

DOI 10.15507/2079-6900.23.202104.433-443

Оригинальная статья

ISSN 2079-6900 (Print)

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 519.6

Моделирование переключателей для CNOT-вентилей, основанных на взаимодействии между оптическими волноводами, с применением теории связанных волнопроводов

А. А. Лытаев, И. Ю. Попов

Национальный исследовательский университет ИТМО (г. Санкт-Петербург, Российская Федерация)

Аннотация. Данная работа посвящена моделированию взаимодействий в системе связанных плоских оптических волнопроводов, поддерживающих распространение двух направленных мод, с целью её использования в качестве переключателя для CNOT-вентилей волноводной квантовоподобной оптической модели вычислений. Для решения системы уравнений Максвелла, описывающих данную систему, используется теория связанных волнопроводов. Полученная система дифференциальных уравнений на амплитудные коэффициенты упрощается с использованием асимптотического анализа до уравнений, имеющих аналитическое решение. Полученное решение используется для реализации быстрого алгоритма подбора параметров системы связанных оптических волнопроводов, при которых обмен энергии осуществляется так, чтобы система корректно выполняла функцию переключателя. Помимо этого, производится численное решение более полной системы уравнений, учитывающей взаимодействие между модами различных порядков с целью оценки влияния этого явления на вычислительную точность этого устройства. Было установлено, что подобное устройство может быть изготовлено в размере, не превышающем 1 мм при вычислительной ошибке, не превышающей 3 %.

Ключевые слова: оптические квантовые вычисления, CNOT-вентиль, уравнения Максвелла, оптические волнопроводы, теория связанных волнопроводов, метод конечных разностей

Для цитирования: Лытаев А. А., Попов И. Ю. Моделирование переключателей для CNOT-вентилей, основанных на взаимодействии между оптическими волноводами, с применением теории связанных волнопроводов // Журнал Средневолжского математического общества. 2021. Т. 23, № 4. С. 433–443. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.23.202104.433-443>

1. Введение

Задача о создании квантового компьютера имеет достаточно важное значение. Достижение успеха в этой области позволят решить ряд вычислительных задач с экспоненциальным или квадратичным ускорением по времени по сравнению с классическим компьютером. Современная наука изучает множество возможностей создания квантового компьютера с помощью таких явлений как ионные ловушки [1], сверхпроводники [2], ЯМР [3] и т. д. Существенным препятствием является быстрота декогеренции, т. е. потери системой квантовых свойств, из-за взаимодействия с окружающей средой. Модель оптических квантовых вычислений представляет собой одно из возможных решений благодаря слабости взаимодействия между фотонами, что, однако, является и её недостатком, поскольку приводит к необходимости использования нелинейного взаимодействия между фотонами. В линейной модели оптических вычислений нелинейные эффекты достигаются за счёт применения постселекции после линейных элементов,



таких как фазовращатели, светоделители и поляризационные светоделители [4–5]. Однако двукубитные вентили, получаемые в такой модели вычислений либо являются вероятностными с вероятностью успеха, не превышающей $1/9$, либо требуют дополнительных бит анцилл для увеличения этой вероятности, что в обоих случаях приводит к слабой масштабируемости данной схемы. Альтернативный подход заключается в том, чтобы использовать нелинейное оптическое взаимодействие, такое как эффект Керра напрямую, что увеличивает вероятность правильного срабатывания вентиля, но ценой увеличения длины оптических путей из-за его слабого характера, что является потенциальным источником высоких вычислительных ошибок [6].

Данная работа посвящена развитию идей, изложенных в статье [7], где предлагается использовать в качестве квантового бита двумодовый плоский волновод, а также приведена возможная схема реализации операции CNOT, основанной на нелинейных эффектах. Модель плоского волновода является некоторым приближением более активно используемых на практике оптических волокон, демонстрируя общий характер происходящих в этой среде явлений. Преимуществом реализации квантовых битов с помощью двумодовых волноводов является увеличение интенсивности нелинейного оптического взаимодействия, используемого для вычислительных операций, благодаря более высокой концентрации излучения внутри волновода. Важной частью этой схемы является переключатель, основанный на значительном сближении двух волноводов, геометрические параметры которого определяют его поведение. Задачей данного исследования являлся подбор параметров данной системы, при котором она корректно выполняет функцию переключателя. В работе [7] были представлены результаты моделирования CNOT-вентиля с помощью метода распространения лучей, однако такой метод не подходит для подбора параметров направленного ответвителя, поскольку требует многократного исполнения довольно объёмного вычислительного алгоритма. В данной работе осуществляется моделирование системы из двух волноводов с помощью теории связанных волноводов, которая в некотором приближении позволяет получить выражения, аналитически описывающие обмен энергиями в системе.

Можно отметить, что идея кодирования кубитов модами применима не только в волноводах, но и в квантовых каналах в свободном пространстве, где используются моды гауссова пучка [8].

2. Волноводная модель оптических квантовых вычислений

Рассмотрим плоский оптический волновод поддерживающей распространение двух направленных поперечных мод. Используем его TE_0 моду для представления $|0\rangle$ состояния квантового бита, а TE_1 – для $|1\rangle$. Необходимое условие, которое накладывается на его параметры – полутолщину d , длину волны λ и коэффициенты преломления сердцевины n_{core} и оболочки n_{clad} :

$$\frac{\lambda}{4\sqrt{n_{core}^2 - n_{clad}^2}} < d < \frac{\lambda}{2\sqrt{n_{core}^2 - n_{clad}^2}}. \quad (2.1)$$

В этом случае постоянные распространения поперечных мод χ_i могут быть найдены как решения трансцендентных уравнений

$$TE_0 : tg(\chi_0 d) = \sqrt{(n_{core}^2 - n_{clad}^2) \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{d^2}{(\chi_0 d)^2} - 1}; \quad (2.2)$$

$$TE_1 : tg(\chi_1 d) = - \sqrt{\frac{1}{(n_{core}^2 - n_{clad}^2) \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{d^2}{(\chi_1 d)^2} - 1}}. \quad (2.3)$$

Для того чтобы сопоставить классическому электромагнитному излучению, распространяющемуся по волноводу, волновую функцию состояния квантового бита, можно использовать теорию квантовых лучей, описанную в работе [9], которая основана на построении аналогии между принципом наименьшего действия классической механики и принципом Ферма классической оптики. В этой аналогии механическое действие заменяется на длину оптического пути луча, вводятся операторы импульса и координаты, строится соответствующий гамильтониан, записывается соответствующее уравнение Шрёдингера, которое в параксиальном приближении имеет вид

$$\frac{\lambda^2}{8\pi^2 n_{clad}} \frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial x^2} - n(x, z) \psi(x, z) = i \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \psi(x, z)}{\partial z}. \quad (2.4)$$

Пространственное распределение комплексной амплитуды электромагнитного поля ψ в данной аналогии называется волновой функцией, которая при соответствующей нормировке задаёт функцию состояния квантового бита, представленного с помощью рассматриваемого волновода. Эта функция является суперпозицией базисных состояний $|TE_0\rangle$ и $|TE_1\rangle$ [10]

$$|\psi\rangle = C_0 e^{-i\beta_0 z} |TE_0\rangle + C_1 \exp^{-i\beta_1 z} |TE_1\rangle. \quad (2.5)$$

Постоянные распространения β_i выражаются через постоянные распространения χ_i через соотношения

$$\beta_i^2 = \left(\frac{2\pi n_{core}}{\lambda}\right)^2 - \chi_i^2. \quad (2.6)$$

Для такой физической реализации квантовых битов в статье [7] была предложена

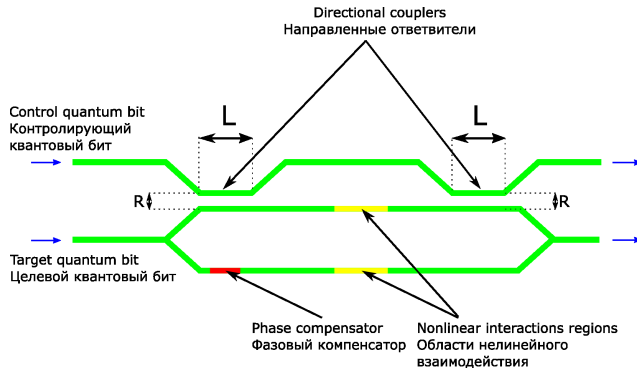


Рис. 2.1. Схема CNOT-вентили

Fig 2.1. CNOT-gate scheme

схема реализации, которая приведена на Рис. 2.1. Принцип работы данной схемы заключается в том, что чем большей оказывается интенсивность излучения в TE_1 моде контролирующего квантового бита, тем большее излучение передаётся через направленный ответвитель в верхнее плечо волноводного интерферометра, в котором распространяется TE_0 -компонента сигнала целевого квантового бита, тем больше в нём интенсивность и выше коэффициент преломления в верхнем плече нелинейной области.

Это приводит к фазовому сдвигу в целевом квантовом бите, который тем выше, чем ближе состояние контролирующего квантового бита к $|1\rangle$, что и определяет квантовую операцию CNOT.

В данной схеме важным элементом являются сближения волноводов, называемые направленными ответвителями. Благодаря тому, что часть интенсивности поля волновода распределена за его пределами, достаточно близко расположенные волноводы обмениваются между собой энергиями, причём скорость обмена для направляемых мод различных порядков оказывается различной. Таким образом, оказывается возможным подобрать параметры направленного ответвителя – длину сближения L и расстояние между волноводами R таким образом, что эта система будет выполнять описанную выше функцию переключателя для CNOT-вентилля.

Данная физическая система описывается системой уравнений Максвелла, решению которой с целью подбора оптимальных параметров L и R посвящена данная работа.

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega\varepsilon_0 n(x, z)^2 \vec{E}, \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}. \end{cases} \quad (2.7)$$

3. Теория связанных волноводов

Для решения системы (2.7) используется предложенное в работе [11] приближение теории связанных волноводов. Поля в системе двух связанных волноводов представляются в виде суммы полей отдельных волноводов и направляемых мод

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_{\nu, m=0,1} A_{\nu m}(z) \vec{E}_{\nu m}; \\ \vec{H} &= \sum_{\nu, m=0,1} A_{\nu m}(z) \vec{H}_{\nu m}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где индекс ν определяет порядковый номер волновода, а индекс m – порядковый номер направляемой поперечной моды. Подстановка разложения (3.1) приводит к системе уравнений

$$\begin{cases} \sum_{\nu, m=0,1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{H}_{\nu m}) - i\omega\varepsilon_0 (n_{core}^2 - n_{clad}^2)_{(\nu+1)mod 2} A_{\nu m} \vec{E}_{\nu m} = 0; \\ \sum_{\nu, m=0,1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{E}_{\nu m}) = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Величина $(n_{core}^2 - n_{clad}^2)_{(\nu+1)mod 2}$ принимает значение $(n_{core}^2 - n_{clad}^2)$ внутри волновода, противоположного волноводу с индексом ν , и 0 во всём остальном поперечном сечении. Умножением полученных уравнений на комплексно сопряжённые поля с индексами ν' и m' , суммированием первого и второго уравнения и интегрированием по поперечному сечению получим систему из четырёх уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{\nu, m=0,1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} \vec{e}_z (\vec{H}_{\nu m} \times \vec{E}_{\nu' m'}^-) + \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} \vec{e}_z (\vec{E}_{\nu m} \times \vec{H}_{\nu' m'}^-) \right), & \quad \nu', m' = 0, 1. \\ -i\omega\varepsilon_0 (n_{core}^2 - n_{clad}^2)_{(\nu+1)mod 2} A_{\nu m} \vec{E}_{\nu m} \vec{E}_{\nu' m'}^- dx = 0, & \end{aligned} \quad (3.3)$$

В качестве функции напряженности поля в волноводе берутся выражения [11]:

$$TE_0 : \begin{cases} E_y = \begin{cases} A \cos(\chi_0 x), |x| < d; \\ A \cos(\chi_0 d) e^{-\gamma_0(|x|-d)}, |x| \geq d; \end{cases} \\ H_x = \begin{cases} A \frac{\beta_0}{\omega\mu} \cos(\chi_0 x), |x| < d; \\ A \frac{\beta_0}{\omega\mu} \cos(\chi_0 d) e^{-\gamma_0(|x|-d)}, |x| \geq d; \end{cases} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$TE_1 : \begin{cases} E_y = \begin{cases} A \sin(\chi_1 x), |x| < d; \\ A \operatorname{sign}(x) \sin(\chi_1 d) e^{-\gamma_1(|x|-d)}, |x| \geq d; \end{cases} \\ H_x = \begin{cases} A \frac{\beta_1}{\omega\mu} \sin(\chi_1 x), |x| < d; \\ A \frac{\beta_1}{\omega\mu} \operatorname{sign}(x) \sin(\chi_1 d) e^{-\gamma_1(|x|-d)}, |x| \geq d. \end{cases} \end{cases} \quad (3.5)$$

Система (3.3) может быть упрощена с применением асимптотического анализа. Заметим, что произведение напряженностей полей, распространяющихся в волноводах с различными индексами ν является величиной первого порядка малости. Из этого следует, что величина $\frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z}$ должна иметь тот же порядок малости. Отбрасывая слагаемые малого порядка, возможно получить эту систему в упрощенном виде. Для сокращения записи можно ввести числовые параметры, называемые коэффициентами связи.

$$\begin{aligned} c_{\nu_0 m_0}^{\nu_1 m_1} &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{H}_{x\nu_0 m_0} \hat{E}_{y\nu_1 m_1} + \hat{H}_{x\nu_1 m_1} \hat{E}_{y\nu_0 m_0}) dx; \\ D_{\nu_0 m_0}^{\nu_1 m_1} &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega \varepsilon_0 (n_{clad}^2 - n_{core}^2) \hat{E}_{\nu_0 m_0} \hat{E}_{\nu_1 m_1}) dx. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В описанном выше приближении

$$\begin{aligned} D_{0m_0}^{1m_1} &= D_{1m_0}^{0m_1} = D_{m_0}^{m_1}; \\ c_{0m}^{0m} &= c_{1m}^{1m} = c_m. \end{aligned} \quad (3.7)$$

С учётом этого система (3.3) принимает вид

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{00}}{\partial z} c_0 + A_{10} i D_0^0 + A_{11} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0; \\ \frac{\partial A_{01}}{\partial z} c_1 + A_{10} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{11} i D_1^1 = 0; \\ \frac{\partial A_{10}}{\partial z} c_0 + A_{00} i D_0^0 + A_{01} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0; \\ \frac{\partial A_{11}}{\partial z} c_1 + A_{00} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{01} i D_1^1 = 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

В системе (3.8) можно дополнительно пренебречь слагаемыми, отвечающими за взаимодействие между модами различных порядков. В этом случае система разбивается на

две подсистемы, определяющие обмен энергиями между модами одного порядка

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{0m}}{\partial z} c_m + A_{1m} i D_m^m = 0; \\ \frac{\partial A_{1m}}{\partial z} c_m + A_{0m} i D_m^m = 0; \end{cases} \quad m = 0, 1. \quad (3.9)$$

Упрощённые системы имеют аналитическое решение

$$\begin{cases} A_{0m}(z) = A_{0m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{1m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right); \\ A_{1m}(z) = A_{1m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{0m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right); \end{cases} \quad m = 0, 1. \quad (3.10)$$

На основе решения (3.10) возможно заключить, что рассматриваемая модель физической системы будет вести себя, как переключатель для CNOT-вентиля, при выполнении следующих целочисленных условий на коэффициенты связи

$$\frac{D_m^1/c_1}{D_m^0/c_0} = \frac{4i_1 + 1}{4i_0 + 1}. \quad (3.11)$$

С учётом того, что явный вид отношения (3.11) имеет явную зависимость от R

$$\frac{D_m^1/c_1}{D_m^0/c_0} \sim e^{R(\gamma_0 - \gamma_1)}. \quad (3.12)$$

Оказывается возможным осуществить подбор параметров системы, при которых удовлетворяется условие (3.11) с помощью увеличения расстояния R между волноводами. В этом случае длина сближения волноводов задаётся соотношением

$$L = \frac{c_1(4i_1 + 1)}{2D_1^1}. \quad (3.13)$$

4. Результаты

На основе (3.12) был реализован алгоритм подбора параметров системы сближения волноводов, при которых рассматриваемая физическая система осуществляет функцию переключателя CNOT. Помимо удовлетворения соотношению (3.11), дополнительным требованием к параметрам системы является минимизация длины сближения L , что позволит минимизировать возможные вычислительные ошибки в устройстве, которые будут возникать из-за неровностей на границах волноводов. Для этого осуществляется перебор различных значений i_0 и i_1 , для каждого из них осуществляется вычисление L , среди них выбирается наименьшее. Результаты работы данного алгоритма для определённого набора параметров системы при различных значениях d приведены на Рис. 4.1. При этом диапазон возможных значений d определяются соотношением (2.1), которое обеспечивает в волноводе распространение ровно двух направляемых мод. Скачкообразный характер полученной зависимости объясняется скачкообразностью величины, на которую увеличивается параметр R для удовлетворения соотношению (3.12). Анализ данной зависимости позволяет заключить, что наилучшим выбором полутолщины волновода d является значение вблизи исчезновения второй направляемой моды.

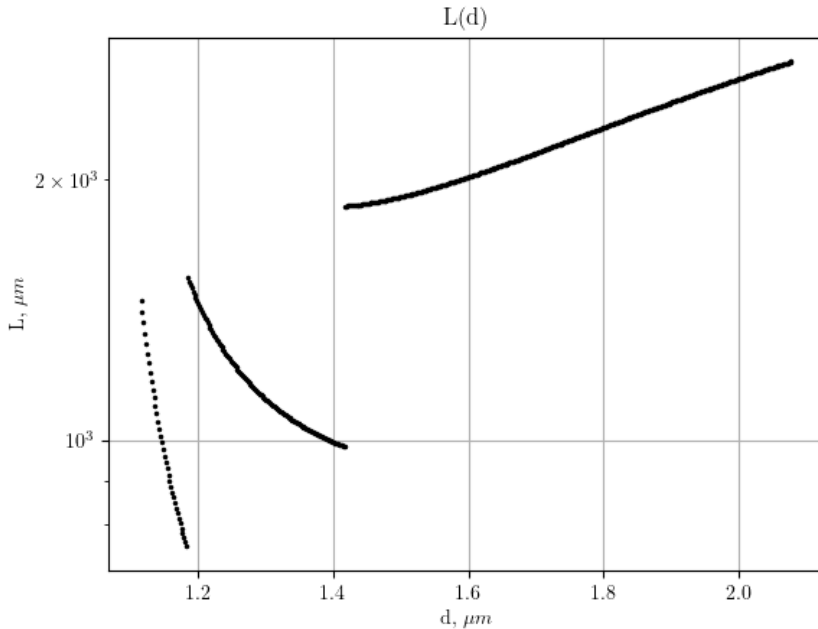


Рис. 4.1. Зависимость минимальной длины сближения волноводов L от полутолщины d при $\lambda = 1064$ нм, $n_{core} = 1.57$, $n_{clad} = 1.55$
Fig 4.1. Coupling length L of waveguide halfwidth d for $\lambda = 1064$ nm, $n_{core} = 1.57$, $n_{clad} = 1.55$

Система (3.8), учитывающая взаимодействие между модами различных порядков не имеет аналитического решения. С целью оценки погрешности вычислительного устройства, которая может возникать вследствие взаимодействия между модами различных порядков, было осуществлено численное решение этой системы с применением метода конечных разностей.

Анализ полученных решений позволяет оценить влияние взаимодействия между модами на качество работы исследуемой системы. Отметим, что в целевом волноводе сумма модулей амплитудных коэффициентов может быть меньше единицы, поскольку он является частью верхнего плеча волноводного интерферометра и в нём распространяется только TE_0 -компонента исходного квантового бита общей схемы. На Рис. 4.2 и Рис. 4.3 изображено поведение полученного решения для некоторых входных состояний квантовых битов. Данное решение в некотором приближении отражает в себе черты гармонического решения (3.10), однако учёт межмодового взаимодействия приводит к заметным искажениям, приводящим к ошибкам на выходе устройства.

В качестве меры ошибки работы переключателя использовалась сумма разностей модулей амплитудных коэффициентов для каждой моды и волновода, отнесенная к общей сумме модулей амплитудных коэффициентов. В результате измерения ошибки для различных входных параметров было получено, что она не превышает 3% для $n_{clad} = 1.57$, $n_{core} = 1.55$, $\lambda = 1064$ нм и $d = 1.19$ мкм.

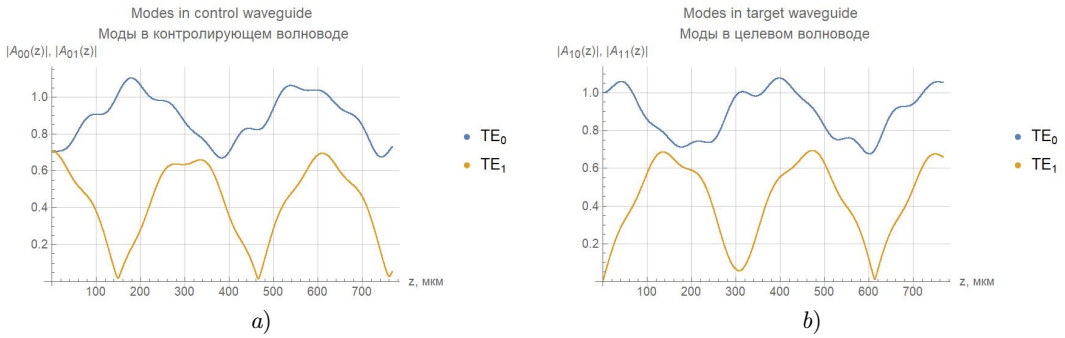


Рис. 4.2. Пространственное распределение модулей амплитудных коэффициентов при распространении излучения в системе для входного состояния $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ контролирующего волновода и $|0\rangle$ целевого волновода (а) в контролирующем волноводе (б) в целевом волноводе

Fig 4.2. Spatial distribution of amplitude coefficients absolute values for the light propagation in the system for input states $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ of control waveguide and $|0\rangle$ of target waveguide (a) in control waveguide (b) in target waveguide

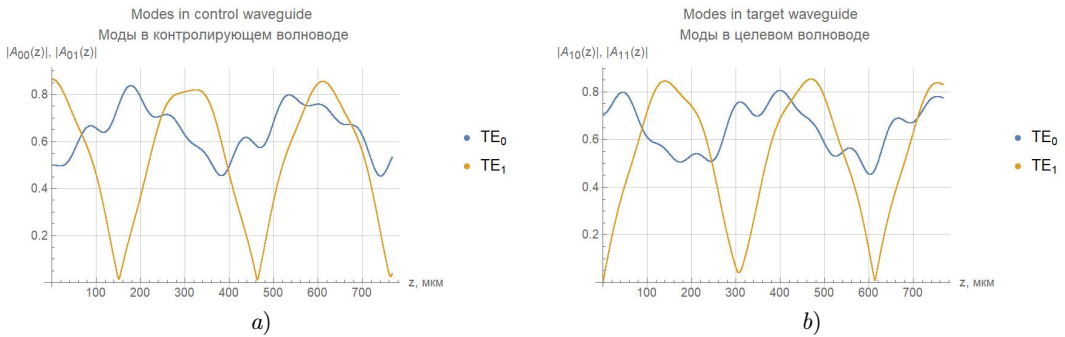


Рис. 4.3. Пространственное распределение модулей амплитудных коэффициентов при распространении излучения в системе для входного состояния $\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ контролирующего волновода и $|0\rangle$ целевого волновода (а) в контролирующем волноводе (б) в целевом волноводе

Fig 4.3. Spatial distribution of amplitude coefficients absolute values for the light propagation in the system for input states $\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ of control waveguide and $|0\rangle$ of target waveguide (a) in control waveguide (b) in target waveguide

5. Заключение

С помощью теории связанных волноводов была получена система, описывающая поведение пары сближенных плоских оптических волноводов, называемой направленным ответвителем. Проведение асимптотического анализа позволило упростить систему уравнений с целью получения приближенного решения в явном виде, которое было положено в основу алгоритма перебора параметров системы – длины сближения L и расстояния между волноводами R . Результаты работы данного алгоритма были допол-

нительно проанализированы в зависимости от величины полутолщины волноводов d ; проведённый анализ показал наиболее оптимальное значение d с точки зрения минимизации линейного размера устройства. Помимо этого, было осуществлено численное решение более полной системы уравнений, дополнительно учитывающих взаимодействия между модами различных порядков, что позволило предварительно оценить ошибку использованного в алгоритме подбора параметров решения.

Результаты данной работы могут быть использованы в качестве основы для моделирования с применением более полной модели, которая будет учитывать искажения сигналов, возникающих из-за изгибов волноводов и неровностей волноводных стенок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cirac J., Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions // Physical Review Letters. 1995. Vol. 74, No. 20. pp. 4091–4094. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.4091>
2. Blais A., Huang R.S., Wallraff A. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation // Physical Review A. 2004. Vol. 69, No. 6. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.69.062320>
3. Cory D.G., Fahmy A.F., Havel T.F. Ensemble quantum computing by NMR-spectroscopy // Proceedings of the National Academy of Sciences 1997. Vol. 94, No. 5. pp. 1634–1639. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.94.5.1634>
4. Knill E., Laflamme R., Milburn G. J. A scheme for efficient quantum computation with linear optics // Nature. 2001. Vol. 409, No. 6816. pp. 46–52.
5. Мирошниченко Г. П. Линейные оптические квантовые вычисления // Наносистемы: физика, химия, математика. 2012. Т. 3, № 4. С. 36–53.
6. Milburn G. J. Quantum optical Fredkin gate // Physical Review Letters. 1989. Vol. 62, No. 18. pp. 2124–2127. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.2124>
7. Fu J., Shaofang T. Quantum Computations with Transverse Modes of an Optical Field Propagating in Waveguides // Chinese Physics Letters. 2003. Vol. 20, No. 9. pp. 1426–1429. DOI: <https://doi.org/10.1088/0256-307X/20/9/305>
8. Faleeva M. P., Popov I. Y. On quantum bit coding by Gaussian beam modes for the quantum key distribution // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 2020. Vol. 11, No. 6. pp. 651–658. DOI: <https://doi.org/10.17586/2220-8054-2020-11-6-651-658>
9. Gloge D., Marcuse D. Formal Quantum Theory of Light Rays // Journal of the Optical Society of America. 1969. Vol. 59, No. 12. pp. 1629–1631. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.59.001629>
10. Fu J., Shaofang T., Deng J. Classical simulation of quantum entanglement using optical transverse modes in multimode waveguides // Physical Review A. 2005. Vol. 70, No. 4. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.042313>

11. Marcuse D. Light transmission optics. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982. 534 p.

*Поступила 05.07.2021; доработана после рецензирования 07.08.2021;
принята к публикации 25.08.2021*

Информация об авторах:

Лытаев Александр Алексеевич, магистрант, факультет систем управления и робототехники, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет ИТМО» (197101, Россия, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9881-8817>, sas-lyt@ya.ru

Попов Игорь Юрьевич, ведущий профессор, факультет систем управления и робототехники ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет ИТМО» (197101, Россия, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49), доктор физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5251-5327>, popov1955@gmail.com

