УДК 517.9

Об управлении движением механических систем с неизвестными параметрами на основе функции насыщения

© О. А. Перегудова[1]

Аннотация. В работе решена задача об отслеживании траекторий механических систем с неизвестными массо-инерционными характеристиками и с учетом запаздывания в структуре обратной связи. Исследование основано на построении непрерывного закона управления с функцией насыщения и применении функции Ляпунова.

Ключевые слова: механические системы с неизвестными параметрами, управление с функцией насыщения, запаздывание, функция Ляпунова.

1. Введение

Рассматривается задача слежения для механических систем, описываемых нестационарными нелинейными уравнениями, при построении непрерывного управления с насыщением с учетом неизвестного и изменяющегося запаздывания в цепи обратной связи и неизвестных массо-инерционных характеристик системы. В работе [1] предложен метод решения задачи слежения для одного класса механических систем, основанный на построении релейных управлении и применении теории "замороженных" коэффициентов в предположении, что параметры системы и сама отслеживаемая траектория изменяются достаточно медленно, чтобы этим изменением можно было пренебречь. В работе [2] предложен подход, основанный на построении релейных управлений и использовании вектор-функции Ляпунова и позволяющий решать задачи слежения не только для "медленных" движений механических систем [1], а также при существенном изменении параметров системы и отслеживаемой траектории. Известно [3], что релейные законы управления позволяют выводить систему на заданное многообразие движений за конечное время и обеспечивают дальнейшее движение системы вдоль заданного многообразия в скользящем режиме. При этом недостатком релейных управлений является возникновение чаттера (биений) при движении системы в скользящем режиме, обусловленное несовершенством устройств управления и наличием запаздывания, что приводит к возникновению высокочастотных колебаний в системе, ухудшающих точность управления. В настоящей работе построен закон управления, являющийся непрерывной аппроксимацией релейного и позволяющий уменьшить чаттер, возникающий при наличии запаздывания. Получены оценки максимального допустимого запаздывания и нормы неизвестной части матрицы инерции системы. Теоретические результаты применены в решении задачи слежения для мобильного робота с роликонесущими колесами.

[1]Доцент кафедры информационной безопасности и теории управления, Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск; peregudovaoa@sv.ulsu.ru.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу управления движением механической системы, описываемой уравнением

$$H(t,q)\ddot{q} + f(t,q,\dot{q}) = u(t-h(t)), \quad t \geq 0, \tag{2.1}$$

где $q \in \mathbb{R}^n$ — вектор обобщённых координат; $H(t,q) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ — невырожденная матрица с непрерывными ограниченными элементами, положительно-определённая, имеющая следующее представление

$$H(t,q) = \widehat{H}(t,q) + \Delta H(t,q), \tag{2.2}$$

где $\widehat{H}(t,q)$ — положительно-определённая и известная матрица, а матрица $\Delta H(t,q)$ неизвестна; $f(t,q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ — вектор с непрерывными элементами, $u \in \mathbb{R}^n$ — вектор управляющих воздействий, $h(t)$ — ограниченная непрерывная функция запаздывания в управлении, $0 \leq h(t) \leq h_0 = \mathrm{const} > 0$.

Рассмотрим необходимые в дальнейшем определения матричных норм.

Определение 2.1. *Операторной нормой* $\|A\|$ *матрицы* $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, *подчинённой векторной норме* $|\cdot|$, *называется величина*

$$\|A\| = \max_{x\in\mathbb{R}^n, |x|=1} |Ax| = \max_{x\neq 0} \frac{|Ax|}{|x|}.$$

В 1958 году в работах С.М. Лозинского [4] и Дж. Далквиста [5] впервые было дано определение логарифмической нормы матрицы.

Определение 2.2. *Логарифмической нормой* $\operatorname{lgn}\|A\|$ *матрицы* $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *называется величина*

$$\operatorname{lgn}\|A\| = \lim_{r\to+0} \frac{1}{r}[\|I + rA\| - 1].$$

Согласно определению логарифмическая норма матрицы может принимать и отрицательные значения и поэтому не является матричной нормой в классическом смысле этого слова.

Введём в пространстве $\mathbb{R}^n$ прямоугольную векторную норму

$$|x| = \max\{\alpha_1|x_1|, \alpha_2|x_2|, \ldots, \alpha_n|x_n|\} \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \tag{2.3}$$

где $\alpha_i \ (i = 1,2,\ldots,n)$ — некоторые положительные постоянные. Тогда соответствующие выражения для операторной и логарифмической матричных норм примут вид

$$\|A\| = \max_{1\leq i\leq n}(|a_{ii}| + \sum_{j\neq i}\frac{\alpha_j}{\alpha_i}|a_{ij}|); \quad \operatorname{lgn}\|A\| = \max_{1\leq i\leq n}(a_{ii} + \sum_{j\neq i}\frac{\alpha_j}{\alpha_i}|a_{ij}|). \tag{2.4}$$

Перейдём к постановке задачи слежения для системы (2.1). Пусть $q^*(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ — отслеживаемая траектория объекта (2.1). Следящая система может быть записана в виде, аналогичном (2.1) с некоторой начальной функцией $\varphi : [-h_0, 0] \to \mathbb{R}^n$, $q(s) = \varphi(s)$, $-h_0 \leq s \leq 0$.

Задача слежения состоит в отыскании управления по принципу обратной связи $u(t-h(t))$, удовлетворяющего ограничению $|u| \leq u_0 = \mathrm{const} > 0$, и ограничений на параметры системы (2.1), при которых для некоторого числа $\varepsilon > 0$ (ошибки слежения) найдется число $\delta_0 = \delta_0(\varepsilon) > 0$, что для любой начальной функции $\varphi(s)$, $-h_0 \leq s \leq 0$, удовлетворяющей условию

$$\max\{\max_{-h_0\leq s\leq 0}|\varphi(s) - q^*(s)|, \max_{-h_0\leq s\leq 0}|\dot{\varphi}(s) - \dot{q}^*(s)|\} < \delta_0, \tag{2.5}$$

для решения $q(t)$ системы (2.1) с начальным условием $q(s) = \varphi(s)$, $-h_0 \leq s \leq 0$, будет справедливо неравенство $|q(t) - q^*(t)| < \varepsilon \quad \forall t \geq 0$.

3. Решение задачи слежения

Запишем систему уравнений (2.1) в виде

$$\widehat{H}(t,q)\ddot{q}+\widehat{f}(t,q,\dot{q})=u(t-h(t))+g(t,q,\dot{q})-\Delta H(t,q)H^{-1}(t,q)u(t-h(t)), \tag{3.1}$$

где вектор $g(t,q,\dot{q})$ имеет выражение

$$g(t,q,\dot{q})=\Delta H(t,q)H^{-1}(t,q)f(t,q,\dot{q})-\Delta f(t,q,\dot{q}). \tag{3.2}$$

Здесь $f(t,q,\dot{q})=\widehat{f}(t,q,\dot{q})+\Delta f(t,q,\dot{q})$, где вектор $\widehat{f}(t,q,\dot{q})$ не содержит элементов матрицы $\Delta H(t,q)$ и её производных.

Преобразуем уравнение (3.1). Умножая обе части этого уравнения слева на $\widehat{H}^{-1}(t,q)$, получим

$$\begin{aligned}\ddot{q}+\widehat{H}^{-1}(t,q)\widehat{f}(t,q,\dot{q})=\widehat{H}^{-1}(t,q)u(t-h(t))+\widehat{H}^{-1}(t,q)g(t,q,\dot{q})-\dots\\ -\widehat{H}^{-1}(t,q)\Delta H(t,q)H^{-1}(t,q)u(t-h(t)).\end{aligned} \tag{3.3}$$

Введём отклонения

$$x=q-q^*(t),\quad \dot{x}=\dot{q}-\dot{q}^*(t)$$

Тогда в отклонениях уравнение (3.3) примет вид

$$\begin{aligned}\ddot{x}+A^*(t)\dot{x}+B^*(t)x=A_1(t,x)u(t-h(t))+\dots\\ +F^*(t)+G^*(t,x,\dot{x})+D^*(t,x,\dot{x})+E^*(t,x)u(t-h(t)),\end{aligned} \tag{3.4}$$

где матрицы $A_1(t,x)$, $A^*(t)$, $B^*(t)$, $E^*(t,x)$ и векторы $F^*(t)$, $G^*(t,x,\dot{x})$ и $D^*(t,x,\dot{x})$ имеют соответственно выражения

$$A_1(t,x)=\widehat{H}^{-1}(t,x+q^*(t)),\quad F^*(t)=L(t,q^*(t),\dot{q}^*(t))-\ddot{q}^*(t),$$

$$A^*(t)=\frac{\partial L(t,q,\dot{q})}{\partial \dot{q}}\bigg|_{q=q^*(t),\dot{q}=\dot{q}^*(t)},\quad B^*(t)=\frac{\partial L(t,q,\dot{q})}{\partial q}\bigg|_{q=q^*(t),\dot{q}=\dot{q}^*(t)},$$

$$E^*(t,x)=-\widehat{H}^{-1}(t,x+q^*(t))\Delta H(t,x+q^*(t))H^{-1}(t,x+q^*(t)),$$

$$G^*(t,x,\dot{x})=O(|x|^2+|\dot{x}|^2),$$

$$D^*(t,x,\dot{x})=\widehat{H}^{-1}(t,x+q^*(t))g(t,x+q^*(t),\dot{x}+\dot{q}^*(t)),$$

а вектор-функция $L(t,q,\dot{q})$ определяется по формуле

$$L(t,q,\dot{q})=\widehat{H}^{-1}(t,q)\widehat{f}(t,q,\dot{q}).$$

Далее в статье будем считать, что символом C обозначена невырожденная постоянная матрица $C\in\mathbb{R}^{n\times n}$, такая, что для соответствующей логарифмической нормы матрицы $(-C)$ выполняется неравенство

$$\operatorname{lgn}\|-C\|<0. \tag{3.5}$$

Введём также следующие обозначения

$$c=-\frac{\|C\|}{\operatorname{lgn}\|-C\|},\quad c_1=\|C^{-1}\|.$$

Управление u в системе (2.1) будем искать в виде

$$u(t,q,\dot q)=\widehat H(t,q_0(t))K\cdot\ldots$$
$$\cdot\,\mathrm{sat}\left[q(t-h(t))-q^*(t-h(t))+C^{-1}(\dot q(t-h(t))-\dot q^*(t-h(t)))\right],\quad(3.6)$$

где $K\in R^{n\times n}$ — некоторая постоянная матрица, подлежащая определению, такая, что $\|\widehat H(t,q_0(t))K\||1|\le u_0\ \ \forall t\ge t_0\ \ (1=(1,1,\ldots,1)\in\mathbb{R}^n)$; $\mathrm{sat}(z)=(\mathrm{sat}(z_1),\ldots,\mathrm{sat}(z_n))^{\mathrm T}$ — функция насыщения вида

$$\mathrm{sat}(z_i)=\begin{cases}\mathrm{sign}(z_i),\ \text{если}\ |z_i|\ge\gamma,\\ z_i/\gamma,\ \text{если}\ |z_i|<\gamma,\end{cases}\quad\gamma=\mathrm{const}>0,\quad i=\overline{1,n},$$

Теорема 3.1. *Пусть найдутся положительные постоянные ε, ε_1, ε_2, ε_3, ε_0, f_0, Δf_0, δ_0, a_1, a_2, b и N, такие, что выполняются следующие условия:*

1) для всех $t\ge0$ и для любых векторов $x,y\in\mathbb{R}^n$, таких, что $|x|<\delta_0$, $|y|<\delta_0$, имеют место неравенства

$$|C^{-1}G^*(t,x,y)|\le N(|x|^2+|y|^2);$$

$$\mathrm{lgn}\,\|-H(t,x+q^*(t))\|\le-\varepsilon_1,\qquad\|\Delta H(t,x+q^*(t))\|\le\varepsilon_2,\quad\|\widehat H^{-1}(t,x+q^*(t))\|\le\varepsilon_3,$$
$$\|C^{-1}\widehat H^{-1}(t,x+q^*(t))\Delta H(t,x+q^*(t))H^{-1}(t,x+q^*(t))\widehat H(t,q^*(t))K\||1|\le\varepsilon_0,$$
$$|f(t,x+q^*(t),y+\dot q^*(t))|\le f_0,\quad|\Delta f(t,x+q^*(t),y+\dot q^*(t))|\le\Delta f_0;$$

