

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.929

Преимущества метода понижения порядка перед другими аналогичными методами© А. В. Зубов¹, О. А. Зубова²

Аннотация. В этой статье показан один из способов использования метода понижения порядка в случае, когда при его применении встречается многочлен, у которого коэффициент при первой степени аргумента равен нулю.

Ключевые слова: многочлен, операция сдвига, множество, корень, полуплоскость.

1. Введение

Метод понижения порядка (МПП), являясь аналогом алгоритма Рауса в вычислительном плане, будет более производительным критерием асимптотической устойчивости, чем аналитические критерии Гурвица и Лъенара-Шипара, требующих вычисления ($n^2/2$ в первом случае и $n^4/4$, во втором) определителей порядка от 2 до n (главных миноров матрицы Гурвица) [1].

Нетрудно видеть, что МПП можно применять к многочленам $F(z)$, не являющихся многочленами Гурвица. Применение МПП к такому многочлену требует, чтобы свободный член и коэффициент при втором слагаемом этого многочлена были не равны нулю $A_0 \neq 0$, $A_1 \neq 0$ [2]. Если на каждом шагу МПП эти условия выполняются, то в конечном итоге будет получен или многочлен первого порядка, или многочлен, имеющий только кососимметрические корни. Очевидно, что количество корней исходного многочлена $F(z)$, лежащих в левой полуплоскости, равно сумме положительных величин α_i , получаемых в результате многократного применения МПП ($\alpha_i = 2A_{1i}/A_{0i} > 0$), и количества корней, лежащих в левой полуплоскости у остатка - многочлена первой степени или многочлена, имеющего только кососимметрические корни [3].

2. Аналог алгоритма Рауса

Т е о р е м а 2.1. (аналог алгоритма Рауса). Для абсолютно устойчивого многочлена $F(z)$ (многочлена Гурвица) степени $n + 1$ существует единственный многочлен Гурвица первого порядка, который может быть построен за $n(n + 2)$ элементарных арифметических операций.

¹Доцент факультета ПМ-ПУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru

²Преподаватель факультета ПМ-ПУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $F(z)$ является многочленом Гурвица, тогда в силу теоремы Стодолы все его коэффициенты положительны. Используя МПП за $2n + 1$ арифметическую операцию, можно построить порождающий его многочлен $f(z)$ степени n , который также будет являться многочленом Гурвица, т. к. он порождает многочлен Гурвица и $\alpha = 2A_1/A_0 > 0$.

Действуя и далее таким же образом, в результате многократного применения МПП (n - раз) получим многочлен Гурвица первого порядка за число арифметических операций равное $\sum_{k=1}^n (2k + 1) = n(n + 2)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о з а к о н ч е н о.

З а м е ч а н и е 2.1. МПП является более производительным критерием оценки числа корней многочлена, лежащих в левой и правой полуплоскости, чем критерий Михайлова, т.к. он не требует локализации действительных корней двух многочленов, являющихся действительной и мнимой частью годографа Михайлова, и может применяться к многочленам, имеющим чисто мнимые корни.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блистанова Л.Д., Зеленков Г.А., Стрюк Е.В. Необходимые и достаточные условия существования выпуклой области устойчивости в пространстве коэффициентов характеристического многочлена. Известия ВУЗов Северо-Кавказский регион. Технические науки. № 3. Ростов - на - Дону. РГУ, 2005, с. 17-21.
2. Zubov A.V., Zubov N.V., Zubov S.V., Zubova A.F. Математические методы исследования устойчивости и надежности технических систем. Уч. пособие. - СПб: ВВМ, 2011. - 362 с.
3. Zubov A.V., Zubov N.V., Zubov N.I. Математические метод безопасности управляемых систем и методы анализа нестационарных систем управления. Монография. - СПб.: Мобильность плюс, 2010, 319 с.

Advantage the method of low to order before another analogies methods

© A. V. Zubov³, O. A. Zubova⁴

Abstract. In this article is shows one from measures of using method of low to order in case, when by this application is meeting polynom, by that coefficient by first degree argument equivalent zero.

Key Words: polynom, operation to displacement, multitude, root, semi-plane.

³Lecture of faculty of AM-PC, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru

⁴Teacher of faculty of AM-PC, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru