УДК 517.9

О топологической классификации диффеоморфизмов на 3-многообразиях с двумерным неблуждающим множеством.

© В. З. Гринес[1], Ю. А. Левченко[2]

Аннотация. Рассматривается класс структурно устойчивых диффеоморфизмов трехмерных многообразий, неблуждающее множество которых состоит из поверхностных двумерных базисных множеств. При некоторых предположениях на поведение двумерных инвариантных многообразий точек базисных множеств, найдены необходимые и достаточные условия топологической сопряженности двух диффеоморфизмов из рассматриваемого класса.

Ключевые слова: структурная устойчивость, базисные множества, топологическая классификация

1. Введение и формулировка результатов

В работе рассматриваются структурно устойчивые диффеоморфизмы f, заданные на замкнутых ориентируемых связных 3-многообразиях M^3. В силу [8], [9], [6], необходимым и достаточным условием структурной устойчивости диффеоморфизма f является выполнение аксиомы A и строгого условия трансверсальности. Напомним, что, согласно С. Смейлу [10], под выполнением *аксиомы* A для f понимается выполнение следующих условий: 1) множество неблуждающих точек $NW(f)$ является гиперболическим; 2) периодические точки плотны в $NW(f)$. *Строгое условие трансверсальности* предполагает наличие только трансверсальных пересечений устойчивых и неустойчивых многообразий неблуждающих точек.

Согласно спектральной теореме С. Смейла [10], неблуждающее множество $NW(f)$ диффеоморфизма f представляется в виде конечного объединения попарно непересекающихся замкнутых инвариантных множеств, называемых *базисными множествами*, каждое из которых содержит всюду плотную траекторию. Пару (a,b) называют *типом* базисного множества $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f, если $a=\dim\, E^s_x$, $b=\dim\, E^u_x$, где E^s_x, E^u_x — касательные подрасслоения в точке $x\in\mathcal{B}$.

Базисное множество $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f называется *аттрактором*, если существует замкнутая окрестность U множества $\mathcal{B}$ такая, что $f(U)\subset int\ U$, $\bigcap\limits_{j\geq 0} f^j(U)=\mathcal{B}$. Аттрактор для диффеоморфизма f^{-1} называется *репеллером* диффеоморфизма f. Аттрактор $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f называется *растягивающимся*, если топологическая размерность $\dim\mathcal{B}$ равна размерности $\dim(E^u_{\mathcal{B}})$ неустойчивого подрасслоения $E^u_{\mathcal{B}}$. *Сжимающийся репеллер* диффеоморфизма f является растягивающимся аттрактором для f^{-1}.

Согласно работе [7] имеют место следующие факты:

- Базисное множество $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f является аттрактором (репеллером) тогда и только тогда, когда $\mathcal{B}=\bigcup\limits_{x\in\mathcal{B}} W^u(x)$ $\left(\mathcal{B}=\bigcup\limits_{x\in\mathcal{B}} W^s(x)\right)$;

[1]Заведующий кафедрой высшей математики, Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия, Нижний Новгород; vgrines@yandex.ru.

[2]Старший преподаватель кафедры высшей математики, Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия, Нижний Новгород; ulev4enko@gmail.com.

- Если базисное множество $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f имеет топологическую размерность два, то оно является либо аттрактором либо репеллером;

- Растягивающийся аттрактор коразмерности 1 диффеоморфизма f локально гомеоморфен прямому произведению двумерного евклидова пространства и канторова множества, аналогичную структуру имеет сжимающийся репеллер коразмерности 1.

Базисное множество $\mathcal{B}$ диффеоморфизма f называется *поверхностным*, если оно принадлежит f-инвариантной замкнутой поверхности $M^2_{\mathcal{B}}$, топологически вложенной в 3-многообразие M^3 и называемой *носителем* множества $\mathcal{B}$.

Из работы [1] следует, что любой двумерный аттрактор (репеллер) диффеоморфизма f является либо растягивающимся аттрактором (сжимающимся репеллером), либо поверхностным аттрактором (поверхностным репеллером).

В работе [3] получена топологическая классификация диффеоморфизмов f в предположении, что их неблуждающее множество содержит двумерный растягивающийся аттрактор (сжимающийся репеллер). Там же доказано, что в этом случае несущее многообразие диффеоморфно трехмерному тору и неблуждающее множество содержит в точности одно нетривиальное (отличное от периодической орбиты) базисное множество.

В [2] доказано, что поверхностный аттрактор (репеллер) $\mathcal{B}$ размерности два диффеоморфизма f имеет тип $(2,1)$ ($(1,2)$) и не является, следовательно, растягивающимся аттрактором (сжимающимся репеллером). Кроме того, в [2] установлено, что любое поверхностное двумерное базисное множество является объединением конечного числа многообразий, каждое из которых гомеоморфно двумерному тору, ручно вложенному в M^3, а ограничение некоторой степени диффеоморфизма f на носитель сопряжено с гиперболическим автоморфизмом тора.

В работе [5] установлено, что объемлющее многообразие M^3 для диффеоморфизма f, имеющего неблуждающее множество, состоящее в точности из двух двумерных базисных множеств, является локально тривиальным расслоением над окружностью со слоем гомеоморфным двумерному тору.

В настоящей работе рассматривается класс G сохраняющих ориентацию структурно устойчивых диффеоморфизмов $f : M^3 \to M^3$, удовлетворяющих следующим условиям:

1. неблуждающее множество $NW(f)$ диффеоморфизма $f \in G$ состоит из двумерных поверхностных связных базисных множеств, носитель каждого из которых является гладкой поверхностью;

2. ограничение диффеоморфизма $f \in G$ на носитель базисного множества сохраняет ориентацию носителя;

3. для любых точек x, y таких, что x принадлежит некоторому аттрактору $A \subset NW(f)$, y принадлежит некоторому репеллеру $R \subset NW(f)$ и $W^s(x) \cap W^u(y) \neq \emptyset$, выполняется условие: каждая компонента связности множества $W^s(x) \cap W^u(y)$ является открытой дугой, имеющей ровно две граничные точки, одна из которых принадлежит A, а другая R.

Обозначим $\mathcal{A}$ ($\mathcal{R}$) объединение всех аттракторов (репеллеров) диффеоморфизма $f \in G$. Так как диффеоморфизм f является структурно устойчивым, то, в силу [10], каждое из множеств $\mathcal{A}$, $\mathcal{R}$ не является пустым и устойчивые (неустойчивые) многообразия $W^s(z)$, $z \in \mathcal{A}$ ($W^u(z)$, $z \in \mathcal{R}$) диффеоморфизма f задают двумерное слоение

$N_f^s = \bigcup\limits_{z\in\mathcal{A}} W^s(z)$, ($N_f^u = \bigcup\limits_{z\in\mathcal{R}} W^u(z)$) на множестве $M^3 \setminus \mathcal{R}$ ($M^3 \setminus \mathcal{A}$), при этом слои слоений N_f^s и N_f^u пересекаются трансверсально. В силу условия 3, выделяющего класс G, пересечения слоев слоений N_f^s и N_f^u порождают слоение N_f^{su} на множестве $M^3\setminus(\mathcal{A}\cup\mathcal{R})$, каждый слой которого есть простая открытая дуга, одна из граничных точек которой принадлежит $\mathcal{A}$, а другая — $\mathcal{R}$.

Обозначим через $\hat{N}_f^{su}$ непрерывное одномерное слоение на многообразии M^3, полученное из слоения N_f^{su}, добавлением к каждой компоненте связности этого слоения (являющейся простой дугой) ее граничных точек. Зафиксируем любой аттрактор A диффеоморфизма f. Тогда множество $M^3 \setminus A$ допускает расслоение $\hat{N}_A^{su}$ на простые дуги, принадлежащие слоям слоения $\hat{N}_f^{su}$, каждая из которых есть открытая дуга, граничные точки которой принадлежат аттрактору A. Заметим, что граничные точки такой дуги могут совпадать и в этом случае ее замыкание есть простая замкнутая кривая.

Напомним, что два диффеоморфизма $f, f' : M^3 \to M^3$ называются *топологически сопряженными*, если существует гомеоморфизм $g : M^3 \to M^3$ такой, что $f' = gfg^{-1}$.

Определение 1.1. *Пусть $f, f' \in G$. Назовем аттракторы $A \subset NW(f)$ и $A' \subset NW(f')$ эквивалентными, если существует гомеоморфизм $g : A \to A'$ такой что*

1. $f'|_{A'} = gfg^{-1}|_{A'}$,

2. для любой пары точек $z_1, z_2 \in A$, являющихся граничными точками некоторого слоя l слоения $\hat{N}_A^{su}$, точки $z_1' = g(z_1), z_2' = g(z_2)$ также являются граничными точками некоторого слоя l слоения $\hat{N}_{A'}^{su}$.

Основным результатом работы является следующая теорема:

Теорема 1.1. *Для того, чтобы диффеоморфизмы $f, f' \in G$ были топологически сопряжены необходимо и достаточно, чтобы они обладали одинаковым числом базисных множеств и для некоторого аттрактора $A \subset NW(f)$ нашелся эквивалентный ему аттрактор $A' \subset NW(f')$.*

2. Необходимые и достаточные условия топологической сопряженности диффеоморфизмов из класса G

Следующая лемма доказывается аналогично лемме 4.1 работы [4].

Лемма 2.1. *Пусть $f : M^3 \to M^3$ диффеоморфизм из класса G и A — аттрактор принадлежащий $NW(f)$. Тогда существует замкнутая окрестность $U(A)$ аттрактора A такая, что*

1) $U(A)$ гомеоморфна $T \times [-1, 1]$;

2) $f(U(A)) \subset intU(A)$;

3) $\partial U(A)$ пересекает каждый слой слоения $\hat{N}_f^{su}$ в точности одной точке.

Лемма 2.2. *Существует число $n \in N$, нумерации всех аттракторов $A_1, \dots A_n$ и репеллеров $R_1, \dots R_n$ из неблуждающего множества $NW(f)$ такие, что*

1) поверхности A_i, R_i и R_i, A_{i+1} является границами непересекающихся открытых областей K_{ii} и K_{ii+1} соответственно (где $i = 1, \dots, n$ и $A_{n+1} = A_1$);

2) $M^3 = \mathcal{A} \cup \mathcal{R} \cup (\bigcup\limits_{i=1}^{n} K_{ii}) \cup (\bigcup\limits_{i=1}^{n} K_{ii+1})$;

3) для любой точки $z_{A_1} \in A_1$ существует последовательность точек $z_{R_1} \in R_1, \dots, z_{A_n} \in A_n, z_{R_n} \in R_n$, таких что пара точек z_{A_i}, z_{R_i} является границей слоя $l_{z_{A_i}} \subset K_{ii}$, $i = 1, \dots, n$, а пара $z_{R_i}, z_{A_{i+1}}$ — границей слоя $l_{z_{R_i}} \subset K_{ii+1}$ $i = 1, \dots i = n-1$ слоения N_f^{su}.

Доказательство.

Зафиксируем любой аттрактор из множества $\mathcal{A}$ и обозначим его через A_1. В силу [2] и условия 3), выделяющего класс G, аттрактор A_1 является гладкой поверхностью гомеоморфной тору. Обозначим через U_{A_1} трубчатую окрестность поверхности A_1. Любая точка $z_{A_1}\in A_1$ является граничной точкой двух непересекающихся открытых дуг слоения N^{su}_f (пересекающихся с различными компонентами связности множества $U_{A_1}\setminus A_1$). Обозначим через $l_{z_{A_1}}$ любую из этих дуг и через z_{R_1} граничную точку дуги $l_{z_{A_1}}$, отличную от точки z_{A_1}, и принадлежащую некоторому репеллеру диффеоморфизма f, который обозначим через R_1. Из леммы 2.1. следует, что $l_{z_{A_1}}$ принадлежит связному открытому множеству K_{11}, ограниченному поверхностями A_1 и R_1. Тогда существует аттрактор A_2 (возможно совпадающий с A_1) такой, что объединение $R_1\cup A_2$ является границей области K_{12}, непересекающейся с K_{11}. Обозначим $l_{z_{R_1}}$ открытую дугу слоения N^{su}, принадлежащую области K_{12} с граничными точками $z_{R_1}\in R_1$ и $z_{A_2}\in A_2$. В случае если аттрактор A_2 не совпадает с A_1 существует репеллер R_2 и открытая дуга $l_{z_{A_2}}$ слоения N^{su} с граничными точками z_{A_2}, z_{R_2}, не совпадающая с $l_{z_{R_1}}$ и принадлежащая области K_{22} не пересекающейся с K_{11} и K_{12}. Продолжая этот процесс и учитывая, что число базисных множеств конечно, получаем утверждение леммы.

Доказательство закончено.

Доказательство теоремы 1.1.

Необходимость. Пусть $f,f'\in G$ топологически сопряжены и $g:M^3\to M^3$ сопрягающий гомеоморфизм, то есть $f'=gfg^{-1}$. Зафиксируем нумерации аттракторов и репеллеров диффеоморфизма f согласно лемме 2.2. и положим $A'_i=g(A_i), R'_i=g(R_i)$, $K'_{ii}=g(K_{ii}), K'_{ii+1}=g(K_{ii+1})$, $i=1,\dots,n$. Докажем, что аттракторы A_1 и A'_1 эквивалентны. Условие 1) в определении 1.1. выполняется в силу того, что $A'_1=g(A_1)$ и $f'|_{A'_1}=gfg^{-1}|_{A'_1}$. Покажем, что выполняется условие 2).

Пусть l любая дуга, принадлежащая слоению $\check{N}^{su}_f$. Обозначим одну из граничных точек этой дуги z_{A_1}, а другую $\tilde{z}_{A_1}$ таким образом, что замыкание $cl(l)$ представляется в виде $cl(l)=(\bigcup\limits_{i=1}^{n} l_{z_{A_i}})\cup(\bigcup\limits_{i=1}^{n} l_{z_{R_i}})\cup((\bigcup\limits_{i=1}^{n} z_{A_i})\cup\tilde{z}_{A_1})\cup(\bigcup\limits_{i=1}^{n} z_{R_i})$, где точки z_{A_i}, z_{R_i} удовлетворяют условиям леммы 2.2., а дуга $l_{z_{R_n}}$ принадлежит K_{nn+1} с граничными точками z_{R_n} и $\tilde{z}_{A_1}$. Заметим, что точка $\tilde{z}_{A_1}$ может совпадать с точкой z_{A_1}. Для точек z_{A_i}, z_{R_i} положим $z'_{A'_i}=g(z_{A_i})$, $z'_{R'_i}=g(z_{R_i})$. Так как g является сопрягающим гомеоморфизмом, то он отображает NW_f в NW'_f и слои слоения N^s_f (N^u_f) в слои слоения $N^s_{f'}$ ($N^u_{f'}$). Поэтому g отображает слои слоения N^{su}_f в слои слоения $N^{su}_{f'}$ и, следовательно, для любого $i\in\{1,\dots,n\}$ образ в силу g дуги $l_{z_{A_i}}$ ($l_{z_{R_i}}$) есть дуга $l'_{z'_{A'_i}}$ ($l'_{z'_{R'_i}}$), причем $g(z_{A_i})=z_{A'_i}$ и $g(z_{R_i})=z_{R'_i}$. Таким образом, дуга $l'\in\check{N}^{su}_{f'}$ такая, что $cl(l')=(\bigcup\limits_{i=1}^{n} l'_{z'_{A'_i}})\cup(\bigcup\limits_{i=1}^{n} l'_{z'_{R'_i}})\cup((\bigcup\limits_{i=1}^{n} z'_{A'_i})\cup\tilde{z}'_{A'_1})\cup(\bigcup\limits_{i=1}^{n} z'_{R'_i})$ обладает свойством, что ее граничные точки $z'_{A'_1}$, $\tilde{z}'_{A'_1}$ являются образами граничных точек z_{A_1}, $\tilde{z}_{A_1}$ дуги l соответственно.

Достаточность.

Пусть диффеоморфизмы $f,f'\in G$ обладают одинаковым числом базисных множеств и A, A' эквивалентные аттракторы посредством гомеоморфизма g. Покажем, что существует гомеоморфизм $H:M^3\to M^3$ такой, что $H|_{A_1}=g|_{A_1}$ и $f'=gfg^{-1}$.

Зафиксируем нумерацию $A_1,\dots,A_n,R_1,\dots,R_n$ базисных множеств диффеоморфизма f в соответствии с леммой 2.2. и введем соответствующие области K_{ii},K_{ii+1}, $i=1\dots,n$.

Положим $A_1=A$, $A'_1=A'$ и введем нумерации базисных множеств диффеоморфизмов f и f', $A_1,\dots,A_n,R_1,\dots,R_n$ $A'_1,\dots,A'_n,R'_1,\dots,R'_n$, удовлетворяющие условиям леммы 2.2. с соответствующими множествами K_{ii},K_{ii+1}, K'_{ii},K'_{ii+1}.

Построение гомеоморфизма H разобьем на 2 шага.

Шаг 1. Положим $\Phi_1 = g$ и для каждого $i = \{1, \ldots, n\}$ построим гомеоморфизмы $\Phi_i : A_i \to A'_i$, $\Psi_i : R_i \to R'_i$ такие, что выполняются условия:

1) $f'|_{A'_i} = \Phi_i f \Phi_i^{-1}|_{A'_i}$, $f'|_{R'_i} = \Psi_i f \Psi_i^{-1}|_{R'_i}$, ($\Phi_1 = g$);

2) если z_{A_i}, z_{R_i} - граничные точки слоя l слоения N_f^{su}, то существует слой l' слоения $N_{f'}^{su}$ с граничными точками $\Phi_i(z_{A_i})$, $\Psi_i(z_{R_i})$.

Построим вначале гомеоморфизм $\Psi_1 : R_1 \to R'_1$. Пусть z_{R_1} произвольная точка, принадлежащая репеллеру R_1. Тогда существует слой $l_{z_{A_1}} \subset K_{11}$ слоения N^{su} с граничными точками z_{A_1} и z_{R_1}. Введем проекцию $\nu_{11} : R_1 \to A_1$ вдоль слоев слоения N^{su}, полагая $\nu_{11}(z_{R_1}) = z_{A_1}$.

Покажем, что $f\nu_{11} = \nu_{11}f$. В силу того, что слоение N_f^{su} является f-инвариантным, существует дуга $l_{f(z_{A_1})} = f(l_{z_{A_1}})$, граничные точки которой являются образами граничных точек z_{A_1}, z_{R_1} дуги $l_{z_{A_1}}$. Тогда $f(\nu_{11}(z_{R_1})) = f(z_{A_1})$, $\nu_{11}(f(z_{R_1})) = f(z_{A_1})$, то есть $f\nu_{11} = \nu_{11}f$.

Для любой точки $x \in R_1$ положим $\Psi_1(x) = \nu_{11}'^{-1}(g(\nu_{11}(x)))$. Из условия 3), выделяющего класс G следует, что построенное отображение $\Psi_1 : R_1 \to R'_1$ является гомеоморфизмом.

Покажем, что выполняется равенство $f'|_{R'_1} = \Psi_1 f|_{R_1}\Psi_1^{-1}$. Возьмем произвольную точку $z_{R_1} \in R_1$. Тогда $f'(\Psi_1(z_{R_1})) = f'(\nu_{11}'^{-1}(g(\nu_{11}(z_{R_1})))) = f'(\nu_{11}'^{-1}(g(z_{A_1}))) = f'(\nu_{11}'^{-1}(z'_{A_1}))$. $\Psi_1(f(z_{R_1})) = \nu_{11}^{-1}(g(\nu_{11}(f(z_{R_1})))) = \nu_{11}^{-1}(g(f(\nu_{11}(z_{R_1})))) = \nu_{11}^{-1}(g(f(z_{A_1}))) = \nu_{11}^{-1}(f'(g(z_{A_1}))) = \nu_{11}^{-1}(f'(z'_{A'_1})) = f'(\nu_{11}'^{-1}(z'_{A_1})) = f'(\Psi_1(z_{R_1}))$.

Построим теперь гомеоморфизм $\Phi_2 : A_2 \to A'_2$. Пусть $z_{A_2} \in A_2$ - произвольная точка, тогда существует слой $l_{z_{R_1}} \subset K_{12}$ с граничными точками z_{A_2} и z_{R_1}. Введем проекцию $\nu_{12} : A_2 \to R_1$ вдоль слоев слоения N^{su}, полагая $\nu_{12}(z_{A_2}) = z_{R_1}$.

