

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

DOI 10.15507/2079-6900.24.202202.215-227

Оригинальная статья

ISSN 2079-6900 (Print)

ISSN 2587-7496 (Online)

УДК 519.633, 51-73

Численное исследование влияния поверхностной рекомбинации на нелинейные и фазовые искажения, возникающие при восстановлении формы оптического сигнала

В. Я. Гришаев, С. М. Мурюмин, Е. В. Никишин

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Российская Федерация)

Аннотация. В работе проведено численное исследование кинетики фотопроводимости резистора при однородной генерации электронов и дырок по толщине. Расчеты проведены для полупроводника n -типа. Рассмотрены случаи линейной и квадратичной объемной рекомбинации. Математическая модель представлена в виде нелинейного уравнения параболического типа. К нелинейности уравнения приводит квадратичная рекомбинация. Использование граничных условий 3-го рода позволяет учесть поверхностную рекомбинацию неравновесных носителей заряда. Это явление приводит к необходимости учета диффузионного члена при записи кинетических уравнений, описывающих распределение электронов и дырок. Модель пренебрегает объемным зарядом. Показана возможность использования операции интегрирования фототока, протекающего через резистор, для получения зависимости интенсивности света от времени при малых длительностях оптического импульса: $T < \max(\tau_n, \tau_p)$. Здесь T – длительность импульса, τ_n и τ_p – время жизни электронов и дырок соответственно. Нелинейные искажения в этом случае связаны в основном с появлением второй и третьей гармоник разложения в ряд Фурье функции, определяющей зависимость фототока от времени. Для «восстановления» оптического импульса также можно использовать операцию дифференцирования фототока. Нелинейные и фазовые искажения малы при выполнении условия $T < \max(\tau_n, \tau_p)$. Предложенные способы позволяют расширить область длительностей оптического импульса (T), в которой возможно его «восстановление». В окрестности области, определяемой равенством $T \approx \max(\tau_n, \tau_p)$, существенны нелинейные и фазовые искажения.

Ключевые слова: математическая модель, нелинейное уравнение параболического типа, механизмы рекомбинации, кинетика фотопроводимости, нелинейные искажения, частотные искажения, фазовые искажения, восстановление импульса

Для цитирования: Гришаев В. Я., Мурюмин С. М., Никишин Е. В. Численное исследование влияния поверхностной рекомбинации на нелинейные и фазовые искажения, возникающие при восстановлении формы оптического сигнала // Журнал Средневолжского математического общества. 2022. Т. 24, № 2. С. 215–227. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202202.215-227>

© В. Я. Гришаев, С. М. Мурюмин, Е. В. Никишин



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License.
This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Об авторах:

Гришаев Владимир Яковлевич, доцент кафедры экспериментальной и теоретической физики, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5009-0222>, grishaev53@mail.ru
Мурюмин Сергей Михайлович, доцент кафедры прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2965-7500>, muryuminsm@yandex.ru

Никишин Евгений Васильевич, доцент кафедры экспериментальной и теоретической физики, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8370-1790>, nikishin57@mail.ru

Original article

MSC2020 35K20

Numerical study of the effect of surface recombination on nonlinear and phase distortions arising during the restoration of the optical signal shape

V. Y. Grishaev, S. M. Muryumin, E. V. Nikishin

Ogarev Mordovia State University (Saransk, Russian Federation)

Abstract. The photoconductivity kinetics of a resistor with homogeneous generation of electrons and holes in thickness is investigated. Calculations are carried out for an n -type semiconductor. The cases of linear and quadratic volumetric recombination are considered. The mathematical model of the process includes a non-linear parabolic partial differential equation. The cause of its non-linearity is quadratic recombination. Boundary conditions of the 3rd kind are used, thus allowing to examine the surface recombination of nonequilibrium charge carriers. This latter phenomenon makes it necessary to take into account the diffusion term when writing kinetic equations describing the distribution of electrons and holes. The model neglects the volumetric charge. In described circumstances it is possible to use the integration of the photocurrent flowing through the resistor to obtain the dependence of the light intensity on time for small optical pulse durations: $T < \max(\tau_n, \tau_p)$. Here T is the pulse duration, τ_n and τ_p are the lifetimes of electrons and holes, respectively. Nonlinear distortions in this case are mainly associated with the appearance of the second and the third harmonics of the Fourier series expansion of the function that determines the photocurrent dependence on time. To "restore" the optical pulse, the operation of differentiating the photocurrent can be used. Nonlinear and phase distortions are small when the condition $T < \max(\tau_n, \tau_p)$ is met. Proposed methods make it possible to expand the range of optical pulse durations (T) in which its "recovery" is possible. In the vicinity of the region defined by the equality $T \approx \max(\tau_n, \tau_p)$, nonlinear and phase distortions are significant.

Keywords: mathematical model, non-linear parabolic equation, recombination mechanisms, kinetics of photoconductivity, nonlinear distortions, frequency distortions, phase distortions, pulse recovery

For citation: V. Y. Grishaev, S. M. Muryumina, E. V. Nikishin. Numerical study of the effect of surface recombination on nonlinear and phase distortions arising during the restoration of the optical signal shape. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 24:2 (2022), 215–227. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202202.215-227>

About the authors:

Vladimir Y. Grishaev, Associate Professor, Department of Experimental and Theoretical Physics, National Research Ogarev Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5009-0222>, grishaev53@mail.ru

Sergey M. Muryumina, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Ogarev Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2965-7500>, muryuminsm@yandex.ru

Evgeny V. Nikishin, Associate Professor, Department of Experimental and Theoretical Physics, National Research Ogarev Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8370-1790>, nikishin57@mail.ru

1. Введение

Наличие инерционности у фоторезисторов приводит к тому, что зависимость интенсивности возбуждающего света от времени $I(t)$ может существенно отличаться от временной зависимости фототока $j(t)$. Теряется информация, заложенная в оптическом импульсе. Если длительность импульса (T) порядка или меньше времени жизни основных носителей заряда, то ток, протекающий в резисторе в момент времени t , пропорционален энергии излучения, поглощенной им за это время [1]. Это обусловлено тем, что темп генерации неравновесных носителей заряда в этом случае значительно больше скорости рекомбинации. В работах [2–3] предложен метод, позволяющий «восстановить» временную зависимость интенсивности оптических импульсов $I(\omega t)$, периодически изменяющейся с частотой ω , по временной зависимости фототока путем дифференцирования последнего. Показана справедливость формулы $I(\omega t) \approx C_0 + Cdj(\omega t)/dt$, где $C_0 = const$, $C = const$. Приведенное соотношение справедливо, если выполняется неравенство $\omega > 1/\max(\tau_n, \tau_p)$. Здесь τ_n, τ_p – время жизни электронов и дырок соответственно.

Использование полупроводниковых пластин малой толщины при изготовлении резисторов, приводит к необходимости учитывать вклад поверхностной рекомбинации в фотопроводимость. Различного рода неоднородности кристалла, например, градиенты концентраций рекомбинационных центров и адсорбированных атомов вблизи поверхностей, дискретные уровни Тамма приводят к появлению диффузионных потоков неравновесных носителей заряда к границам фоторезистора с их последующей рекомбинацией на этих неоднородностях [4–8]. Дополнительный канал рекомбинации изменит функцию, описывающую скорость рекомбинации неравновесных носителей заряда, что приведет к уменьшению времени их жизни. В предложенной работе теоретически исследована возможность использования фоторезистора для получения зависимости интенсивности импульса света, от времени, по электрическому отклику при наличии диффузии носителей заряда и поверхностной рекомбинации. Входная величина – интенсивность света, выходная – фототок. Определены условия, при которых зависимость

интенсивности света от времени пропорциональна зависимости фототока от времени

$$I(t) \propto j(t) \quad (1.1)$$

и условия, где справедливо соотношение:

$$I(t) \propto \frac{dj(t)}{dt}. \quad (1.2)$$

Возможность использования соотношений (1.1) или (1.2) определяется величиной нелинейных и фазовых искажений, которые в свою очередь зависят от длительности импульса, механизмов рекомбинации носителей заряда в объеме полупроводника и поверхностной рекомбинацией. Также исследован способ восстановления, основанный на нахождении коэффициентов, полученных при разложении фототока в ряд Фурье.

2. Математическая модель и вычислительный алгоритм

В основе проведенного анализа лежит общепринятая модель фотопроводимости в монокристаллах, представленная системой нелинейных дифференциальных уравнений [5]. При составлении уравнений, описывающих кинетику фотопроводимости, учитывались линейные размеры фоторезистора, диффузия к поверхностям, темп генерации и темп рекомбинации носителей заряда. Расчеты проведены для полупроводника n -типа.

Изменение концентрации электронов n по толщине полупроводника с течением времени в отсутствии объемного заряда описывается уравнениями непрерывности:

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = g_n(x, t) - R_n(x, t) + D_n \frac{\partial^2 n(x, t)}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq d, \quad t > 0. \quad (2.1)$$

Здесь g_n – темп генерации электронов; D_n – коэффициент диффузии электронов; R_n – скорость рекомбинации электронов; d – толщина фоточувствительного слоя. В общем случае уравнение (2.1) – нелинейное уравнение параболического типа в частных производных. Оно включает в себя тот же диффузионный член, что и уравнение теплопроводности, но также включает член роста $g_n(x, t)$ и член распада $R_n(x, t)$. Нами рассмотрены случаи линейного $R_n = (n - n_0)/\tau_n$ и нелинейного члена распада $R_n = \alpha(n - n_0)^2$. При расчетах использовалось значение коэффициента диффузии электронов, характерное для кристаллического кремния ($32 \text{ см}^2/\text{с}$).

Исследован случай межзонной генерации неравновесных носителей заряда светом в объеме полупроводника. Темп генерации основных носителей заряда связан с плотностью потока световых квантов Φ_0 соотношением $g_n = g_p = \alpha\beta(1 - R)\Phi_0 e^{-\alpha x}$. Здесь α – коэффициент поглощения; β – квантовый выход; R – коэффициент отражения. Для случая однородной генерации, когда $\alpha d \ll 1$, $e^{-\alpha x} \approx 1$. Интенсивность пропорциональна плотности потока световых квантов. Следовательно, темп генерации пропорционален интенсивности падающего света. В частности, для монохроматического света $g_n = g_p = k\beta(1 - R)I/h\nu$.

Поскольку поверхность полупроводника является дополнительным источником рекомбинации носителей заряда, то краевые условия записывались через коэффициенты поверхностной рекомбинации S_0 и S_d и диффузию электронов к границам [4], т. е. используются граничные условия третьего рода:

$$D_n \frac{dn(0,t)}{dx} = S_0 n(0,t), \quad x=0, \quad t>0, \quad (2.2)$$

$$D_n \frac{dn(d,t)}{dx} = -S_d n(d,t), \quad x=d, \quad t>0. \quad (2.3)$$

Запишем начальные условия, используя равновесное значение концентрации электронов n_0 :

$$n(x,0) = n_0. \quad (2.4)$$

Зависимости фототока от времени рассчитывались по формуле:

$$j(t) = \frac{e}{d} \int_0^d \mu_n n(x,t) E dx. \quad (2.5)$$

Вкладом дырочной проводимости в величину фототока для полупроводника n -типа можно пренебречь.

Зависимость интенсивности одиночного импульса света от времени, падающего на фоторезистор, записывалась в виде:

$$I(t) = I_0 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{t}{T} \right) \right) \quad \text{при } 0 \leq t \leq T; \quad I(t) = 0 \quad \text{при } t > T. \quad (2.6)$$

При численном моделировании для определения зависимости $n = n(x,t)$ используется явная конечно-разностная схема [9]:

$$\frac{n_j^{k+1} - n_j^k}{\tau} = g_j^k - R_n(n_j^k) + a^2 \frac{n_{j+1}^k - 2n_j^k + n_{j-1}^k}{h^2} + O(\tau + h^2), \quad (2.7)$$

$$g_j^k = g(x_j, t^k), \quad a^2 = D_n, \quad j = 1, \dots, N-1, \quad k = 0, \dots, K-1. \quad (2.8)$$

