Краткие сообщения

УДК 517.9

О связи между рекуррентными функциями и хаотичностью

© **В. И. Зубов**[1]**, И. В. Зубов**[2]

Аннотация. В статье устанавливается связь между рекуррентными функциями и хаотичностью, понимаемой в вероятностном смысле. Указывается на метод описания хаотических движений в динамике рекуррентными функциями.

Ключевые слова: Движение, колебание, замкнутая кривая, минимальное множество, положение равновесия

1. Введение

Любая последовательность чисел, порождаемая линейной конгруэнтной последовательностью, может быть интерпретирована как последовательность значений в целочисленных точках некоторой рекуррентной функции $\varphi(t)$ из класса H_R^N.

Линейная конгруэнтная последовательность может и не давать равномерно распределенных случайных чисел, и, кроме того, наблюдаемые значения могут не удовлетворять статистическим тестам "на случайность поэтому для выработки случайных чисел используются специально выбранные константы a, c, m. В [1] указаны условия, налагаемые на эти параметры линейной конгруэнтной последовательности, при выполнении которых получаемыпоследовательности удовлетворяют налагаемым требованиям.

2. Природа линейной конгруэнтной последовательности

Введем определение рекуррентной функции в положительном направлении.

Определение 2.1. *Функция $f(t)$, заданная и непрерывная при $t \in (-\infty, +\infty)$ называется рекуррентной в положительном направлении, если для каждого $\varepsilon > 0$ можно указать число L_ε такое, что в каждом интервале действительной оси $(\alpha, \alpha + L_\varepsilon)$, где $\alpha \in (\alpha_0, +\infty)$, для любого действительного числа существует число τ_t, удовлетворяющее условию*

$$|f(t+\tau_t) - f(t)| < \varepsilon.$$

Подобное определение можно ввести для функций, рекуррентных в отрицательном направлении.

Теорема 2.1. *Функция $\varphi(t)$ является рекуррентной в положительном направлении, тогда и функция $f(t)$ является рекуррентной в положительном направлении.*

[1] Аспирант кафедры теории управления, СПбГУ, г. Санкт-Петербург; ddemidova@mail.ru

[2] Профессор кафедры теории управления, СПбГУ, г. Санкт-Петербург; ddemidova@mail.ru

Это утверждение весьма важно, так как оно устанавливает природу линейной конгруэнтной последовательности. Использование алгоритма для выработки случайных чисел было предложено американским математиком Д.Х. Лемером в 1948 г. [1]. Здесь весьма уместным кажется упомянуть теорему Анри Вейля (H.Weyl) 1916 г.

Критерий Вейля решает вопрос о равномерном распределении по модулю 1 бесконечной последовательности $\{x_n\}$. По этому критерию последовательность $\{x_n\}$ распределена равномерно по модулю 1 тогда и только тогда, когда для всех целых $m \neq 0$ выполнено соотношение

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} exp(2\pi i m x_n) = 0.$$

Таким образом, мы связали природу линейной конгруэнтной последовательности с рекуррентными функциями. Эти функции образуют новый класс рекуррентных функций в дополнение к классам, расссмотренным [1].

Рассмотрим пространство $H^N(i_1(t),\ldots,j_N(t))$ рекуррентных в положительном направлении функций с порождающей системой функций

$$j_j = a_j e^t + b_j, \quad j = 1,\ldots,N.$$

Это пространство будем обозначать H_R^N.

Т е о р е м а 2.2. *Пространство* H_R^N *полное в смысле равномерной сходимости на всей действительной полуоси* $(0,+\infty)$ *и линейное.*

Установленная нами выше связь между рекуррентными функциями и хаотичностью, понимаемой в вероятностном смысле, указывает на то, что и хаотические движения в динамике описываются рекуррентными функциями. Такими свойствами обладают движения, содержащиеся в множестве центральных движений [1]. Биркгоф открыл, что рекуррентные движения являются наиболее общим видом колебаний и характерны для того наиболее распространенного случая, когда минимальное множество не состоит из единственной замкнутой кривой или положения равновесия.

В этом, наиболее общем случае минимальное множество состоит из бесконечного неисчислимого числа кривых движения, причем в окрестности любой точки кривой содержатся точки, принадлежащие другим кривым.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (пр. № 10-08-00624).

Список литературы

1. С. В. Зубов, М. В. Стрекопытова, *Анализ равновесных движений и расчетная устойчивость*, СПбГУ, СПб, 2010,, 446 с.

The connection between the recurrent features and chaotic

© **V. I. Zubov[3], I. V. Zubov[4]**

Abstract. In aeticle is install the relation between recurrent functions and origin reminding in probable since. Is indicates on method of describing origin motions in dynamics trecurrent functions.

Key Words: Motion, oscillation, exclusive curve, minimal multitude, position of equilibrium.

[3] Post-graduate, SPbGU, town Saint-Petersburg; ddemidova@mail.ru

[4] Professor, SPbGU, town Saint-Petersburg; ddemidova@mail.ru