

УДК 517.9

Использование унифицированного разложения Тейлора-Ито для системы стохастических дифференциальных уравнений, описывающих динамику эпидемии

© Н. И. Овсянникова¹

Аннотация. В работе на основе детерминированной модели эпидемии строится стохастическая модель, где подверженным случайному воздействию считается коэффициент роста заболеваемости β . Для численного решения полученной системы стохастических дифференциальных уравнений используется унифицированный ряд Тейлора-Ито. Прослеживается зависимость отклонений траекторий возмущённой системы от траекторий детерминированной системы от величины возмущённого параметра σ .

Ключевые слова: детерминированная и стохастическая модели эпидемии, система стохастических дифференциальных уравнений, ряд Тейлора-Ито, возмущённый параметр.

1. Введение

Детерминированная модель эпидемии описывается системой:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\beta x(t)y(t) - \mu x(t) + \Lambda, \\ \dot{y}_i(t) = \beta x(t)y(t) - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)y(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

$$x(t) \geq 0, y(t) \geq 0, t \in [0, T], x(0) = x_0, y(0) = y_0 \quad (1.2)$$

где $\dot{x}(t)$ — скорость изменения числа подверженных заболеванию; $\dot{y}_i(t)$ — скорость изменения числа инфицированных; $\beta x(t)y(t)$ — функция роста заболеваемости (число людей, заражённых в единицу времени); $\gamma y(t)$ — количество людей, восстановивших своё здоровье в единицу времени без воздействия внешних средств (γ^{-1} — среднее время естественного выздоровления); β — коэффициент роста, характеризующий частоту встреч здоровых людей с инфицированными людьми (в общем случае он может рассматриваться как функция $\beta(x(t), y(t))$); μ — коэффициент естественной смертности людей; $\tilde{\mu}$ — коэффициент смертности от данной инфекции; Λ — средняя скорость рождаемости (воспроизводства).

Можно предположить, что значения некоторых коэффициентов системы в момент времени $t \in [0, T]$ не являются однозначно определёнными, например, вследствие их зависимости от множества непрогнозируемых факторов и их можно рассматривать как случайные процессы, математические ожидания которых известны.

¹Старший преподаватель кафедры прикладной математики, Северный арктический федеральный университет; imaginary-aim@hotmail.com

2. Постановка задачи

Предположим, что случайную составляющую имеет коэффициент роста β , т.е. он может быть представлен в виде:

$$\beta(t) = m(t) + \sigma \cdot \zeta(t, \omega), \quad (2.1)$$

где $m(t) = \beta = const$ — математическое ожидание коэффициента β ; $\zeta(t, \omega)$ — случайный процесс; σ — постоянная, характеризующая степень влияния случайного возмущения на значение коэффициента β . В этом случае математическая модель (1.1)—(1.2) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\beta xy - \mu x + \Lambda - \sigma xy \zeta(t, \omega), \\ \frac{dy}{dt} = \beta xy - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma) y + \sigma xy \zeta(t, \omega), \end{cases} \quad (2.2)$$

$$x(0, \omega) = x_0(\omega), y(0, \omega) = y_0(\omega) \quad (2.3)$$

При этом состояние системы $(x(t), y(t))$ уже не является детерминированной вектор-функцией, а представляет собой векторный случайный процесс $(x(t, \omega), y(t, \omega))$, $t \in [0, T]$, $\zeta(t, \omega) \in \mathbb{R}^1$.

В общем виде систему (2.2)—(2.3) можно записать:

$$dX(t, \omega) = A(X, t)dt + B(X, t)df(t, \omega) \quad (2.4)$$

$$X(0, \omega) = X_0(\omega), \quad (2.5)$$

где $A : \mathbb{R}^2 \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$; $B : \mathbb{R}^2 \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 1}$; $f(t, \omega)$ — скалярный винеровский процесс;

$$X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2; A(X, t) = \begin{pmatrix} -\beta xy - \mu x + \Lambda \\ \beta xy - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma) y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2;$$

$$B(X, t) = \begin{pmatrix} -\sigma xy \\ \sigma xy \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2; \zeta(t, \omega) \in \mathbb{R}^1.$$

Полученное стохастическое дифференциальное уравнение будем решать численно, для этого воспользуемся стохастическим аналогом формулы Тейлора. Применим унифицированное стохастическое разложение Тейлора-Ито по повторным стохастическим интегралам, а также аппроксимацию повторных стохастических интегралов с помощью полиномиальной системы функций [1]. Сформулируем теорему о разложении процесса Ито $\eta(s) = R(x(s), s)$, где $R : \mathbb{R}^n \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^1$ в унифицированный ряд Тейлора-Ито по повторным стохастическим интегралам $I_{i_1 \dots i_k}^{l_1 \dots l_k}(s, t)$.

Т е о р е м а 2.1. Пусть процесс $\eta(s) = R(x(s), s)$ непрерывно дифференцируем $r+1$ раз по Ито в среднеквадратическом смысле на промежутке $[0, T]$ на траекториях уравнения (2.4). Тогда при всех $s, t \in [0, T]$, $s > t$ он разлагается в унифицированный ряд Тейлора-Ито вида:

$$\eta(s) = \sum_{q=0}^r \left(\hat{C}^{D_q} \{ \eta(t) \} \otimes (s \hat{\otimes} t)^{D_q} \right) + H_{r+1}(s, t) \quad (2.6)$$

причём существует такая постоянная $C_{r+1} < \infty$ такая, что

$$\sqrt{M \{ H_{r+1}(s, t)^2 \}} \leq C_{r+1} (s - t)^{\frac{r+1}{2}}, \quad r = 0, 1, \dots$$

где

$$H_{r+1}(s, t) \stackrel{\text{def}}{=} \left(\hat{C}\{\eta(\tau)\}^{U_r} \otimes (s \hat{\oplus} t)^{U_r} \right) + D_{r+1}(s, t) \quad (2.7)$$

$$D_{r+1}(s, t) = \int_t^s (Q^{A_r}\{\eta(\tau)\} dt \otimes (s \oplus t)^{A_r}) + \int_t^s ((H^{A_r}\{\eta(\tau)\} \cdot df(\tau)) \otimes (s \oplus t)^{A_r}), \quad (2.8)$$

$$Q^{A_q}\{\eta(\tau)\} = \{L^{(k)}\hat{C}^{j l_1 \dots l_k} \eta(\tau) : (j l_1 \dots l_k) \in A_q\}, \quad (2.9)$$

$$H^{A_q}\{\eta(\tau)\} = \{({}^{(1)}G_0^{(k)}\hat{C}^{j l_1 \dots l_k} \eta(\tau) : (j l_1 \dots l_k) \in A_q\}, \quad (2.10)$$

$$\hat{C}^{D_q}\{\eta(\tau)\} = \{({}^{(k)}\hat{C}^{j l_1 \dots l_k} \eta(\tau) : (j l_1 \dots l_k) \in D_q\}, \quad (2.11)$$

$$({}^{(k)}\hat{C}^{j l_1 \dots l_k} \{ \cdot \}) = \begin{cases} ({}^{(k)}G_{l_1} \dots G_{l_k} L^j \{ \cdot \} & \text{при } k > 0 \\ L^j \{ \cdot \} & \text{при } k = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$L^j \{ \cdot \} = \begin{cases} L \dots L \{ \cdot \} & \text{при } j > 0 \\ \cdot & \text{при } j = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$({}^{(1)}G_p \{ \cdot \}) = \frac{1}{p} (({}^{(1)}G_{p-1} L \{ \cdot \} - ({}^{(1)}L G_{p-1} \{ \cdot \})), \quad p = 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

$$L \{ \cdot \} = \frac{\partial \{ \cdot \}}{\partial t} + \sum_{i=1}^n a_i(x, t) \frac{\partial \{ \cdot \}}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{l,i=1}^n b_{lj}(x, t) b_{ij}(x, t) \frac{\partial^2 \{ \cdot \}}{\partial x_l \partial x_i} \quad (2.15)$$

$$G_{0i} \{ \cdot \} = \sum_{j=1}^n b_{ji}(x, t) \frac{\partial \{ \cdot \}}{\partial x_j}; \quad i = 1, \dots, m \quad (2.16)$$

$$D_q = \left\{ (k, j, l_1, \dots, l_k) : k + 2 \left(j + \sum_{p=1}^k l_p \right) = q; \quad k, j, l_1, \dots, l_k = 0, 1, \dots \right\}, \quad (2.17)$$

$$U_r = \left\{ (k, j, l_1, \dots, l_k) : k + j + \sum_{p=1}^k l_p \leq r \right\}, \quad (2.18)$$

$$A_q = \left\{ (k, j, l_1, \dots, l_k) : k + j + \sum_{p=1}^k l_p = q; \quad k, j, l_1, \dots, l_k = 0, 1, \dots \right\}, \quad (2.19)$$

равенство (2.6) справедливо с вероятностью 1, правые части (2.6) – (2.8) существуют в среднеквадратическом смысле.

Построим унифицированное разложение Тейлора-Ито для компонент решения $X(t)$ системы (2.2) – (2.3) до малых порядка $O((s-t)^{5/2})$, то есть, будем строить разложение для процесса Ито $\eta(\tau) = X(t)$:

$$\begin{aligned}
x(s) = & x(t) + (s-t) [(-\beta xy - \mu x + \Lambda) + \sigma xy(\beta(y-x) + \mu)I_1^0(s,t) + \\
& + \sigma^2 xy(\beta(2xy - (x-y)^2) + \mu(x-y))I_{11}^{00}(s,t)] + \frac{(s-t)^2}{2} (2\beta\mu xy + \\
& + \beta^2 xy(y-x) + \mu^2 x - \Lambda\beta y - \Lambda\mu + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)\beta xy) - \sigma xy I_1^0(s,t) + \\
& + \sigma^2 xy(y-x)I_{11}^{00}(s,t) + \sigma^3 xy(2xy - (x-y)^2)I_{111}^{000}(s,t) + \sigma y(\Lambda - (\mu + \tilde{\mu} + \\
& + \gamma)x)I_1^1(s,t) + \sigma^4 xy(11xy(x-y) - (x^3 - y^3))I_{1111}^{0000}(s,t) - \sigma^2 y(\Lambda(y-x) - \\
& - xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) + \mu x^2)I_{11}^{10}(s,t) + \sigma^2 xy((\mu + \tilde{\mu} + \gamma)(y-1) + \Lambda)I_{11}^{01}(s,t) + \\
& + H_5^x(s,t),
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
y(s) = & y(t) + (s-t) [(\beta xy - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)y) + \sigma xy(\beta(x-y) - (\mu + \tilde{\mu} + \\
& + \gamma))I_1^0(s,t) + \sigma^2 xy(\beta(-2xy + (x-y)^2) + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)(y-x)) \times \\
& \times I_{11}^{00}(s,t)] + \frac{1}{2}(s-t)^2 (\beta^2 xy(x-y) - 2\beta xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) - \beta\mu xy + \\
& + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)^2 y + \Lambda\beta y) + \sigma xy I_1^0(s,t) + \sigma^2 xy(x-y)I_{11}^{00}(s,t) + \sigma^3 xy \times \\
& \times (2xy - (x-y)^2)I_{111}^{000}(s,t) + \sigma y(\mu x - \Lambda)I_1^1(s,t) - \sigma^4 xy(11xy(x-y) - \\
& - (x^3 - y^3))I_{1111}^{0000}(s,t) + \sigma^2 y(\Lambda(y-x) - xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) + \mu x^2)I_{11}^{10}(s,t) + \sigma^2 xy \times \\
& \times (\mu(x-y) - \Lambda)I_{11}^{01}(s,t) + H_5^y(s,t),
\end{aligned} \tag{2.21}$$

3. Анализ численного решения

В качестве численного метода для моделирования системы (2.4) — (2.5) выбраны соотношения (2.20) и (2.21) на равномерной дискретной сетке $\{\tau_j\}_{j=0}^N$, построенной для отрезка $[0, T]$, такой что $\tau_j = j\Delta$, $\tau_N = N\Delta = T$. Обозначив $x(\tau_j) = x_j$, $y(\tau_j) = y_j$, и положив в разложениях (2.20) — (2.21) $s = (k+1)\Delta$, $t = k\Delta$, $k = 0, 1, \dots$, используя разложения повторных стохастических интегралов $I_1^0(s,t)$, $I_1^1(s,t), \dots$ по полиномиальному базису, получены следующие выражения для численного метода:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} = & x_k + \Delta ((-\beta xy - \mu x + \Lambda) + \sigma xy(\beta(y-x) + \mu)I_1^0(s,t) + \sigma^2 xy \times \\
& \times (\beta(2xy - (x-y)^2) + \mu(x-y))I_{11}^{00}(s,t)) + \frac{\Delta^2}{2} (\beta^2 xy(y-x) + 2\beta\mu \times \\
& \times xy + \mu^2 x - \Lambda\beta y - \Lambda\mu + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)\beta xy) - \sigma xy I_1^0(s,t) + \sigma^2 xy(y-x) \times \\
& \times I_{11}^{00}(s,t) + \sigma^3 xy(2xy - (x-y)^2)I_{111}^{000}(s,t) + \sigma y(\Lambda - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)x) \times \\
& \times I_1^1(s,t) + \sigma^4 xy(11xy(x-y) - (x^3 - y^3))I_{1111}^{0000}(s,t) - \sigma^2 y(\Lambda(y-x) - \\
& - xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) + \mu x^2)I_{11}^{10}(s,t) + \sigma^2 xy((\mu + \tilde{\mu} + \gamma)(y-1) + \Lambda)I_{11}^{01}(s,t)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
y_{k+1} = & y_k + \Delta [(\beta xy - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)y) + \sigma xy (\beta(x - y) - (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)) \times \\
& \times I_1^0(s, t) + \sigma^2 xy (\beta(-2xy + (x - y)^2) + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)(y - x)) I_{11}^{00}(s, t)] + \\
& + \frac{\Delta^2}{2} (\beta^2 xy(x - y) - 2\beta xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) - \beta\mu xy + \Lambda\beta y + (\mu + \tilde{\mu} + \gamma)^2 y) \\
& + \sigma xy I_1^0(s, t) + \sigma^2 xy(x - y) I_{11}^{00}(s, t) + \sigma^3 xy(2xy - (x - y)^2) I_{111}^{000}(s, t) + \\
& + \sigma y(\mu x - \Lambda) I_1^1(s, t) - \sigma^4 xy(11xy(x - y) - (x^3 - y^3)) I_{1111}^{0000}(s, t) + \sigma^2 y \times \\
& \times (\Lambda(y - x) - xy(\mu + \tilde{\mu} + \gamma) + \mu x^2) I_{11}^{10}(s, t) + \sigma^2 xy(\mu(x - y) - \\
& - \Lambda) I_{11}^{01}(s, t)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

где

$$\begin{aligned}
I_1^0(\tau_{k+1}, \tau_k) &= \sqrt{\Delta} \zeta_0^{(1)}, \\
I_1^1(\tau_{k+1}, \tau_k) &= -\frac{\Delta^{3/2}}{2} \left[\zeta_0^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} \zeta_1^{(1)} \right], \\
I_{11}^{00}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= \frac{\Delta}{2} \left[\zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_0^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\zeta_0^{(1)} \zeta_1^{(1)} - \zeta_1^{(1)} \zeta_0^{(1)}) \right] = \\
&= \frac{\Delta}{2} \cdot [(\zeta_0^{(1)})^2 - 1], \quad I_{111}^{000}(\tau_{k+1}, \tau_k) = \frac{\Delta^{3/2}}{6} [(\zeta_0^{(1)})^3 - 3\zeta_0^{(1)}], \\
I_{1111}^{0000}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= \frac{\Delta^2}{24} [(\zeta_0^{(1)})^4 - 6(\zeta_0^{(1)})^2 + 3], \\
I_{11}^{01}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= -\frac{\Delta^2}{4} \left[\frac{4}{3} (\zeta_0^{(1)})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_1^{(1)} + \frac{1}{3\sqrt{5}} \zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_2^{(1)} - 2 + \right. \\
&+ \left. \sum_{i=1}^q \left\{ \frac{1}{\sqrt{(2i+1)(2i+5)(2i+3)}} \zeta_i^{(1)} \cdot \zeta_{i+2}^{(1)} + \frac{1}{(2i-1)(2i+3)} (\zeta_i^{(1)})^2 \right\} \right] \\
I_{11}^{10}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= -\frac{\Delta^2}{2} \zeta_0^{(1)} (\zeta_0^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} \zeta_1^{(1)}) - I_{11}^{01}(\tau_{k+1}, \tau_k) = \\
&- \frac{\Delta^2}{4} \left[\frac{2}{3} (\zeta_0^{(1)})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_1^{(1)} - \frac{1}{3\sqrt{5}} \zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_2^{(1)} + \right. \\
&+ \sum_{i=1}^q \left\{ -\frac{1}{\sqrt{(2i+1)(2i+5)(2i+3)}} \zeta_i^{(1)} \cdot \zeta_{i+2}^{(1)} + \right. \\
&+ \left. \left. \frac{1}{(2i-1)(2i+3)} (\zeta_i^{(1)})^2 \right\} + 2 \right]
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$\{\zeta_i^{(j)}, i = 0, 1, \dots, q+2; j = 1\}$ — система независимых гауссовских случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, которая генерируется на шаге интегрирования с номером k и является независимой с аналогичными системами случайных величин, которые генерируются на всех предшествующих шагах интегрирования по отношению к шагу интегрирования с номером k ; Δ — шаг интегрирования численного метода; число q выбирается из условия:

$$\begin{aligned}
M \left\{ \left(I_{11}^{10}(\tau_{k+1}, \tau_k) - I_{(11)q}^{10}(\tau_{k+1}, \tau_k) \right)^2 \right\} &= \\
&= M \left\{ \left(I_{11}^{10}(\tau_{k+1}, \tau_k) - I_{(11)q}^{01}(\tau_{k+1}, \tau_k) \right)^2 \right\} \leq \frac{\Delta^4}{16} \left(\frac{3}{16} \left(\frac{\pi^4}{90} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \sum_{i=1}^q \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{2} - \sum_{i=1}^q \frac{1}{4i^2 - 1} \right)^2 \right) \leq C \Delta^5,
\end{aligned}
\tag{3.4}$$

где постоянная C должна быть задана. Выберем её для простоты равной единице. При уменьшении величины шага интегрирования возрастает величина q . Рассмотрим результаты выбора числа q с помощью соотношения (2.11). Эти результаты приведены в следующей таблице:

Δ	0,004	0,001	0,0005
q	1	2	4

Таблица 1: результаты выбора числа q .

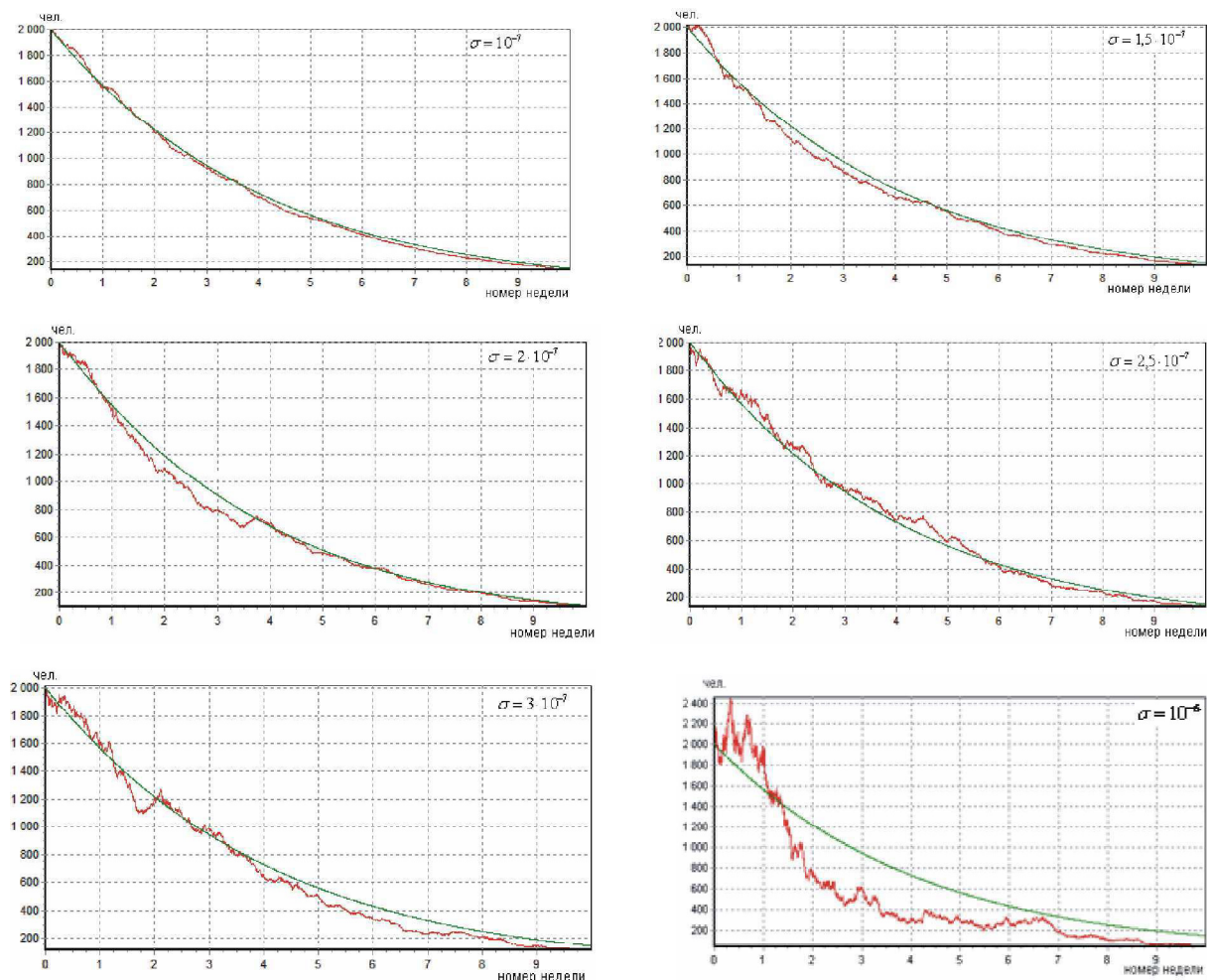
То есть, чтобы Δ был равен 0,004, достаточно q взять равным 1, тогда разложения для I_{11}^{10} и I_{11}^{01} примут вид:

$$\begin{aligned}
I_{11}^{01}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= -\frac{\Delta^2}{4} \left[\frac{4}{3}(\zeta_0^{(1)})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_1^{(1)} + \frac{1}{3\sqrt{5}}\zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_2^{(1)} + \frac{1}{5\sqrt{21}}\zeta_1^{(1)} \cdot \zeta_3^{(1)} - \frac{1}{5}(\zeta_1^{(1)})^2 - 2 \right] \\
I_{11}^{10}(\tau_{k+1}, \tau_k) &= -\frac{\Delta^2}{4} \left[\frac{2}{3}(\zeta_0^{(1)})^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_1^{(1)} - \frac{1}{3\sqrt{5}}\zeta_0^{(1)} \cdot \zeta_2^{(1)} - \frac{1}{5\sqrt{21}}\zeta_1^{(1)} \cdot \zeta_3^{(1)} + \frac{1}{5}(\zeta_1^{(1)})^2 + 2 \right]
\end{aligned}$$

Произведём численное моделирование решения системы (2.4)–(2.5) с помощью соотношений (3.1) и (3.2) при $\beta = 2 \cdot 10^{-6}$ (Рис. 3.1). Значения максимальных отклонений траекторий возмущённой системы от траекторий детерминированной системы приведены в таблице 2. Хорошо видна прямая зависимость максимальных отклонений решения возмущённой системы от величины возмущённого параметра σ .

σ	Отклонение X , %	Отклонение Y , %
10^{-7}	Практически нет	2,5
$1,5 \cdot 10^{-7}$	Практически нет	3,5
$2 \cdot 10^{-7}$	0,01	4
$2,5 \cdot 10^{-7}$	0,09	5
$3 \cdot 10^{-7}$	0,26	10
10^{-6}	0,39	> 50

Таблица 2: начения максимальных отклонений траекторий возмущённой системы.

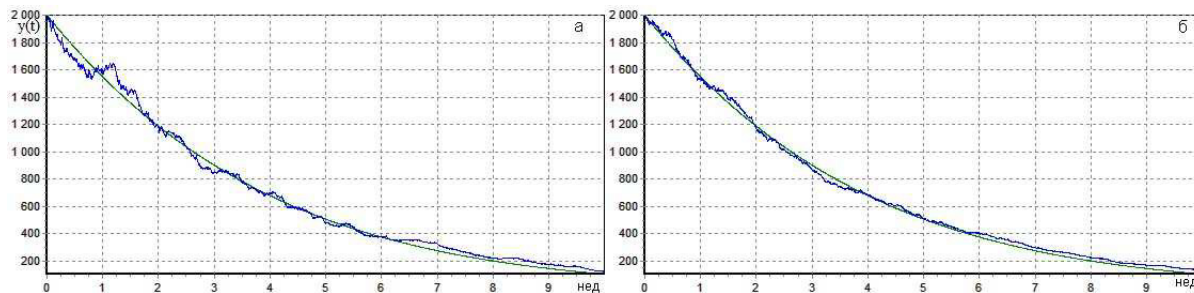


Р и с у н о к 3.1

Динамика $y(t)$ в детерминированной и стохастической моделях эпидемии в зависимости от величины возмущённого параметра σ

При $\sigma \leq 10^{-7}$ стохастическая модель практически совпадает с детерминированной, следовательно, для описания системы необходимо брать детерминированную модель; при $\sigma > 3 \cdot 10^{-7}$ стохастическая модель более чем на 10% отклоняется от детерминированной, потому детерминированную модель вместо стохастической использовать, скорее всего, нельзя.

При различных реализациях системы независимых гауссовских величин $\{\zeta_i^{(j)}, i = 0, 1 \cdot q + 2; j = 1, 2\}$ получаем разные реализации решения системы стохастических дифференциальных уравнений (2.4). Эти траектории при небольших возмущениях лежат внутри некоторой трубки, построенной в малой окрестности решения детерминированной системы (1.1). На рисунке 3.2 показано сравнение математических ожиданий с решением детерминированной системы дифференциальных уравнений (1.1).



Р и с у н о к 3.2

Детерминированная модель и математическое ожидание решения системы (2.4) – (2.5), найденное по пяти (а) и десяти (б) реализациям при $\sigma = 5 \cdot 10^{-7}$

Таким образом, $M\{X(t; \omega)\} \rightarrow X(t)$, где $X(t) = (x(t), y(t))$ – решение детерминированной системы (1.1), (1.2), $X(t; \omega) = (x(t; \omega), y(t; \omega))$ – решение стохастической системы (2.2), (2.3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Д.Ф. Численное моделирование стохастических дифференциальных уравнений и стохастических интегралов // С.Петербург: Наука, 1999, 459с.
2. Мильнштейн Г.Н. Численное интегрирование стохастических дифференциальных уравнений // Свердловск: Изд-во Уральского ун-та, 1988, 225с.

Use of the unified decomposition of Taylor-Ito for system of the stochastic differential equations describing dynamics of epidemic

© N. I. Ovsyannikova²

Abstract. In work on the basis of the determined model of epidemic the stochastic model where subject it is considered to casual influence factor of growth of disease β is under construction. For the numerical decision of the received system of the stochastic differential equations Taylor-Ito unified number is used. Dependence of deviations of trajectories of the indignant system on trajectories of the determined system on size of the indignant parametre σ is traced.

Key Words: the determined and stochastic models of epidemic, system of the stochastic differential equations, Taylor-Ito number, the indignant parametre.

²The teacher of chair of applied mathematics, Northern Arctic Federal University; imaginary-aim@hotmail.com