Sci. Iranica B.*, **24**:4 (2017), 2019–2033. DOI: <https://doi.org/10.24200/sci.2017.4291>
11. U. Karslou, D. Eger, *Teploprovodnost' tverdykh tel* “[Thermal conductivity of solids]”, Nauka, M., 1964 (In Russ.), 488 p.
12. A. N. Tikhonov, A. A. Samarskiy, *Uravneniya matematicheskoy fiziki* “[Equations of mathematical physics]”, Nauka, M., 1977 (In Russ.), 742 p.

13. Y. Bao, L. Li, L. Shen, Ch. Lei, Y. Gan, “A Modified Smoothed Particle Hydrodynamics Approach for Modelling Dynamic Contact Angle Hysteresis”, 2018, arXiv: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02770>.
14. My Ha Dao, Jing Lou, “Simulations of Laser Assisted Additive Manufacturing by Smoothed Particle Hydrodynamics”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **373** (2021). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113491>
15. X. He, P. W. Fuerschbach, T. DebRoy, “Heat transfer and fluid flow during laser spot welding of 304 stainless steel”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**:12 (2013), 1388–1398. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/36/12/306>
16. M. Afrasiabi, C. Lüthi, M. Bambach, K. Wegener, “Multi-Resolution SPH Simulation of a Laser Powder Bed Fusion Additive Manufacturing Process”, *Appl. Sci.*, **11**:7 (2021), 2962. DOI: <https://doi.org/10.3390/app110729>

Submitted 09.08.2022; Revised 11.10.2022; Accepted 23.11.2022

The authors have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest.