

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

УДК 621.382.2

Численное моделирование вероятности включения микроплазмы с участием глубоких центров в $p-n$ -переходе© В. К. Ионычев¹, Р. Р. Кадеркаев², С. М. Мурюмин³, П. А. Шаманаев⁴

Аннотация. Моделируется влияние глубоких центров на статистическую задержку пробоя микроплазмы в $p-n$ -переходе. Проведен численный расчет вероятности включения микроплазмы в фосфидгаллиевых $p-n$ -переходах в случае эмиссии носителей заряда через простой двухзарядный генерационно-рекомбинационный центр и с многозарядной ловушки. Показано, что изменение зарядового состояния глубоких центров частичным снижением обратного напряжения на $p-n$ -переходе может приводить к особенностям распределения статистической задержки пробоя микроплазмы по длительности.

Ключевые слова: статистическая задержка пробоя, глубокие центры, включение микроплазмы, эмиссия носителей заряда, зарядовое состояние центра

Лавинный пробой реальных $p-n$ -переходов локализован и носит микроплазменный характер [1]. Микроплазмы (МП), как правило, локализуются в местах скопления различного рода структурных дефектов и примесей. Микроплазменные каналы имеют диаметры порядка ширины области объемного заряда $p-n$ -перехода при напряжении пробоя. Малые размеры микроплазменных каналов приводят к статистической задержке лавинного пробоя, на которую большое влияние могут оказывать глубокие центры (ГЦ), находящиеся в этих каналах. Если концентрация ГЦ в микроплазменных каналах мала (много меньше концентрации легирующей примеси), то эмиссия носителей заряда с ГЦ влияет на статистическую задержку пробоя [2]. При большой концентрации ГЦ, когда при их перезарядке заметно изменяется напряженность электрического поля в $p-n$ -переходе, появляется релаксационная задержка пробоя [3]. Практическое использование этих эффектов для исследования ГЦ возможно только на основе достаточно точной количественной теории. В данной работе рассматривается влияние ГЦ на статистическую задержку пробоя при их заполнении снижением обратного напряжения на $p-n$ -переходе. Проведен численный расчет вероятности включения микроплазмы в $p-n$ -переходе с участием глубоких центров.

¹ Доцент кафедры электроники и нанoeлектроники, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; microelektro@mail.ru.

² Аспирант кафедры технического сервиса машин, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск.

³ Доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; journal@svmo.ru.

⁴ Доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; korspa@yandex.ru.

1. Численное моделирование вероятности включения микроплазмы при эмиссии носителей заряда через простые двухзарядные глубокие центры

Ранее [2] было получено выражение для функции распределения задержки пробоя по длительности (вероятность того, что в течение времени t после приложения пробивного напряжения микроплазма не включится), которое имеет вид

$$1 - P_M = \exp \left\{ -S_M N_t \left[\frac{e_n e_p}{e_n + e_p} t \int_{-L_p}^{L_n} (P_n(x) + P_p(x)) dx + \frac{e_n^2}{(e_n + e_p)^2} \left(\int_{L_m}^{L_n} P_n(x) dx - \frac{e_p}{e_n} \int_{L_m}^{L_n} P_p(x) dx \right) \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right) \right] \right\} \quad (1.1)$$

где P_M — вероятность включения микроплазмы за время t после подачи пробивного напряжения; S_M — сечение микроплазменного канала; N_t — концентрация ГЦ; e_n , e_p — коэффициенты эмиссии электронов и дырок с ГЦ; L_n , $-L_p$ — границы ОПЗ со стороны n - и p -области; $P_n(x)$, $P_p(x)$ — вероятности запуска лавины электроном и дыркой; L_m — граница ОПЗ со стороны n -базы при напряжении заполнения глубоких центров V_m , $\tau = (e_p + e_n)^{-1}$. В полулогарифмической системе координат выражение $1 - P_M$ состоит из линейной и нелинейной частей:

$$\ln(1 - P_{M0}) = -S_M N_t \frac{e_n e_p}{e_n + e_p} \left[\int_{-L_p}^{L_n} (P_n(x) + P_p(x)) dx \right] t, \quad (1.2)$$

$$\ln(1 - P_{Mt}) = -S_M N_t \frac{e_n^2}{(e_n + e_p)^2} \left[\int_{L_m}^{L_n} P_n(x) dx - \frac{e_p}{e_n} \int_{L_m}^{L_n} P_p(x) dx \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right]. \quad (1.3)$$

Линейный член (1.2) отражает термогенерационный механизм запуска лавины через рассматриваемый глубокий уровень, нелинейный член (1.3) — запуск лавины, обеспечиваемый реэмиссией носителей с ГЦ.

Для чисто электронной ловушки ($e_p = 0$) линейное слагаемое равно нулю и функция распределения задержки пробоя имеет вид

$$1 - P_{Mt} = \exp \left[A \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right) \right], \quad (1.4)$$

$$A = -S_M N_t \int_{L_m}^{L_n} P_n(x) dx, \quad \tau = e_n^{-1}. \quad (1.5)$$

В этом случае A всегда отрицательно, что соответствует уменьшению статистической задержки пробоя. При $e_p \neq 0$ линейное слагаемое можно исключить из рассмотрения, если измерить функцию распределения без заполнения глубоких центров. В этом случае

при малых перенапряжениях $L_m \approx L_n$ и согласно (1.1) измеряется функция $1 - P_{M0}$. Таким образом, задачу можно свести к анализу функции $1 - P_{Mt}$, содержащей основную информацию о влиянии ГЦ на задержку пробоя, и которая так же имеет вид (1.4). Как следует из (1.3), в этом случае A может иметь как отрицательный, так и положительный знак. Последнее означает, что заполнение ГЦ основными носителями заряда увеличивает статистическую задержку пробоя микроплазмы.

В реальных $p-n$ -переходах наряду с эмиссией носителей заряда с ГЦ имеются и другие механизмы, поставляющие носители для запуска лавины. В этом случае правая часть выражения (1.1) в показателе экспоненты должна быть дополнена еще одним, чаще всего линейным слагаемым. Его вклад также можно учесть при измерении функции распределения задержки пробоя без заполнения ГЦ (фоновый запуск).

Выражение (1.3) содержит всю основную информацию о ГЦ в микроплазменном канале, и, как уже отмечалось, изменение зарядового состояния ГЦ может приводить как к увеличению, так и к уменьшению вероятности включения МП. Это зависит от знака параметра A , в общем случае имеющего вид

$$A = -\frac{M}{L_M} \frac{e_n^2}{(e_n + e_p)^2} \left(\int_{L_m}^{L_n} P_n(x) dx - \frac{e_p}{e_n} \int_{L_m}^{L_n} P_p(x) dx \right), \quad (1.6)$$

где $M = N_t S_M L_M$ — число ГЦ в микроплазменном канале.

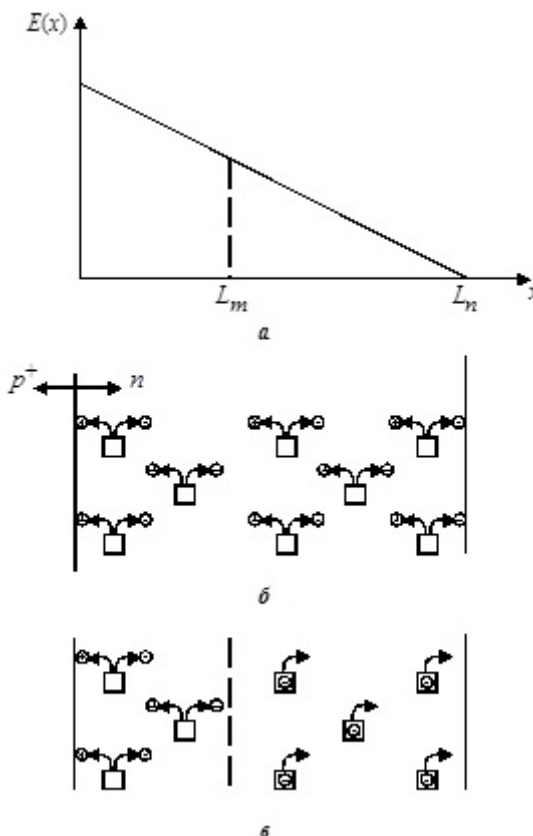


Рис. 1. Распределение электрического поля в p^+-n -переходе (а), состояние ГЦ до заполнения электронами (б) и после (в)

Зависимость величины и знака параметра от размеров области МП-канала, занятой заполненными ГЦ, поясняется на рис. 1, где схематически показано распределение

электрического поля в $p^+ - n$ -переходе (рис. 1, а) и эмиссионные свойства ГЦ в пределах ОПЗ $p - n$ -перехода. В стационарном состоянии ГЦ эмитируют электроны и дырки в равной степени (рис. 1, б). В нашем примере электроны покидают ОПЗ, проходя через область с относительно невысоким полем, следовательно, вероятность запуска лавины электроном мала. Дырки же, напротив, пролетают через область высоких полей и имеют высокую вероятность запуска лавины. Если в некоторой области от L_m до L_n ГЦ заполнить электронами (рис. 1, в), то в течение последующего времени релаксации интенсивность эмиссии электронов в этой области возрастет, а интенсивность эмиссии дырок снизится. В результате произойдет уменьшение вероятности пробоя, обусловленное изменением относительных вероятностей запуска лавины соответствующими носителями. Для того чтобы вероятность пробоя возросла, необходимо, чтобы выполнялись условия: либо $e_n \gg e_p$ для $p^+ - n$ -перехода, либо $e_p \gg e_n$ для $n - ^+p$ -перехода.

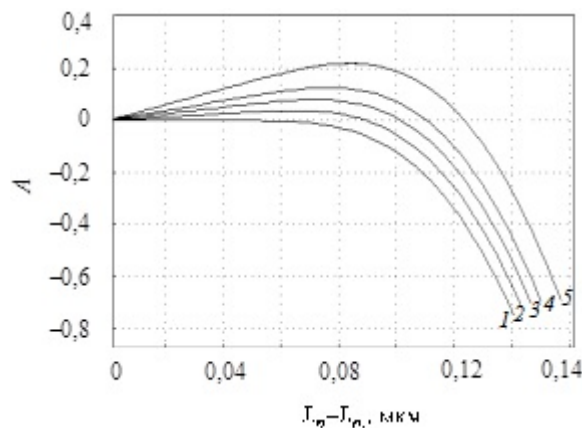


Рис. 2. Зависимости параметра A от ширины области заполнения. Градиент концентрации $4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-4}$, $T = 300 \text{ K}$, $V_M = 17,80$, $V - V_M = 0,7 \text{ В}$. e_p/e_n : 1 – $\leq 10^{-3}$; 2 – 10^{-2} ; 3 – $2 \cdot 10^{-2}$; 4 – $3 \cdot 10^{-2}$; 5 – $5 \cdot 10^{-2}$

