

УДК 519.862.7

Построение математической модели прогнозирования потока научных и научно-педагогических кадров

© П.А. Шаманаев¹, В.А. Атряхин²

Аннотация. В работе излагается метод построения математической модели для прогнозирования потока научных и научно-педагогических кадров. В качестве математической модели используется система линейных регрессионных уравнений.

Ключевые слова: система линейных регрессионных уравнений, двухшаговый метод наименьших квадратов, матрица корреляции.

1. Введение

Воспроизводство научных и научно-педагогических кадров не только по приоритетным отраслям развития науки, техники и технологий, но и по всем направлениям специальностей высшей научной классификации, является актуальной задачей системы высшего профессионального образования Российской Федерации. В связи с этим появляется необходимость в разработке и апробации математических методов и моделей прогнозирования потока научных и научно-педагогических кадров высшей квалификации, как по приоритетным направлениям развития науки, техники и технологий, так и по номенклатуре специальностей научных работников [1].

В настоящей работе для исследования задачи прогнозирования потока научных и научно-педагогических кадров высшей квалификации строится математическая модель в виде системы линейных регрессионных уравнений [2].

Системы регрессионных уравнений так же называют системами одновременных эконометрических уравнений. Понятие системы одновременных эконометрических уравнений и методы их решения были впервые предложены норвежским экономистом Т. Хаавельмо [3], лауреатом Нобелевской премии по экономике (1989 год).

Важной характеристикой систем одновременных эконометрических уравнений является идентификация. В случае точной идентификации для нахождения оценок неизвестных параметров системы применяется косвенный метод наименьших квадратов (КМНК). Если же система сверхидентифицирована, то оценки ищутся с помощью двухшагового метода наименьших квадратов (ДМНК) [4],[5].

2. Описание модели прогнозирования потока научных и научно-педагогических кадров

Обозначим через $x_j(k)$ - число выпускников высшего профессионального образования в k - ом году по j - ой укрупненной группе специальностей высшего профессионального образования, $j = \overline{1, m}$. Перечень укрупненных групп специальностей высшего профессионального образования приведен в таблице 1 [6].

¹Заведующий кафедрой прикладной математики, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, г. Саранск; korspa@yandex.ru.

²Аспирант кафедры прикладной математики, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, г. Саранск; atrvol@rambler.ru.

Шифр УГС	Наименование УГС ВПО
01.00.00	Физико-математические науки
02.00.00	Естественные науки
03.00.00	Гуманитарные науки
04.00.00	Социальные науки
05.00.00	Образование и педагогика
06.00.00	Здравоохранение
07.00.00	Культура и искусство
08.00.00	Экономика и управление
09.00.00	Информационная безопасность
10.00.00	Сфера обслуживания
11.00.00	Сельское и рыбное хозяйство
12.00.00	Геодезия и землеустройство
13.00.00	Геология, разведка и разработка полезных ископаемых
14.00.00	Энергетика, Энергетическое машиностроение и электротехника
15.00.00	Металлургия, машиностроение и материалобработка
16.00.00	Авиационная и ракетно-космическая техника
17.00.00	Оружие и системы вооружения
18.00.00	Морская техника
19.00.00	Транспортные средства
20.00.00	Приборостроение и оптотехника
21.00.00	Электронная техника радиотехника и связь
22.00.00	Автоматика и управление
23.00.00	Информатика и вычислительная техника
24.00.00	Химическая и биотехнология
25.00.00	Воспроизводство и переработка лесных ресурсов
26.00.00	Технология продовольственных продуктов и потребительских товаров
27.00.00	Строительство и архитектура
28.00.00	Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды

Таблица 1: Перечень укрупненных групп специальностей ВПО

Обозначим через $y_j(k)$ - число поступивших в аспирантуру в k -ом году по i -ой укрупненной группе специальностей высшей научной классификации, $i = \overline{1, n}$. Перечень укрупненных групп специальностей высшей научной классификации приведен в таблице 2 [1].

В качестве математической модели, прогнозирующей поток научных и научно-педагогических кадров, возьмем систему линейных регрессионных уравнений вида [4]:

$$y(k) = By(k) + Ax(k) + \varepsilon, \quad (2.1)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$y(k) = \text{column}(y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k))$, $x(k) \equiv \text{column}(x_0(k), x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k))$, $x_0(k) = 1$, $k = 1, 2, \dots$; $B \equiv [b_{ij}]$ - постоянная $(n \times n)$ - матрица с нулевыми диагональными элементами; $A \equiv [a_{ij}]$ - постоянная $(n \times (m+1))$ - матрица; $\varepsilon = \text{column}(\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n))$ -

вектор случайных возмущений. Предположим, что ε имеет многомерное нормальное распределение с математическим ожиданием равным нулю и матрицей ковариации $\Omega = \sigma^2 E_n$, E_n - единичная матрица размерности n .

Шифр УГС	Наименование УГС высшей научной классификации
01.00.00	Физико-математические науки
02.00.00	Химические науки
03.00.00	Биологические науки
05.00.00	Технические науки
06.00.00	Сельскохозяйственные науки
07.00.00	Исторические науки и археология
08.00.00	Экономические науки
09.00.00	Философские науки
10.00.00	Филологические науки
12.00.00	Юридические науки
13.00.00	Педагогические науки
14.00.00	Медицинские науки
17.00.00	Искусствоведение
19.00.00	Психологические науки
22.00.00	Социологические науки
23.00.00	Политология
24.00.00	Культурология
25.00.00	Науки о Земле

Таблица 2: Перечень укрупненных групп специальностей высшей научной классификации

Роль эндогенных переменных играют $y_i(k)$, в качестве экзогенных переменных выступают $x_j(k)$.

Если построенная математическая модель окажется точно идентифицированной системой эконометрических взаимосвязанных уравнений, то для нахождения оценок неизвестных параметров применяется косвенный метод наименьших квадратов (КМНК) [1].

Если же модель сверхидентифицирована, то для нахождения оценок неизвестных параметров применяется двухшаговый метод наименьших квадратов (ДМНК) [1].

Опишем поэтапно схему применения метода КМНК для системы (2.1):

1) Запишем систему (2.1) в приведенной форме

$$\bar{y}(k) = Dx(k) + \nu, \quad (2.2)$$

где $D = [E_n - B]^{-1}A$, $\nu = [E_n - B]^{-1}\varepsilon$, E_n - единичная матрица размерности n . Предполагается, что определитель матрицы $E_n - B$ отличен от нуля.

2) Для нахождения коэффициентов матрицы D применим обычный метод наименьших квадратов к каждому из n уравнений системы (2.2);

3) Определим расчетные значения $\bar{y}_i(k)$ из системы (2.2);

4) Найдем коэффициенты матриц B и A на основании найденных коэффициентов матрицы D .

5) Подставим найденные коэффициенты матриц B и A и расчетные значения $\bar{y}_i(k)$ вместо $y_i(k)$ в систему (2.1) и вычислим искомые значения вектора $y(k)$.

Опишем поэтапно схему применения метода ДМНК для системы (2.1):

- 1) Запишем систему (2.1) в приведенной форме (2.2)
- 2) Для нахождения коэффициентов матрицы D применим обычный метод наименьших квадратов к каждому из n уравнений системы (2.2);
- 3) Определим расчетные значения $\bar{y}_i(k)$ из системы (2.2);
- 4) Подставим в правую часть системы (2.1) расчетные значения $\bar{y}_i(k)$ вместо $y_i(k)$.
Получим

$$y(k) = B\bar{y}(k) + Ax(k) + \varepsilon, \quad (2.3)$$

- 5) Для определения коэффициентов матриц B и A применим к каждому уравнению системы (2.3) обычный метод наименьших квадратов;
- 6) Подставим найденные коэффициенты матриц B и A в систему (2.1) и вычислим искомые значения вектора $y(k)$.

При анализе математической модели динамики потока выпускников по укрупненным группам специальностей научных работников Мордовского государственного университета им. Н. П. Огарева система (2.1) оказалась сверхидентифицированной. Поэтому для её исследования может быть применен двухшаговый метод наименьших квадратов.

Построенная математическая модель позволяет прогнозировать динамику потока научных и научно-педагогических кадров по укрупнённым группам специальностей высшей научной классификации.

Работа выполнена при поддержке аналитической ведущей целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 года)»

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Номенклатура специальностей научных работников [Электронный ресурс]// Приложение к Приказу Минобрнауки РФ от 25.02.2009 № 59 «Об утверждении номенклатуры специальностей научных работников» (в ред. Приказа Минобрнауки РФ от 11.08.2009 № 294). Режим доступа: - http://vak.ed.gov.ru/common/img/uploaded/files/vak/norm_doc/2010/Prilozhenie_k_prikazu_N59_ot_25.02.2009.doc
2. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. - М.: Мир, 1980. - 456 с.
3. Haavelmo T. The statistical implications of a system of simultaneous equations // *Econometrica* 1943a. Vol. 11. N 1, pp. 1-12.
4. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов. - М.: ЮНИТИ, 1998. - 1022 с.
5. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. - М.: Дело, 2004. - 576 с.
6. Общероссийский классификатор специальностей по образованию ОК 009-2003. Постановление Госстандарта России от 30.09.2003. № 276-ст. № ОК 009-2003.

Construct a mathematical model forecasting the flow of scientific and scientific-pedagogical staff

© P.A. Shamanaev³, V.A. Atryahin⁴

Abstract. This paper presents a method for constructing model forecasting the flow of scientific and pedagogical staff. The mathematical model uses a system of linear regression equations.

Key Words: system of linear regression equations, two-step method of least squares, correlation matrix.

³Chief of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N. P. Ogarev, Saransk; kospa@yandex.ru.

⁴Postgraduate student of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N. P. Ogarev, Saransk; atrvol@rambler.ru.