2) для всех $t\ge0$ и для любых векторов $x\in\mathbb{R}^n$, таких, что $|x|<\gamma$, выполняется неравенство

$$\|C^{-1}A_1(t,x)A_1^{-1}(t,0)K\|(c\|-C+C^{-1}A^*(t)C-C^{-1}B^*(t)\|+\mathrm{lgn}\,\|C-C^{-1}A^*(t)C\|+$$
$$+\frac{c}{\gamma}|C^{-1}F^*(t)|+cN\gamma+\frac{c}{\gamma}c_1\varepsilon_3(\varepsilon_2f_0/\varepsilon_1+\Delta f_0)+\frac{c}{\gamma}\varepsilon_0+\frac{c}{\gamma}\|C^{-1}A_1(t,x)A_1^{-1}(t,0)K\||1|)\le b;$$

3) для любого $\forall\delta:\ \gamma\le\delta\le\delta_0$, и для всех $t\ge0,|x|<\delta$, выполняется неравенство

$$(c\|-C+C^{-1}A^*(t)C-C^{-1}B^*(t)\|+\mathrm{lgn}\,\|C-C^{-1}A^*(t)C\|)\delta+c|C^{-1}F^*(t)|+$$
$$+2N\delta^2+cc_1\varepsilon_3(\varepsilon_2f_0/\varepsilon_1+\Delta f_0)+c\varepsilon_0+\mathrm{lgn}\,\|C^{-1}A_1(t,x)A_1^{-1}(t,0)K\||1|\le-a_1;$$

4) для всех $t\ge0$, $\varepsilon<|x|<\gamma$, выполняется неравенство

$$(c\|-C+C^{-1}A^*(t)C-C^{-1}B^*(t)\|+\mathrm{lgn}\,\|C-C^{-1}A^*(t)C\|+$$
$$+\frac{c}{\gamma}\mathrm{lgn}\,\|C^{-1}A_1(t,x)A_1^{-1}(t,0)K)\|)\varepsilon+c|C^{-1}F^*(t)|+2N\gamma^2+cc_1\varepsilon_3(\varepsilon_2f_0/\varepsilon_1+\Delta f_0)+c\varepsilon_0\le-a_2;$$

5) максимальная величина запаздывания h_0 удовлетворяет ограничению

$$h_0<\frac{\min\{a_1,a_2\}}{b}.$$

Тогда решение системы (2.1) отслеживает траекторию $q^*(t)$ посредством управления (3.6) с погрешностью слежения, не превышающей ε.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Сделаем в системе (3.4) замену переменных

$$y_1 = x, \quad y_2 = x + C^{-1}\dot{x}$$

и построим для полученной системы

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -Cy_1 + Cy_2, \\ \dot{y}_2 = (C + C^{-1}A^*(t)C - C^{-1}B^*(t))y_1 + (C - C^{-1}A^*(t)C)y_2 + C^{-1}F^*(t) + \\ +C^{-1}G_1^*(t, y_1, y_2) + C^{-1}D_1^*(t, y_1, y_2) + C^{-1}A_1(t, y_1)A_1^{-1}(t, 0)K \operatorname{sat}(y_2(t - h(t))) + \\ +C^{-1}E^*(t, y_1)A_1^{-1}(t, 0)K \operatorname{sat}(y_2(t - h(t))), \end{cases} \tag{3.7}$$

(где векторы $G_1^*(t, y_1, y_2)$ и $D_1^*(t, y_1, y_2)$ определяются по формулам $G_1^*(t, y_1, y_2) = G^*(t, y_1, -Cy_1 + Cy_2)$, $D_1^*(t, y_1, y_2) = D^*(t, y_1, -Cy_1 + Cy_2)$) непрерывную функцию Ляпунова $V(y_1, y_2) = \max(V_1(y_1), V_2(y_2))$ с компонентами вида

$$V_1(y_1) = |y_1|, \qquad V_2(y_2) = c|y_2|.$$

Для оценки производной функции Ляпунова в силу системы дифференциальных уравнений с запаздыванием будем применять подход Б.С. Разумихина [6].