Численный расчет функции распределения задержки пробоя МП проведен для плавного фосфидгаллиевого $p - n$ -перехода с градиентом концентрации $4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-4}$ и $M = 100$. На рис. 2 показано изменение параметра A с ростом ширины области заполнения ГЦ в канале МП. При расчетах использовались коэффициенты ионизации из работы [4]. Расчетное напряжение пробоя V_M анализируемой структуры GaP при $T = 300 \text{ K}$ составляло 17,8 В, диаметр микроплазменного канала 0,5 мкм, длина микроплазменного канала 0,31 мкм. Как видно из рисунка, при равных коэффициентах ионизации электронов и дырок (в GaP $\alpha_n = \alpha_p$) в плавном переходе увеличение статистической задержки пробоя наблюдать труднее, чем ее уменьшение. Когда коэффициенты эмиссии электронов и дырок сильно различаются ($\frac{e_p}{e_n} \leq 10^{-3}$), величина A всегда отрицательна при любой степени заполнения ОПЗ, что соответствует уменьшению статистической задержки пробоя или увеличению вероятности включения МП. И только когда e_p и e_n сближаются ($\frac{e_p}{e_n} > 10^{-3}$), имеется область, где $A > 0$ и статистическая задержка пробоя увеличивается, причем наблюдается экстремум величины A , соответствующий определенной ширине области заполнения ГЦ. При заполнении глубоких центров вблизи края области пространственного заряда $A > 0$, но по абсолютной величине значение параметра очень мало. Это затрудняет выделение величины из общей функции распределения задержки пробоя. При полном заполнении ГЦ в ОПЗ со стороны n -базы при всех разумных соотношениях e_n

и $e_p A < 0$, так как реэмиссия электронов с ГЦ происходит уже в сильном поле и они способны с большой вероятностью запускать лавину. Несколько благоприятнее ситуация в резких асимметричных $p-n$ -переходах. При прочих примерно одинаковых условиях значение A вблизи максимума в них в несколько раз больше. Еще легче наблюдать увеличение статистической задержки пробоя МП в случаях, когда коэффициенты ударной ионизации неосновных носителей больше, чем для основных (например, в кремниевых n^+-p -переходах). Здесь заполнение ГЦ дырками приводит к временному уменьшению эмиссии электронов, вклад которых в запуск лавины существенно выше.

На рис. 3, а приведены расчетные кривые функции распределения задержки пробоя МП, соответствующие формуле (1.1), анализируемого $p-n$ -перехода GaP при различных соотношениях e_n и e_p . Эти кривые содержат в себе линейный и экспоненциальный члены и постоянную величину A . Из кривых, подобных рис. 3, а, всегда можно определить постоянную времени релаксации заряда на глубоком центре $\tau = (e_n + e_p)^{-1}$, исключив фоновую составляющую (линейный член), измеряя кривую распределения задержек на «хвосте» при $t > 3\tau$ или измеряя функцию распределения задержки пробоя без заполнения ГЦ.

Расчетные кривые распределения задержки пробоя МП по длительности, связанные с реэмиссией носителей заряда, приведены на рис. 3, б. Когда $e_n \gg e_p$, перезарядка глубокого уровня определяется лишь эмиссией электронов, которые и запускают лавину. Функция распределения задержки пробоя изменяется во времени по экспоненциальному закону с постоянной $\tau = e_n^{-1}$, т.е. ГЦ ведет себя как ловушка захвата для основных носителей заряда.

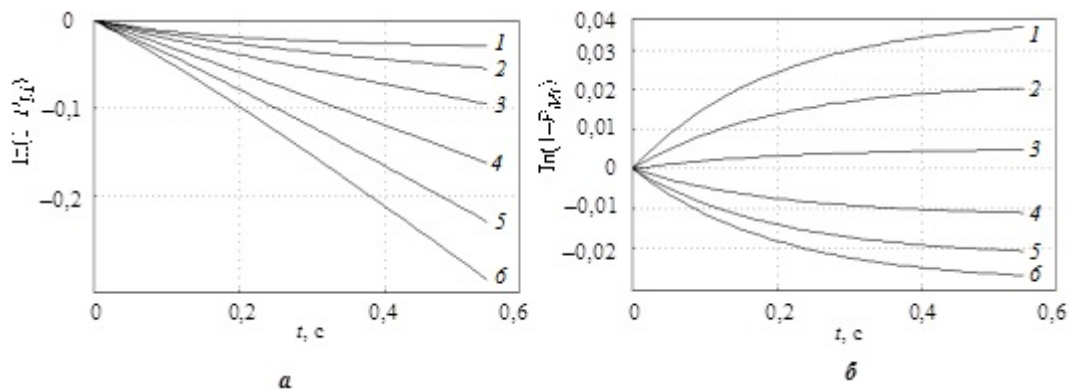


Рис. 3. Расчетные кривые распределения статистической задержки пробоя микроплазмы по длительности: а — при заполнении ГЦ; б — связанные с реэмиссией носителей заряда с ГЦ. Градиент концентрации $4 \cdot 10^{22} \text{см}^{-4}$, $T = 300 \text{ K}$, $V_M = 17,80 \text{ В}$, $V - V_M = 0,7 \text{ В}$, $V_M = 0 \text{ В}$, $N_t = 1 \cdot 10^{15} \text{см}^{-3}$. e_p/e_n : 1 — $\leq 10^{-3}$; 2 — $2 \cdot 10^{-3}$; 3 — $5 \cdot 10^{-3}$; 4 — 10^{-2} ; 5 — $1,5 \cdot 10^{-2}$; 6 — $2 \cdot 10^{-2}$

Таким образом, несмотря на свою громоздкость, выражение (1.1) в реальном случае сильно упрощается. Глубокие уровни в полупроводниках расположены либо выше, либо ниже середины запрещенной зоны и обладают сильной асимметрией в скоростях эмиссии электронов и дырок, даже когда коэффициенты захвата равны или одного порядка. Для глубоких уровней, расположенных в верхней половине запрещенной зоны, как правило, $e_n \gg e_p$ и наоборот.

2. Численное моделирование вероятности включения микроплазмы при эмиссии носителей с многозарядной ловушки

Многозарядная ловушка может последовательно испускать несколько электронов либо дырок. Особенности тепловой ионизации ГЦ возникают в случае, когда два близко расположенных уровня принадлежат двум различным зарядовым состояниям одного и того же центра. Эти особенности возникают из-за того, что концентрация центров в определенных зарядовых состояниях перераспределяется между двумя состояниями в процессе ионизации. Конкретный центр может быть в одном зарядовом состоянии. Электроны и дырки эмитируются с центра последовательно, поэтому могут возникать ситуации, когда эмиссия с одного зарядового состояния ограничивает эмиссию с другого [5].

Если ГЦ имеет два энергетических уровня в запрещенной зоне, то он может находиться в трех зарядовых состояниях. Изменение числа центров в данном зарядовом состоянии возможно в результате: захвата электрона либо дырки на центр; эмиссии электрона или дырки с центра. Для центра, оказавшегося в ОПЗ, первые два процесса исключаются. Существенную роль играет один из процессов эмиссии, вследствие которого центр последовательно переходит из первого состояния во второе, а затем в третье. При этом постепенно уменьшается число носителей заряда на центре. Схема таких переходов показана на рис. 4.

Рассмотрим для определенности полупроводник n -типа. В качестве начальных условий выберем полное заполнение центров носителями заряда ($N_{20} = N_t$). Все центры захватили по два электрона. При некоторой температуре, достаточной для перехода электронов с уровней в зону проводимости, концентрация центров в различных зарядовых состояниях будет изменяться.

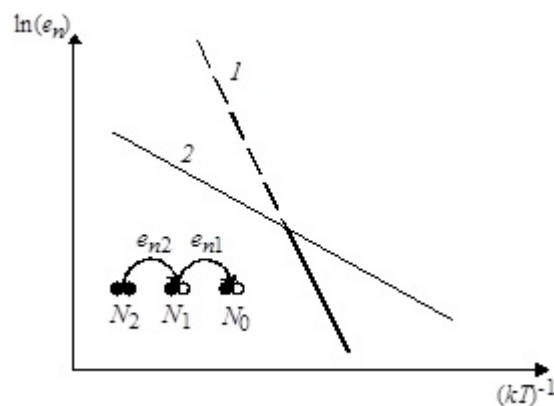


Рис. 4. Схема термических переходов и зависимость скорости термической эмиссии с двухуровневого центра от температуры.

Эмиссия электрона с уровня, соответствующего состоянию N_2 , в зону проводимости переводит центр в состояние N_1 . Вероятность этого процесса определяется скоростью термической эмиссии e_{n2} . Только после этого возможна эмиссия электрона из состояния N_1 в зону проводимости, вероятность которого e_{n1} . Следовательно, изменение концентрации центров в состоянии N_2 происходит за счет одного процесса, а в N_1 — за счет двух процессов, что описывается системой кинетических уравнений:

$$\frac{dN_2}{dt} = -e_{n2}N_2, \quad \frac{dN_1}{dt} = -e_{n1}N_1 + e_{n2}N_2. \quad (2.1)$$

с начальными условиями $N_2(0) = N_t$, $N_1(0) = 0$. При этом в процессе перезарядки центра выполняется условие $N_2(t) + N_1(t) + N_0(t) = N_t$. Решение системы уравнений (2.1) имеет вид

$$N_1(t) = \frac{e_{n2}N_t}{e_{n2} - e_{n1}} [\exp(-e_{n1}t) - \exp(-e_{n2}t)], \quad (2.2)$$

$$N_2(t) = N_t \exp(-e_{n2}t). \quad (2.3)$$

Скорости эмиссии электронов из зарядовых состояний N_2 и N_1 будут определяться как

$$G_1(t) = e_{n1}N_1(t), \quad G_2(t) = e_{n2}N_2(t).$$

При заполнении ловушек в области от L_m до L_n (см. рис. 1, а) для функции распределения задержки пробоя МП по длительности, обусловленной реэмиссией носителей с двухуровневой ловушки, получим выражение

$$1 - P_{Mt} = \exp \left\{ A \left[\frac{e_{n2}}{e_{n2} - e_{n1}} \exp(-e_{n1}t) + \frac{e_{n2} - 2e_{n1}}{e_{n2} - e_{n1}} \exp(-e_{n2}t) - 2 \right] \right\} \quad (2.4)$$

где $A = S_M N_t \int_{L_m}^{L_n} P_n(x) dx$ совпадает с подобным выражением (1.5) при эмиссии носителей с простой двухзарядной ловушки.

Здесь использовано выражение [1]

$$1 - P_{Mt}(t) = \exp \left[- \int_{L_m}^{L_n} P_{01}(t) dt \right],$$

где $P_{01}(t) = S_M \int_{L_m}^{L_n} (G_1(t) + G_2(t)) P_n(x) dx$ — вероятность перехода микроплазменного канала из состояния «выключено» в состояние «включено» в единицу времени.

Для анализа выражение (2.4) удобно представить в полулогарифмической системе координат в виде

$$\phi(t) = \ln(1 - P_{Mt}) = \phi_1(t) + \phi_2(t),$$

где $\phi_1(t) = A \left[\frac{e_{n2}}{e_{n2} - e_{n1}} \exp(-e_{n1}t) - 1 \right]$, $\phi_2(t) = A \left[\frac{e_{n2} - 2e_{n1}}{e_{n2} - e_{n1}} \exp(-e_{n2}t) - 1 \right]$.

Величина $\exp(-A)$ есть вероятность того, что по истечении времени, когда установится стационарное состояние ловушки, после подачи прямоугольного импульса перенапряжения микроплазма не включится. Теоретически это время равно бесконечности.

На рис. 5 приведены результаты расчетов функции $\phi(t)$, $\phi_1(t)$ и $\phi_2(t)$ при различных соотношениях e_{n1} и e_{n2} . Для удобства расчетов величина A принята равной 1. В диапазоне температур, когда e_{n1} и e_{n2} равны или близки друг другу, разделить два процесса перезарядки двухуровневого центра из функции распределения статистической задержки пробоя не представляется возможным (рис. 5, а, б), тем более, если экспериментальная кривая $\phi(t)$ не достигает насыщения — величины $2A$. Будет обнаружен только один уровень, но с неверным значением концентрации. Чтобы отдельно определить вероятности ионизации обоих зарядовых состояний, необходимо экспериментально осуществить различные начальные заполнения этих состояний. Если скорости эмиссии с уровней сильно различаются, во всяком случае, более чем в несколько раз, то разделить эти два процесса можно путем аппроксимации кривой $\phi(t)$ суммой экспонент и констант. В случае $e_{n1} \gg e_{n2}$ эмиссия электронов с зарядового состояния N_2 сильно лимитирует процесс

эмиссии с зарядового состояния N_1 и функция распределения задержки пробоя $\phi(t)$ имеет характерный выпуклый начальный участок (рис. 5, в).

