

УДК 621.3.078

Реализация расширенного фильтра Калмана в среде MATLAB для восстановления угловой скорости вращения ротора асинхронного двигателя

© М. В. Таланов,¹ А. В. Карасев,² В. М. Таланов³

Аннотация. В статье рассматривается реализация расширенного фильтра Калмана в среде MATLAB и предлагается улучшенная структура наблюдателя на его основе для получения оценки угловой скорости вращения ротора асинхронного электродвигателя.

Ключевые слова: датчик скорости, асинхронный электродвигатель, расширенный фильтр Калмана, улучшенная структура наблюдателя, MATLAB, матрица ковариации, дискретизация, неподвижная система координат, библиотека Digital Motor Control

1. Введение

Расширенный фильтр Калмана является статистически оптимальным рекурсивным алгоритмом идентификации переменных состояния и параметров нелинейных динамических систем [1],[2]. Он позволяет учесть случайные возмущения в системе и ошибки, возникающие при измерении доступных параметров системы. Предполагается, что ошибки измерений и возмущения в системе некоррелированы и матрицы ковариации для них известны. В статье рассматривается структура наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана, которая позволяет получить более точную оценку угловой скорости вращения ротора асинхронного электродвигателя по сравнению с реализациями наблюдателей, приведенными в [1],[2].

В алгоритме фильтрации использовались уравнения электродвигателя, записанные в неподвижной системе координат (1.1),(1.2), поскольку такая модель имеет следующие преимущества:

1. меньшее время расчета;
2. меньшее число шагов моделирования;
3. повышенная точность;
4. более стабильное поведение.

Далее приводится математическая модель асинхронного электродвигателя в пространстве состояний, которая дополнена неизмеряемой величиной – угловой скоростью вращения ротора [1],[2]. Эта модель была использована для получения дискретной модели двигателя при реализации фильтра Калмана в среде MATLAB.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad (1.1)$$

¹ Аспирант факультета электронной техники, Мордовский государственный университет, г. Саранск; izen_18@mail.ru

² Доцент кафедры «Промышленная электроника», Мордовский государственный университет, г. Саранск; izen_18@mail.ru

³ Доцент кафедры «Автоматизированные системы обработки информации и управления», Мордовский государственный университет, г. Саранск; izen_18@mail.ru

$$y = Cx, \tag{1.2}$$

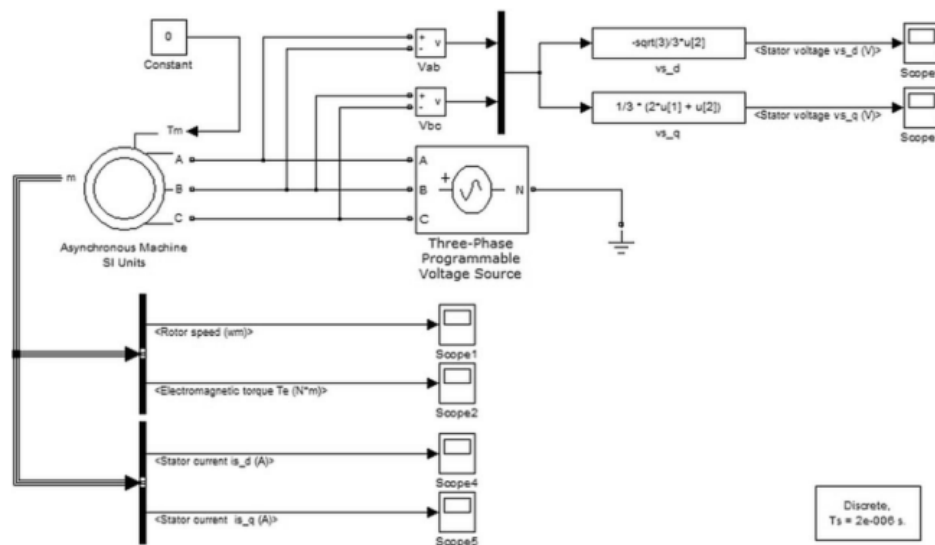
где

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_s'^* & 0 & L_m/(L_s'L_rT_r) & \omega_r L_m/(L_s'L_r) & 0 \\ 0 & -1/T_s'^* & -\omega_r L_m/(L_s'L_r) & L_m/(L_s'L_rT_r) & 0 \\ L_m/T_r & 0 & -1/T_r & -\omega_r & 0 \\ 0 & L_m/T_r & \omega_r & -1/T_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1/L_s' & 0 \\ 0 & 1/L_s' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

и $x = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \psi_{r\alpha} \ \psi_{r\beta} \ \omega_r]^T$ – вектор состояния, $u = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta}]^T$ – вектор управления, A – матрица состояний, C – матрица выхода, $L_s' = \sigma L_s$ – переходная индуктивность статора, где $\sigma = 1 - L_m^2/(L_s L_r)$ – коэффициент рассеяния, L_s – индуктивность обмотки статора; L_m – индуктивность намагничивания; $L_r = L_{lr} + L_m$ – индуктивность обмотки ротора, где L_{lr} – индуктивность рассеяния обмотки ротора; $T_r = L_r/R_r$ – постоянная времени ротора; $\omega_r = \omega_m p$ – электрическая угловая скорость вращения ротора, где ω_m – механическая угловая скорость вращения ротора, p – число пар полюсов электродвигателя; $T_s'^* = L_s'/(R_s + R_r(L_m/L_r)^2)$ – комбинированный параметр, где R_s – активное сопротивление обмотки статора, R_r – активное сопротивление обмотки ротора; $i_{s\alpha}$ и $i_{s\beta}$ – проекции токов в обмотках статора на оси неподвижной системы координат, $u_{s\alpha}$ и $u_{s\beta}$ – проекции линейных напряжений обмоток статора на оси неподвижной системы координат, $\psi_{r\alpha}$ и $\psi_{r\beta}$ – проекции вектора потокосцепления ротора на оси неподвижной системы координат.

Для численного моделирования объекта управления использовалась модель асинхронного электродвигателя из библиотеки SIMULINK (рисунок 1.1). Моделирование проводилось в дискретном времени с шагом моделирования 2 мкс – это было сделано для ускорения процесса моделирования.

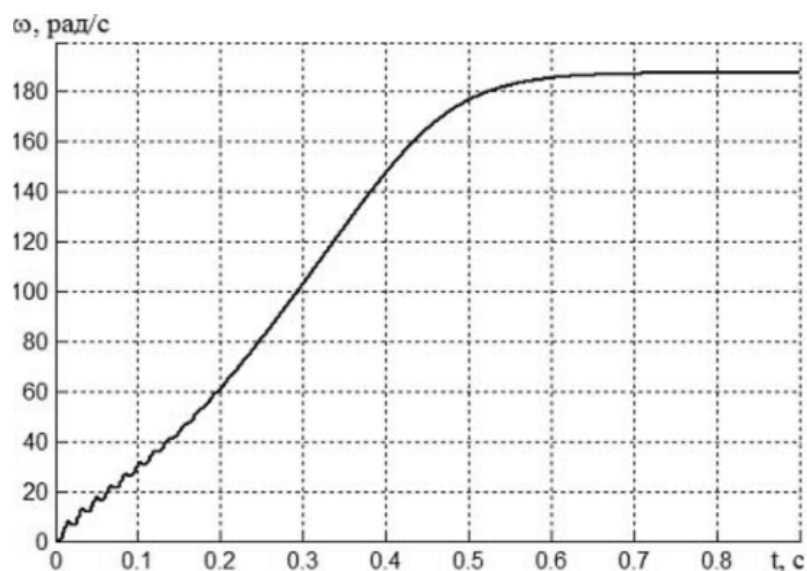


Р и с у н о к 1.1

Модель асинхронного двигателя в SIMULINK

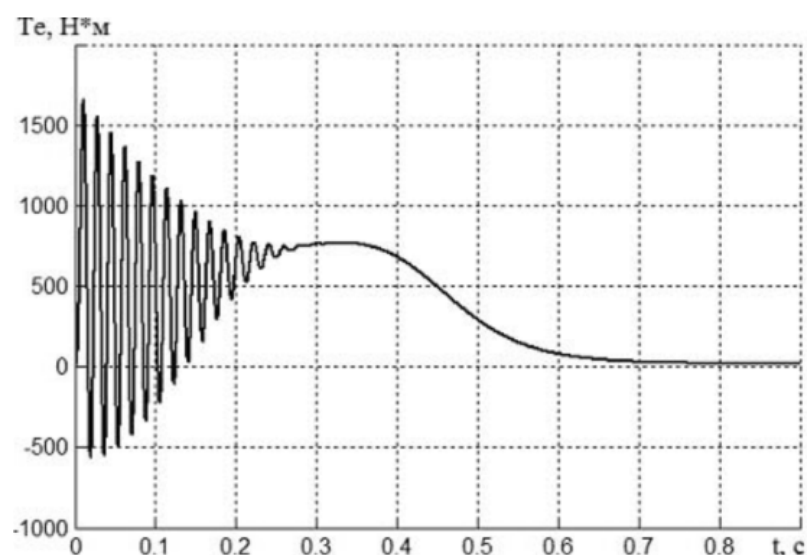
2. Результаты моделирования в среде MATLAB

Рассмотрим результаты моделирования. На рисунке 2.1 показан разгон двигателя до установившегося режима – 188,5 рад/с (1800 об/мин). На рисунке 2.2 показан развиваемый двигателем электромагнитный вращающий момент.



Р и с у н о к 2.1

Измеренная угловая скорость вращения ротора двигателя



Р и с у н о к 2.2

Электромагнитный вращающий момент двигателя

Преобразование линейных напряжений из трехфазной в неподвижную систему координат выполняется по следующей формуле [3],[4]:

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \cos \varphi & \cos \varphi + \sqrt{3} \sin \varphi \\ 2 \sin \varphi & \sin \varphi - \sqrt{3} \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{abs} \\ V_{bcs} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

где V_{abs} и V_{bcs} – линейные напряжения обмоток статора, φ – угол поворота системы координат, в которой записаны уравнения электродвигателя. В нашем случае $\varphi = 0$.

Напомним, что считаются доступными для измерения только напряжения и токи статора.

Для выполнения алгоритма расширенного фильтра Калмана цифровыми процессорами необходимо записать уравнения электродвигателя в дискретном времени. Дискретизация выражений (1.1) и (1.2) производится по следующим формулам:

$$A_d = \exp[AT] \approx I + AT \quad (2.2)$$

$$B_d = BT, \quad (2.3)$$

где T – период дискретизации. Матрица выхода вычисляется как $C_d = C$, где матрица C определяется из формулы (1.2). В [2] и [5] приведены рекомендации по выбору периода дискретизации.

В расширенном фильтре Калмана должны быть учтены как случайные возмущения входного воздействия, так и случайные ошибки при измерениях выхода. Математическая модель рассматриваемой наблюдаемой системы имеет вид [6]:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + v(t), t \geq t_0 \quad (2.4)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + w(t). \quad (2.5)$$

Недоступный непосредственному наблюдению вектор состояния $x(t)$ имеет размерность n . Предположим, что его начальное значение $x(t_0)$ есть случайный вектор с заданной ковариационной матрицей $P(t_0)$. Измеряемый вектор $y(t)$ имеет размерность m . Вектор возмущений $v(t)$ размерности n и ошибка измерений $w(t)$ размерности m представляют собой векторные случайные процессы. Симметричные, неотрицательно определенные матрицы ковариации этих процессов заданы следующими формулами:

$$Evv' = Q(t) \quad (2.6)$$

$$Eww' = R(t), \quad (2.7)$$

где E означает математическое ожидание.

Во время численного моделирования двигатель разгоняется из состояния покоя, то есть априорная информация о начальном положении системы известна. Следовательно, ошибка в знании начального вектора состояния $x(t_0)$ равна нулю, а значит: матрица ковариации начального вектора $P(t_0)$ равна нулю, то есть $P(0) = 0$. Поскольку параметры случайных процессов $v(t)$ и $w(t)$ неизвестны, то во время экспериментальной настройки алгоритма фильтрации были подобраны значения матриц Q и R таким образом, чтобы обеспечить удовлетворительную динамику и точность восстановления переменных состояния [1].

Алгоритм фильтрации состоит из двух основных шагов: экстраполяции и коррекции [2]. Экстраполяция вектора состояния наблюдаемой системы осуществляется на основе

математической модели асинхронного электродвигателя в дискретном времени. Оценка вектора состояния наблюдаемой системы получается в результате второго шага – коррекции, – которая осуществляется путем добавления корректирующего члена к значению, полученному в результате экстраполяции. Корректирующий член вычисляется как произведение матрицы усиления фильтра K на разность измеренного вектора состояния и оценки вектора состояния.

Уравнение расширенного фильтра (наблюдателя) Калмана имеет вид (рисунок 2.3):

$$\hat{x} = A(\hat{x})\hat{x} + Bu + K(i_s - \hat{i}_s), \quad (2.8)$$

где последнее слагаемое в правой части выражения является корректирующим членом.

Численная реализация алгоритма фильтрации состоит из следующих этапов [1], [2], [6]. На первых двух этапах имеющаяся оценка и ее матрица ковариации экстраполируются на следующий интервал:

$$X[n+1|n] = A_d X[n|n] + B_d U[n] \quad (2.9)$$

$$P[n+1|n] = f(n+1|n)P[n|n]f^T(n+1|n) + Q, \quad (2.10)$$

где $f(n+1|n) = \frac{\partial}{\partial x}(A_d X + B_d U)|_{X=X[n|n]}$.

На третьем шаге вычисляется оптимальная матрица усиления K и оценка, полученная в результате экстраполяции, улучшается с использованием новых результатов наблюдений:

$$K[n] = P[n|n-1]h^T[n|n-1](h[n|n-1]P[n|n-1]h^T[n|n-1] + R)^{-1} \quad (2.11)$$

$$X[n|n] = X[n|n-1] + K[n](Y[n] - C_d X[n|n-1]), \quad (2.12)$$

где $h[n|n-1] = \frac{\partial}{\partial x}(C_d X)|_{X=X[n|n-1]}$.

При реализации улучшенного наблюдателя на основе фильтра Калмана вычисление оценки вектора состояния предлагается модифицировать следующим образом:

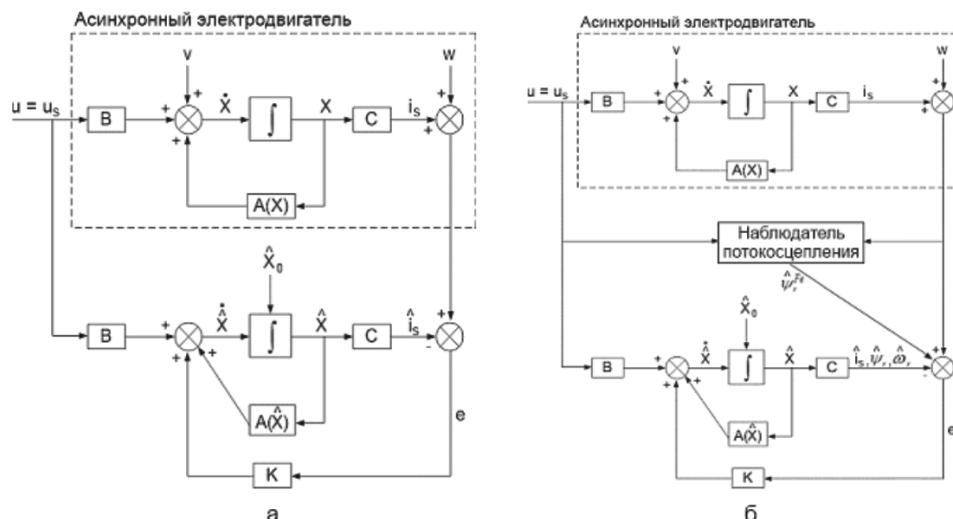
$$X[n|n] = X[n|n-1] + K[n]([Y[n]; \hat{\psi}_r^{Fe}[n]] - C_d X[n|n-1]), \quad (2.13)$$

где $\hat{\psi}_r^{Fe}$ – вектор оценки $\psi_{r\alpha}$ и $\psi_{r\beta}$, полученный с помощью дополнительного наблюдателя потокосцепления. Кроме того, размер матрицы R следует увеличить до 4×4 . Матрица C также должна быть дополнена двумя строками, учитывающими влияние потокосцепления.

На последнем шаге определяется матрица ковариации новой модифицированной оценки:

$$P[n|n] = P[n|n-1] - K[n]h[n|n-1]P[n|n-1]. \quad (2.14)$$

Структуры расширенного фильтра Калмана и улучшенного наблюдателя на его основе приведены на рисунке 2.3, где: $u = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta}]^T$, $i = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta}]^T$, $v(k)$ – вектор возмущений, $w(k)$ – вектор ошибок измерений, \hat{i}_s – вектор оценки i_s , ψ_r – вектор оценки $\psi_{r\alpha}$ и $\psi_{r\beta}$; $\hat{\psi}_r^{Fe}$ – вектор оценки $\psi_{r\alpha}$ и $\psi_{r\beta}$, полученный с помощью дополнительного наблюдателя потокосцепления; $\hat{\omega}_r$ – оценка ω_r , \hat{x}_r – начальная оценка вектора состояния x , \hat{x} – оценка x .



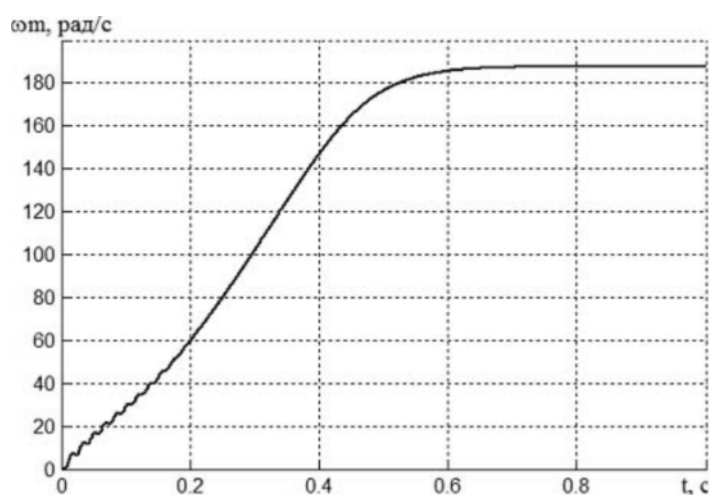
Р и с у н о к 2.3

Сравнение структурных схем наблюдателей: а – расширенный фильтр Калмана; б – улучшенный наблюдатель на основе расширенного фильтра Калмана

Алгоритм фильтрации с помощью улучшенного наблюдателя был реализован в среде MATLAB. В качестве вектора управления выступали проекции линейных напряжений обмоток статора на оси неподвижной системы координат (рисунок 1.1 и выражение (2.1)). В качестве измеренного вектора состояния использовались проекции токов статорных обмоток на оси неподвижной системы координат (рисунок 1.1). Дополнительный наблюдатель потокосцепления был взят из библиотеки Digital Motor Control от фирмы Texas Instruments [7], который также был реализован в среде MATLAB.

Далее приведены результаты оценки переменных состояния электродвигателя с помощью улучшенного наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана.

На рисунке 2.4 показана восстановленная наблюдателем механическая угловая скорость вращения ротора.

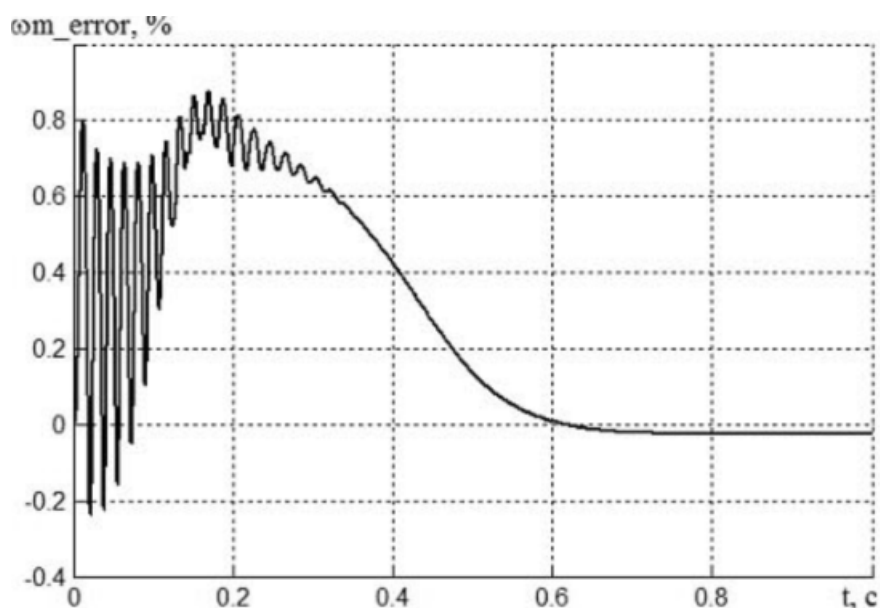


Р и с у н о к 2.4

Оценка угловой скорости вращения ротора

На рисунке 2.5 показана ошибка оценки механической угловой скорости вращения ротора (изображена погрешность относительно амплитудного значения в установившемся

режиме измеренной угловой скорости вращения ротора, которая показана на рисунке 2.1).



Р и с у н о к 2.5

Ошибка оценки угловой скорости вращения ротора

В статье была предложена модель в среде MATLAB и структура улучшенного наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана, которая позволяет получить оценку угловой скорости вращения ротора асинхронного электродвигателя с точностью до 1,0% для переходного режима и с точностью 0,025% для установившегося режима, что исключает необходимость использования датчика скорости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ляпунов А. М., «*Sensorless Control with Kalman Filter on TMS320 Fixed-Point DSP*,» *Texas Instruments, Literature Number: BPRA057*, ОНТИ, Л., М., July 1997, 336 с.
2. Peter Vas, *Sensorless Vector and Direct Torque Control*, Oxford University Press, 1998.
3. Krause, P.C., O.Wasynczuk, and S.D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, 2002.
4. Mohan, N., T.M. Undeland, and W.P. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995, 576 с.
5. Burak Ozpineci, Leon M. Tolbert, "Simulink Implementation of Induction Machine Model – A Modular Approach", *The 29th Annual Conference of the IEEE industrial Electronics Society (IECON'03)*, 5:1 (2003), 728-734.
6. Браммер К., Зиффлинг Г., *Фильтр Калмана-Бьюси. Пер. с нем.*, Наука. Главная редакция физико-математической литературы., М., 1982.
7. Akin, B., Bhardwaj, M., "Sensorless Field Oriented Control of 3-Phase Induction Motors", *Texas Instruments*, 10:2 (Feb. 2010), 213–217.

Implementation of the extended Kalman filter using MATLAB for the estimation of the rotor speed of an induction motor.

© M. V. Talanov⁴, A. V. Karasev⁵, V. M. Talanov⁶

Abstract. In this paper the application of the extended Kalman filter using MATLAB is explored and improved structure of this observer for estimation of the rotor angular velocity is suggested.

Key Words: stationary reference frame, extended Kalman filter, improved observer based on Kalman filter, induction motor, Digital Motor Control library, MATLAB, speed sensor

⁴ Postgraduate student of faculty of electronic engineering, Mordovian State University after N.P. Ogarev, Saransk; mvtal@mail.ru

⁵ Associate Professor of the department «Industrial Electronics», Mordovian State University after N.P. Ogarev, Saransk; izen_18@mail.ru

⁶ Associate Professor of the department «Automated information processing and management», Mordovian State University after N.P. Ogarev, Saransk; izen_18@mail.ru