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Original article

MSC2020 78M35 78M20

Simulation of switchers for CNOT-gates based on optical waveguide interaction with coupled mode theory

A. A. Lytaev, I. Yu. Popov

National Research University ITMO (Saint Petersburg, Russian Federation)

Abstract. The paper is devoted to simulation of interactions in the system of two symmetrical slab optical waveguides, that guide exactly two guided modes with the aim to use the directional coupler as a switcher for CNOT gate in the waveguide model of quantum-like computations. The coupling mode theory is used to solve the system of Maxwell equations. The asymptotic analysis is applied to simplify the system of differential equations, so an approximate analytic solution can be found. The solution obtained is used for the quick directional coupler parameters adjusting algorithm, so the power exchange in the system occurs as that of correctly working CNOT-gate switcher. Moreover, the finite difference method is used to solve the stricter system of equations, that additionally takes into account the process of power exchange between different order guided modes, so the computational error of the device can be estimated. It was obtained, that the possible size of the device may not exceed 1 mm in the largest dimension, while the computational error does not exceed 3 %.

Key Words: optical quantum computations, CNOT-gate, Maxwell equations, optical waveguides, theory of coupled modes, finite difference method

For citation: A. A. Lytaev, I. Yu. Popov. Simulation of switchers for CNOT-gates based on optical waveguide interaction with coupled mode theory. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 23:4(2021), 433–443. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.23.202104.433-443>

REFERENCES

1. J. Cirac, P. Zoller, “Quantum computations with cold trapped ions”, *Physical Review Letters*, **74**:20 (1995), 4091–4094. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.4091>

2. A. Blais, R. S. Huang, A. Wallraff, “Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation”, *Physical Review A*, **69**:6 (2004). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.69.062320>
3. D. G. Cory, A. F. Fahmy, T. F. Havel, “Ensemble quantum computing by NMR-spectroscopy”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **94**:5 (1997), 1634–1639. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.94.5.1634>
4. E. Knill, R. Laflamme, G. J. Milburn, “A scheme for efficient quantum computation with linear optics”, *Nature*, **409**:6816 (2001), 249–257. DOI: <https://doi.org/10.1038/35051009>
5. G. P. Miroshnichenko, “Linear optical quantum computing”, *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, **3**:4 (2012), 36–53 (In Russ.).
6. G. J. Milburn, “Quantum optical Fredkin gate”, *Physical Review Letters*, **62**:18 (1989), 2124–2127. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.2124>
7. J. Fu, T. Shaofang, “Quantum Computations with Transverse Modes of an Optical Field Propagating in Waveguides”, *Chinese Physics Letters*, **20**:9 (2003), 1426–1429. DOI: <https://doi.org/10.1088/0256-307X/20/9/305>
8. M. P. Faleeva, I. Y. Popov, “On quantum bit coding by Gaussian beam modes for the quantum key distribution”, *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, **11**:6 (2020), 651–658. DOI: <https://doi.org/10.17586/2220-8054-2020-11-6-651-658>
9. D. Gloge, D. Marcuse, “Formal Quantum Theory of Light Rays”, *Journal of the Optical Society of America*, **59**:12 (1969), 1629–1631. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.59.001629>
10. J. Fu, T. Shaofang, J. Deng, “Classical simulation of quantum entanglement using optical transverse modes in multimode waveguides”, *Physical Review A*, **70**:4 (2005). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.042313>
11. D. Marcuse, *Light transmission optics*, Van Nostrand Reinhold, New-York, 1982, 534 p.

Submitted 05.07.2021; revised 07.08.2021; accepted 25.08.2021

Information about the authors:

Aleksandr A. Lytaev, Graduate Student, National Research University ITMO (49 Kronverskiy Av., Saint Petersburg 197101, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1976-3350>, sas-lyt@ya.ru

Igor Yu. Popov, leading professor, National Research University ITMO (49 Kronverskiy Av., Saint Petersburg 197101, Russia), D. Sci. (Mathematics and Physics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5251-5327>, popov1955@gmail.com

The authors have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: the authors declare no conflict of interest.