Для любой точки $x \in A_2$ положим $\Phi_2 = \nu_{12}'^{-1}\Psi_2\nu_{12}(x)$. Аналогично предыдущему рассуждению для гомеоморфизма Ψ_1 устанавливается, что построенное отображение $\Phi_2 : A_2 \to A'_2$ является гомеоморфизмом и выполняется $f'|_{A_2} = \Phi_2 f|_{A_2}\Phi_2^{-1}$. Заметим, что аттракторы A_1 и A_2 могут совпадать. В этом случае останется доказать, что построенный гомеоморфизм Φ_2 совпадает с g.

Продолжая описанный выше процесс, получим набор гомеоморфизмов Φ_1, $\Phi_2, \ldots, \Phi_n$, $\Psi_1, \ldots, \Psi_n$, где $\Phi_i : A_i \to A'_i$, $\Psi_i : R_i \to R'_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ задаются рекуррентными соотношениями:

$\Phi_1 = g$,

$\Psi_i(x) = \nu_{ii}'^{-1}(\Phi_i(\nu_{ii}(x)))$, $x \in R_i$, $i = 1, \ldots, n$;

$\Phi_i(x) = \nu_{ii+1}'^{-1}(\Psi_{i-1}(\nu_{ii+1}(x)))$, $x \in A_i$, $i = 2, \ldots, n$.

Используя выше описанное построение, зададим гомеоморфизм $\Phi_{n+1} : A_1 \to A_1$ следующим образом:

$\Phi_{n+1}(x) = \nu_{nn+1}'^{-1}\Psi_n\nu_{nn+1}(x)$, для любой точки $x \in A_1$.

Докажем, что $\Phi_{n+1} = \Phi_1 = g$.

Возьмем произвольную точку $z_{A_1} \in A_1$. По построению существует слой l слоения $\check{N}_f^{su}$ с граничными точками z_{A_1} и $\tilde{z}_{A_1}$ и слой l' слоения $\check{N}_{f'}^{su}$ с граничными точками $z'_{A'_1} = \Phi_1(z_{A_1})$, $\tilde{z}'_{A'_1} = \Phi_{n+1}(\tilde{z}_{A_1})$. Так как $\Phi_1 = g$, то в силу условия 2) определения 1.1. эквивалентности аттракторов A_1 и A'_1 получаем также, что $\Phi_{n+1} = g$.

Шаг 2. Построение сопрягающего гомеоморфизма. Рассмотрим произвольную область K из $(\bigcup\limits_{i=1}^{n} K_{ii}) \cup (\bigcup\limits_{i=1}^{n} K_{ii+1})$ с границей $\partial K = A \cup R$. В силу шага 1 на границе области K заданы гомеоморфизмы $\Phi : A \to A'$ и $\Psi : R \to R'$ такие что:

1) $f'|_{A'} = \Phi f \Phi^{-1}|_A$, $f'|_{R'} = \Psi f \Psi^{-1}|_{R'}$;

2) если z_A, z_R — граничные точки слоя l слоения N^{su}_f, то существует слой l' слоения $N^{su}_{f'}$ с граничными точками $\Phi(z_A)$, $\Psi(z_R)$.

Для построения искомого гомеоморфизма достаточно построить гомеоморфизм $h_K : cl(K) \to cl(K')$ такой что:

1) $h_K|_A = \Phi|_A$, $h_K|_R = \Psi|_R$;

2) $f'|_{K'} = h_K f (h_K)^{-1}|_{K'}$.

Искомый гомеоморфизм H будет составлен из гомеоморфизмов h_K, заданным на каждом множестве h_K.

Согласно лемме 2.1. существует окрестность аттрактора $U(A)$ гомеоморфная $T^2 \times [-1,1]$ такая, что $f(U(A)) \subset intU(A)$. Аттрактор A делит окрестность $U(A)$ на две компоненты связности, одна из которых принадлежит области K. Обозначим эту компоненту V, а компоненту границы V, принадлежащую K, обозначим через T. Заметим, что поверхность T гомеоморфна двумерному тору и каждый слой слоения N^{su}_f пересекает T в точности одной точке. В силу свойства 3), выделяющего класс G, $f(V) \subset V$. Положим $\tilde{V} = f(V)$, $\tilde{T} = f(T)$ и $B = V \setminus \tilde{V}$. По построению $\partial B = T \cup \tilde{T}$ и каждый слой слоения Nsu, принадлежащий области K пересекается с замыканием множества B по дуге, имеющей в точности две граничные точки, одна из которых принадлежит T, а другая $\tilde{T}$. Обозначим через ν проекцию множества B на аттрактор A вдоль слоев слоения Nsu, ставящая в соответствие любой точке $x \in B$ точку $\nu(x) \in A$, являющуюся граничной точкой слоя l_x слоения N^{su}, проходящей через точку x.

Проведем аналогичные построения для диффеоморфизма f' и снабдим соответствующие объекты штрихами.

Расслоенная структура построенных множеств B и B' позволяет задать гомеоморфизм $h_1 : B \to B'$, удовлетворяющий условию:

$\Phi(\nu(x)) = \nu'((h_1(x))$ для любой точки $x \in B$.

Построим гомеоморфизм $h_K : K \to K'$ следующим образом:

для $x \in K$ положим:

$h_K = f'^{-l}(h_1(f^l(x)))$, где l - целое число такое, что $f^l(x) \in B$.

По построению отображение h_K однозначно продолжается до гомеоморфизма $cl(K)$ и удовлетворяет условию:

$h_K|_A = \Phi|_A$, $h_K|_R = \Psi|_R$.

Теорема 1.1. доказана.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования, договор № 11.G34.31.0039, а также в рамках гранта РФФИ № 11-01-12056 офи-м.

Список литературы

1. Brown A. *Nonexpanding attractors: conjugacy to algebraic models and classification in 3-manifolds.* // Journal of Modern Dynamics (2010), v. 4, 517-548.

2. Гринес В.З., Медведев В.С., Жужома Е.В. *О поверхностных аттракторах и репеллерах на 3-многообразиях.* // Мат. зам. (2005), 78, № 6, 813-826.

3. Grines V., Zhuzhoma E. *On structurally stable diffeomorphisms with codimension one expanding attractors.* // Trans. Amer. Math. Soc. (2005), 357, № 2, 617-667.

4. Grines V., Laudenbach F., Pochinka O. *Self-indexing function for Morse-Smale diffeomorphisms on 3-manifolds.* Moscow Math. Journal (2009), № 4, 801-821.

5. Гринес В.З., Медведев В.С., Левченко Ю.А. *О структуре 3-многообразия, допускающего А-диффеоморфизм с двумерным поверхностным неблуждающим множеством.* // Труды СВМО (2010), т. 12, № 2, 7-12.

6. Mane R. *A proof of the C^1 stability conjecture.* // Inst. Hautes Etudes Sci. Publ . Math. (1987), 66, 161-210.

7. Плыкин Р.В. *О топологии базисных множеств диффеоморфизмов С.Смейла.* // Матем. сборник. (1971), т. 84, № 2, 301-312.

8. Robbin J. *A structural stability theorem.* // Ann. of Math. (1971), 94 (2), 447-493.

9. Robinson C. *Structural stability of C^1 diffeomorphisms.* J. Differential Equations (1976), 22, 28-73.

10. Smale S. *Differentiable dynamical systems.* Bull. Amer. Math. Soc. (1967), 73 (6), 747-817.

On a topological classification of diffeomorphisms on 3-manifolds with two-dimensional nonwandering set

© V.Z. Grines[3], Y.A. Levchenko[4]

Abstract. A class of structurally stable diffeomorphisms on 3-manifolds is concidered under conditions that nonwandering set of any diffeomorphisms consists of surface two dimensional attractors and repellers. Under additional suggesting concerning of behavior of intersection two dimensional manifolds of points of basic sets are founded necessary and sufficient conditions of topological conjugacy of diffeomorphisms from concidered class.

Key Words: structural stability, basic sets, topological classification

[3]Head of Higher Mathematics Chair, Nizhny Novgorod State Agricultural Academy, Nizhny Novgorod; vgrines@yandex.ru.

[4]Assistant Professor of Higher Mathematics Chair, Nizhny Novgorod State Agricultural Academy, Nizhny Novgorod; ulev4enko@gmail.com.