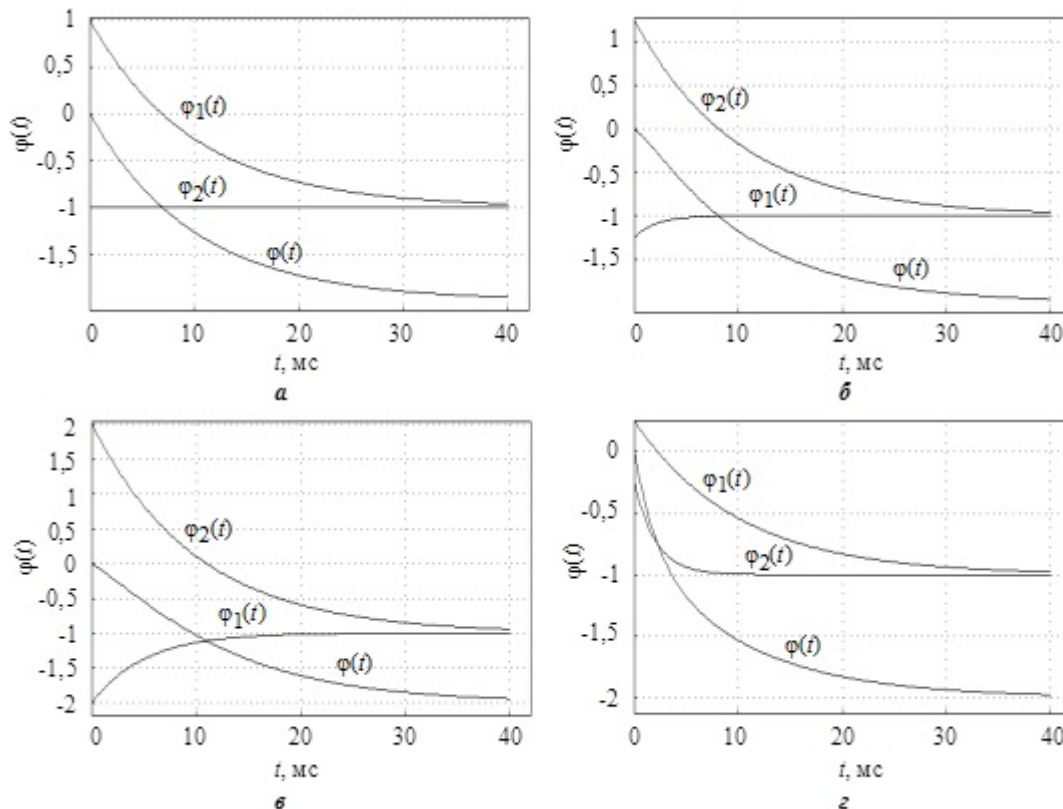


Рис. 5. Функции распределения задержки пробоя микроплазмы при эмиссии электронов с двухуровневой ловушки. e_{n1}/e_{n2} : а — 0,5; б — 2; в — 5; г — 0,2

Когда e_{n1} превышает e_{n2} более чем в десятки раз, $\phi_1 \approx A$ и перезарядка ловушки практически определяется скоростью эмиссии носителей e_{n2} из зарядового состояния N_2 , но с удвоенной концентрацией центров, т.е. с уровня соответствующего зарядовому состоянию N_1 электроны эмитируют почти мгновенно вслед за электронами из состояния N_2 . При $e_{n2} \gg e_{n1}$ функция распределения $\phi(t)$ имеет такой же вид (рис. 5, г), что и в случае эмиссии основных носителей с уровней, принадлежащих двум различным по природе центрам [2][6]. Разделить эти два уровня большого труда не представляет, а идентифицировать уровни можно лишь по концентрации центров.

В результате работы проведен численный расчет вероятности включения МП в фосфидгаллиевом $p-n$ -переходе при заполнении ГЦ частичным снижением обратного напряжения. Расчеты показывают, что если коэффициенты эмиссии электронов и дырок различаются более чем на три порядка величины, статистическая задержка пробоя всегда уменьшается независимо от степени и ширины области заполнения ГЦ в ОПЗ $p-n$ -перехода. Глубокие центры будут являться ловушками захвата для основных носителей заряда и реэмиссия носителей с них всегда приводит к увеличению вероятности включения МП. Подобные расчеты особенно важны в том случае, когда надо достоверно знать, какие носители (электроны или дырки) и в какой области пространственного заряда запускают лавину. Для экспериментаторов это необходимо при расчете концентрации ГЦ в микроплазменном канале или когда измерения вероятности включения МП используются для определения зависимости коэффициентов ударной ионизации от напряженности электрического поля.

В работе также получено математическое выражение и проведены расчеты вероятности включения микроплазмы в случае эмиссии носителей заряда с двухуровневой ловушки. Показаны характерные особенности в распределении статистической задержки пробоя МП по длительности, когда два близко расположенных уровня принадлежат двум различным зарядовым состояниям одного и того же центра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грехов И. В., Серезжин Ю. Н., *Лавинный пробой p-n-перехода в полупроводниках*, Энергия, Л., 1980, 152 с.
2. Булярский С. В., Серезжин Ю. Н., Ионычев В. К., “Статистическая задержка пробоя микроплазмы в фосфидгаллиевых p-n-переходах”, *ФТП*, **33**:11 (1999), 1345–1349.
3. Булярский С. В., Серезжин Ю. Н., Ионычев В. К., “Определение параметров глубоких уровней по релаксационной задержке пробоя p-n-перехода”, *ФТП*, **33**:4 (1999), 494–497.
4. Logan R. A., White H. G., “Charge multiplication in GaP p-n-junctions”, *J. Appl. Phys.*, **36** (1965), 3945–3946.
5. Булярский С. В., Грушко Н. С., *Генерационно-рекомбинационные процессы в активных элементах*, Изд-во Моск. ун-та, М., 1995, 399 с.
6. Ионычев В. К., Ребров А. Н., “Исследование глубоких центров в микроплазменных каналах кремниевых лавинных эпитаксиальных диодов”, *ФТП*, **43**:7 (2009), 980–984.

Numerical modelling of probability of inclusion of microplasma с participation of the deep centers in $p-n$ -junction

© V. K. Ionychev⁵, R. R. Kaderkaev⁶, S. M. Muryumin⁷, P. A. Shamanaev⁸

Abstract. Influence of the deep centers on a statistical delay of breakdown of microplasma in $p-n$ -junction is modelled. The numerical computation of the probability of microplasma inclusion in GaP p-n-junction has been made in the case of the charge carriers emission through the simple two-charged and also multicharged generation-recombination center. It is established that the change of the deep levels charges by means of partial reduction of reverse voltage in p-n-junction may result in some peculiarities concerning the distribution of the statistical delay of microplasma breakdown. The duration of breakdown delay changes.

Key Words: static delay of breakdown, deep centers, microplasma turn-on, carriers emission, charge conditions of center

⁵ Associate Professor of the Department of Electronics and Nanoelectronics, Ogarev Mordovia State University, Saransk; microelektro@mail.ru.

⁶ Postgraduate student of the Department of Technical Service Machines, Ogarev Mordovia State University, Saransk.

⁷ Associate Professor of the Department Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, Ogarev Mordovia State University, Saransk; journal@svmo.ru.

⁸ Associate Professor of the Department Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, Ogarev Mordovia State University, Saransk. korspa@yandex.ru.