С использованием преобразований вида

$$\operatorname{sat}(y_2(t - h(t))) = \operatorname{sat}(y_2(t)) - h(t)\frac{d}{dt}\operatorname{sat}(y_2(\tau)), \quad \tau \in [t - h(t), t]$$

можно показать, что при выполнении условий теоремы для правой производной функции Ляпунова V в силу системы (3.7) на множестве функций $\varphi_1, \varphi_2 : [-2h_0, 0] \to \mathbb{R}$, удовлетворяющих условиям: $|\varphi_1(s)| < \delta_0$, $|\varphi_2(s)| < \delta_0/c$, $|\varphi_1(s)| \geq \varepsilon$, $|\varphi_2(s)| \geq \varepsilon/c$, и

$$V(\varphi_1(s), \varphi_2(s)) \leq V(\varphi_1(0), \varphi_2(0)), -2h_0 \leq s \leq 0,$$

имеет место неравенство

$$\dot{V} \leq -\min\{a_1, a_2\} + h_0 b < 0. \tag{3.8}$$

Действительно, преобразуем второе уравнение системы (3.7) к виду

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 = (C + C^{-1}A^*(t)C - C^{-1}B^*(t))y_1 + (C - C^{-1}A^*(t)C)y_2 + C^{-1}F^*(t) + \\ + C^{-1}G_1^*(t, y_1, y_2) + C^{-1}D_1^*(t, y_1, y_2) + C^{-1}A_1(t, y_1)A_1^{-1}(t, 0)K[\operatorname{sat}(y_2(t)) + h(t)\frac{d}{dt}\operatorname{sat}(y_2(\tau)))] \\ + C^{-1}E^*(t, y_1)A_1^{-1}(t, 0)K \operatorname{sat}(y_2(t - h(t))), \end{aligned}$$

и замечая, что для правой производной функции насыщения имеет место равенство

$$\frac{d}{dt}\operatorname{sat}(y_{2i}(\tau)) = \begin{cases} 0, & \text{если } |y_{2i}(\tau)| \geq \gamma; \\ \dot{y}_{2i}(\tau)/\gamma, & \text{если } |y_{2i}(\tau)| < \gamma. \end{cases} \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

получим выполнение неравенства (3.8). А это обеспечивает выполнение неравенства $|q(t) - q^*(t)| < \varepsilon \ \ \forall t \geq 0$ для движений $q(t)$, удовлетворяющих начальному условию (2.5) на интервале $[-2h_0, 0]$.

Д о к а з а т е л ь с т в о з а к о н ч е н о.

Доказанная теорема устанавливает максимально допустимое запаздывание h_0 в системе и величину начальных возмущений δ_0. Эффективность ее состоит в следующем:

1) теорема 3.1 позволяет решать задачи слежения для механических систем, описываемых нестационарными уравнениями (матрица H и вектор f в уравнении

(2.1) предполагаются зависящими явно от времени). Таким образом, теорему 3.1 можно применять, например, для механических систем на подвижном основании, с переменными массами и т.д.;

2) проверка условий теоремы 3.1 сводится к довольно простым операциям вычисления операторных и логарифмических матричных норм, соответствующих прямоугольной векторной норме (2.3), и не требует вычисления и оценки собственных значений нестационарных матриц, что эффективно при проведении вычислительных расчётов;

3) выбор закона управления на основе непрерывной функции насыщения позволяет существенно уменьшить чаттер по сравнению с релейным управлением.

Пример 3.1. *Рассмотрим задачу об отслеживании траектории мобильного колесного робота, состоящего из четырех тел: платформы и трех колес вида "omni-directional".*

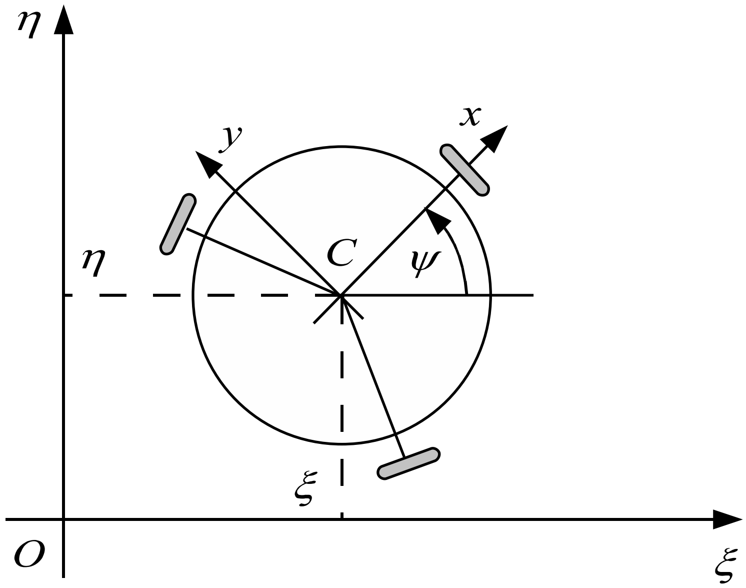

Рисунок ***3.1***

Мобильный робот с тремя роликонесущими колесами

Платформа перемещается по горизонтальной поверхности. Центр масс робота расположен в точке C платформы. Углы между осями колес составляют 120^o. На колесах робота закреплены ролики, оси вращения которых лежат в плоскости соответствующего колеса. При этом рассматривается простейшая модель такого колеса, в которой не учитывается динамика роликов и предполагается, что все ролики лежат в одной плоскости и слиты в единый опоясывающий колесо тор с сечением бесконечно малого радиуса. В работе [7] выведены уравнения движения робота и построено точное решение уравнений, в случае, когда на двигатели постоянного тока, установленные на колесах, подается постоянное напряжение. В работе [8] решается задача стабилизации программного движения робота при помощи пропорционально-интегральных регуляторов, при этом масса колес не учитывается.

В предположении, что движение робота происходит без проскальзывания под действием моментов, развиваемых тремя независимыми электродвигателями постоянного тока, получены [7] следующие уравнения движения мобильного робота

$$H\ddot{q} + f(\dot{q}) = P(q)u, \tag{3.9}$$

$$q=(\xi,\eta,\psi)^{\mathrm{T}},\quad H=\begin{pmatrix} m & 0 & 0\\ 0 & m & 0\\ 0 & 0 & I_s\end{pmatrix},\quad f(\dot q)=\begin{pmatrix} h\dot\xi+m_d\dot\psi\dot\eta\\ h\dot\eta-m_d\dot\psi\dot\xi\\ 2a^2h\dot\psi\end{pmatrix},$$

$$P(q)=\begin{pmatrix} \sin\psi & \sin\left(\psi+\dfrac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\psi+\dfrac{4\pi}{3}\right)\\ -\cos\psi & -\cos\left(\psi+\dfrac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\psi+\dfrac{4\pi}{3}\right)\\ -a & -a & -a\end{pmatrix}.$$

Здесь ξ и η — координаты центра C платформы робота в неподвижной декартовой системе координат $O\xi\eta\zeta$; ψ — угол поворота платформы вокруг вертикали, отсчитываемый от оси ξ; $u=(u_1,u_2,u_3)^{\mathrm{T}}$, u_1, u_2 и u_3 — управляющие напряжения, подаваемые на электродвигатели постоянного тока; a — расстояние от центра C платформы до центра каждого колеса;

$$m=m_0+3m_1\left(1+\frac{r_1^2}{2r^2}\right),\quad m_s=m_0+3m_1,\quad m_d=m-m_s,$$
$$I_s=m_0\rho_0^2+3m_1\left[\rho_1^2+a^2\left(1+\frac{2r_1^2}{r^2}\right)\right],\quad h=\frac{3c_\nu}{2r^2},$$

m_0,m_1 — массы платформы и колеса робота соответственно; ρ_0,ρ_1 — соответственно радиусы инерции платформы и колеса относительно вертикальной оси, проходящей через их центры масс; r — радиус колеса, r_1 — радиус инерции колеса относительно оси вращения; c_ν — коэффициент момента противоэлектродвижущей силы.

Пусть матрица инерции имеет вид

$$H=\mathrm{diag}(m+\Delta m,m+\Delta m,I_s+\Delta I_s),\quad H=\widehat H+\Delta H,$$

где $\widehat H$ — известная положительно-определённая матрица, а матрица ΔH неизвестна.

Численное моделирование проводилось при следующих значениях параметров робота и отслеживаемой траектории

$$m=19\ \text{кг},\quad m_d=3\ \text{кг},\quad I_s=3.76\ \text{кг}\cdot\ \text{м}^2,$$
$$h=1.66\ \text{Н}\cdot\text{с}/\text{м},\quad a=0.2\ \text{м},$$
$$\xi_0(t)=0.2t\ \text{м},\quad \eta_0(t)=\sin(0.2t)\ \text{м},\quad \psi_0(t)=2t+1\ \text{рад}.$$

С использованием теоремы 3.1 получено, что при ограничениях

$$h(t)\le h_0=0.1\ \text{с},\quad |\Delta m|\le 2\ \text{кг},$$

управление вида

$$u=-\alpha P^{-1}(q_0(t-h(t)))\widehat H\,\mathrm{sat}\left(q(t-h(t))-q_0(t-h(t))+\beta(\dot q(t-h(t))-\dot q_0(t-h(t)))\right)$$

со значениями $\alpha=7$, $\beta=1$ решает задачу об отслеживании заданной траектории $q_0(t)$ робота с погрешностью слежения, не превышающей значения $\varepsilon=0.05$.

Следует отметить, что использование релейного управления при заданном ограничении на величину запаздывания не обеспечивает решение поставленной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП "Развитие научного потенциала высшей школы" (2.1.1/6194) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг" (НК-433П, П/2578).

Список литературы

1. Ефремов М.С., Поляков А.Е., Стрыгин В.В. Новый алгоритм слежения для некоторых механических систем// ПММ. – 2005. – Т. 69. – Вып. 1. – С.30-41.

2. Перегудова О.А. К задаче слежения для механических систем с запаздыванием в управлении// Автоматика и телемеханика. – 2009. – №5. – С. 95-105.

3. Халил Х.К. Нелинейные системы. – М.; Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2009. – 832 с.

4. Лозинский С.М. Оценка погрешностей численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений// Известия вузов. Математика. – 1958. – №5. – С. 52-90.

5. Dahlquist G. Stability and Error Bounds in the Numerical Intergration of Ordinary Differential Equations// Almqvist & Wiksells, Uppsala. – 1958; Transactions on the Royal Institute of Technology, Stockholm. – 1959. – №130.

6. Разумихин Б.С. Устойчивость эредитарных систем. – М.: Наука, 1988. – 106 с.

7. Мартыненко Ю.Г., Формальский А.М. О движении мобильного робота с роликонесущими колесами// Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – №6. – С. 142-149.

8. Liu Y., Zhu J.J., Williams II R.L., Wu J. Omni-directional mobile robot controller based on trajectory linearization// Robotics and Autonomous Systems. – 2008. – Vol. 56. – p. 461-479.

On control of mechanical systems motion with unknown mass-inertia parametres on the base of saturation function.

© **O. A. Peregudova**[2]

Abstract. In the work the problem on tracking for mechanical systems with unknown mass-inertia parametres is solved with taking into account feedback delay. The investigation is based on construction of continuous control with saturation function and use of Lyapunov function.

Key Words: mechanical systems with unknown parametres, control with saturation function, delay, Lyapunov function.

[2]Assistant Professor of Information Security and Control Theory Chair, Ulyanovsk State University, Ulyanovsk; peregudovaoa@sv.ulsu.ru.