
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.9

О системах наблюдения

© П. А. Балахнин¹, А. В. Зубов², Н. В. Зубов³

Аннотация. Для линейных стационарных систем наблюдения решена задача определения минимального числа выходов, при которых рассматриваемую систему можно сделать полностью наблюдаемой. Задачи подобного рода часто возникают при создании систем наблюдения.

Ключевые слова: вектор наблюдения, ранг матрицы, матрица, многочлен, столбец, собственное число.

Рассмотрим линейную стационарную систему наблюдения

$$\dot{X} = AX, \quad Y = CX, \quad (1.1)$$

где C - постоянная матрица размера $r \times n$, $Y = (y_1, \dots, y_r)^T$ - вектор наблюдений (выходы системы).

Поставим задачу поиска минимального числа p выходов, при которых открытая система $\dot{X} = AX$ может быть сделана наблюдаемой путем выбора соответствующей матрицы C размера $p \times n$ полного ранга, т. е. задачу структурной минимизации системы наблюдения.

Определение 1.1. Назовем характеристикой наблюдаемости системы (1.1) минимальное число p выходов, при которых открытая система $\dot{X} = AX$ может быть сделана наблюдаемой путем выбора соответствующей матрицы C размера $p \times n$ полного ранга.

Справедлива теорема.

Теорема 1.1. Характеристика наблюдаемости матрицы A равна p , где $p = \max_{i=1, \dots, k} p_i$, а p_i - число линейно независимых собственных векторов соответствующих различным собственным числам λ_i ($i = 1, \dots, k$) матрицы A , т. е. всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов C_1, \dots, C_p , являющихся строками матрицы C так, что система (1.1) будет наблюдаемой.

Доказательство теоремы целиком опирается на тот факт, что если величина p для матрицы A , является максимальным числом линейно независимых собственных векторов соответствующих различным собственным числам λ_i ($i = 1, \dots, k$) этой матрицы, то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов C_1, \dots, C_p , являющихся столбцами матрицы C так, что ранг матрицы $V^T = [C^T, A^T C^T, \dots, (A^{n-1})^T C^T]$ был равен n . Если же ранг матрицы C меньше p , то система (1.1) не является наблюдаемой.

¹Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

²Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

³Профессор факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru.

Следствие 1.1. Если характеристический многочлен матрицы A совпадает с его минимальным многочленом, то система (1.1) может быть сделана наблюдаемой с помощью скалярной системы наблюдения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубов А. В., Дикусар В. В., Зубов Н. В. Структурная минимизация систем управления // Тр. ИСА РАН. Динамика неоднородных систем. Т. 31(2). М.: Изд-во ЛКИ, 2007. С. 34-43.
2. Зубов А. В., Зубов Н. В. Теория устойчивости и применение к задачам численного анализа. Уч. пос. СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2010, - 102 с.
3. Блистанова Д. Л., Зубов И. В., Зубов Н. В., Северцев Н. А. Конструктивные методы теории устойчивости и их применение к задачам численного анализа. Уч. пос. СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2002, 119 с.
4. Мутлу О. В. Основы управления движением. (Исследование равномерной устойчивости по Ляпунову) Уч. пос. СПб., 2007. 92 с.
5. Зубов А. В. Стабилизация и управление в динамических системах. Уч. пос. СПб.: СПбГУ, 2007, 132 с.
6. Зубов А. В., Алидриssi M. A. Расчет и стабилизация программных траекторий механических систем. Уч. пос. СПб.: СПбГУ, 2008, 68 с.

Дата поступления 27.08.2009

About systems of observation

© P. A. Balachnin⁴, A. V. Zubov⁵, N. V. Zubov⁶

Abstract. For linear stationary systems of observation is resolved the task of definition minimum number of exits, at which examine system one can make completely is observed. The tasks like sort often is spring by creation of systems of observation.

Key Words: vector of observation, rank of matrix, matrix, polynomial, pillar, own number.

REFERENCES

1. Zubov A. V., Dicusal V. V., Zubov N. V. The structure minimization of system control. // Works ISA RAN. Dynamics of no family systems. T. (31)2. M.: P.LKI, 2007. P. 34-43.
2. Zubov A. V., Zubov N. V. The theory of stability and application by tasks number analysis. The school book. SPb.: Published NII of Chemistry SPbGU, 2002, 119 p.
3. Blistanova L. D., Zubov I. V., Pe,jd N. V., Severchev N. A. Constructive methods of theory stabilities and they application for tasks number analysis. The school book. SPb.: Published NII of Chemistry SPbGU, 2002, 119 p.
4. Muthu O. V. The basis of control the motion (Investigation regular stability on Lapunov) The shool book. SPb., 2007. 92 p.
5. Zubov A. V. Stabilization and control in dynamical systems. The school book. SPb.: SPbGU, 2007, 132 p.
6. Zubov A. V., Alidrissy M. A. The calculation and stabilization of program trajectory of mechanical system. The school book. SPb.: SPbGU, 2008, 68 p.

⁴Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

⁵Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.

⁶Professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru.