Краткие сообщения

УДК 517.929

Исследование поведения возмущенной системы дифференциальных уравнений

© С. В. Зубов [1]

Аннотация. В данной статье изучается поведение возмущенной системы при различных возможных возмущениях, или иначе сохраняется ли автоколебательный характер в системах дифференциальных уравнений. Изучается вопрос существования асимптотического автоколебания у систем дифференциальных уравнений.
Ключевые слова: решение, расстояние, движение, множество, функция, ограничение

Рассмотрим систему

$$\frac{dy_s}{dt} = f_s(y_1, \ldots, y_{n+1}), \qquad s = 1, \ldots, n+1. \tag{1.1}$$

Пусть она имеет периодическое решение

$$y_s = \varphi_s(t), \qquad s = 1, \ldots, n+1 \tag{1.2}$$

периода 2π. Обозначим через M график этого периодического решения.

Определение 1.1. *Периодическое решение (2) называется периодическим автоколебанием системы (1), если решение (2) орбитально асимптотически устойчиво по Ляпунову: по любому $\varepsilon > 0$ можно указать $\delta > 0$ такое, что при $\rho(Y_0, M) < \delta$ будет $\rho(Y(t, Y_0), M) < \varepsilon$ при $t \geq 0$ и, кроме того, $\rho(Y(t, Y_0), M) \to 0$ при $t \to +\infty$, где*

$$\rho(Y, M) = \inf_{\bar{Y} \in M} \|Y - \bar{Y}\|$$

является расстоянием от точки Y до ножества M.

Будем изучать поведение возмущенной системы

$$\frac{dy_s}{dt} = f_s + g_s, \qquad s = 1, \ldots, n+1, \tag{1.3}$$

при различных возможных возмущениях $g_s = g_s(t, y_1, \ldots, y_{n+1}$, $s = 1, \ldots, n+1$, а именно, сохраняется ли автоколебательный характер в системах вида (3), иначе говоря, происходит ли затягивание движений этой системы в процесс автоколебания.

Это усложняется тем, что множество M, инвариантное для системы (1), уже не будет в общем случае инвариантным множеством для системы (3).

Определение 1.2. *Будем говорить, что система (3) имеет асимптотическое автоколебание M, если для любого $\varepsilon > 0$ и $t_0 \geq 0$ существует $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$ такое, что при $\rho(Y_0, M) < \delta$ будет $\rho(Y(t, Y_0, t_0), M) < \varepsilon$ при $t \geq t_0 + T$ и, кроме того, $\rho(Y(t, Y_0, t_0), M) \to 0$ при $t \to +\infty$, где*

[1] Доцент, факультет ПМ-ПУ СПбГУ, г. Санкт-Петербург; ddemidova@mail.ru

$$Y = Y(t, Y_0, t_0) \tag{1.4}$$

Т е о р е м а 1.2. *Пусть 1) все решения (4), начинающиеся в некоторой окрестности множества* M *, ограничены;*

2) существует функция $V(t, y_1, \ldots, y_{n+1})$ *, обладающая свойствами* $Y \equiv 0$ *при* $Y \in M$ *,* $V > \alpha > 0$ *при* $\rho(Y, M) > \beta > 0$ *,* $V \to 0$ *равномерно относительно* $t \geq 0$ *при* $\rho(Y, M) \to 0$ *;*

3) полная производная функции V *в силу системы (3) удовлетворяет условию* $\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+1}(f_s + g_s)\frac{\partial V}{\partial y_s} = W + W_1$ *, где* $W \equiv 0$ *при* $Y \in M$ *,* $W < -\alpha < 0$ *при* $\rho(Y, M) > \beta > 0$ *,* $W_1 \to 0$ *при* $t \to +\infty$ *в некоторой ограниченной окрестности, содержащей ограниченное решение.*

Тогда множество M *является асимптотическим автоколебанием системы (3).*

Работа выполнена при поддержке РФФИ грант № 10-08-000624.

Список литературы

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э., *Теория колебаний*, Наука, М., 1981.

2. Зубов В. И., *Лекции по теории колебаний*, Наука, М., 1975.

The investigation of behavior indignant system of differential equations

© **S.V. Zubov** [2]

Abstract. In giving article is learning of behavior indignant system by different possible indignities, or differently is preserves auto oscillation character in systems of differential equations. Is learning the question of existing asymptotical auto oscillation on systems of differential equations.

Key Words: solution, distance, motion, multitude, function, restriction

[2] Docent, faculty AM-PC SPbGU, Saint-Petersburg; ddemidova@mail.ru