Для аппроксимации граничных условий вторым порядком без увеличения граничных узлов используется представленная ниже конечно-разностная схема:

$$a^2 \frac{n_1^{k+1} - n_0^{k+1}}{h} = S_0 n_0^{k+1} + \frac{h S_0}{2} n_0^{k+1} + O(h^2),$$

$$a^2 \frac{n_N^{k+1} - n_{N-1}^{k+1}}{h} = -S_d n_N^{k+1} - \frac{h S_d}{2} n_N^{k+1} + O(h^2).$$

Начальные условия

$$n_0^{k+1} = n_0.$$

Использованы значения $N = 100$, шаг сетки по переменной x равен $h = d/N$. Шаг по времени при толщине фоточувствительного слоя, толщина которого d , рассчитывался по формуле $\tau = h^2/6a^2$. Тогда $K = T/\tau$.

Численные значения n_j^k позволили получить значения плотности тока $j^k = j(t^k)$, где $t^k = \tau k$. Для интегрирования уравнения (2.5) использовался метод трапеций. В следующих разделах приведены результаты расчетов нелинейных и фазовых искажений, возникающих при восстановлении формы оптического импульса.

3. Влияние величины поверхностной рекомбинации на нелинейные искажения

Ниже рассмотрен случай линейной рекомбинации электронов. На Рис. 3.1 представлены результаты численных расчетов коэффициента нелинейных искажений импульса тока, протекающего через фоторезистор при освещении импульсом света, переменная составляющая интенсивности которого меняется по гармоническому закону (2.6).

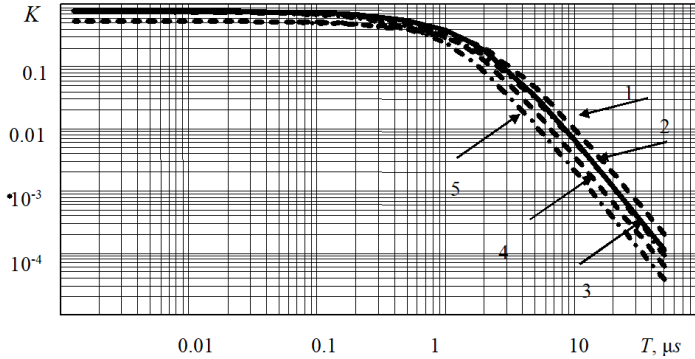


Рис. 3.1. Зависимость коэффициента нелинейных искажений от длительности импульса: $d = 100$ мкм, $\tau_n = 0.40$ мкс; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0$ см/с; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3$ см/с; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3$ см/с; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4$ см/с; 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4$ см/с

Fig 3.1. Dependence of the coefficient of nonlinear distortion on the pulse duration: $d = 100 \mu\text{m}$, $\tau_n = 0.40 \mu\text{s}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0$ cm/s; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3$ cm/s; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3$ cm/s; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4$ cm/s; 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4$ cm/s

Коэффициент нелинейных искажений позволяет количественно оценить отклонение зависимости фототока от гармонического закона. Он рассчитывался по формулам:

$$K = \frac{1}{|c_1|} \sqrt{\sum_m |c_m|^2}, \quad c_m = \frac{1}{T} \int_0^T j(\tau) e^{-im\omega\tau} d\tau. \quad (3.1)$$

Здесь $m = 2, 3, \dots$ – номер гармоник. При расчетах использовались зависимости $j = j(t)$ ($j^k = j(t^k)$), полученные при решении уравнения (2.1).

При выполнении неравенства $T \gg \tau_n$ искажения малы. Фототок отслеживает изменение интенсивности света от времени. Справедливо соотношение (1.1). Фоторезистор в этом случае можно использовать для определения зависимости интенсивности света от времени. Искажения велики при длительностях импульсов сравнимых и меньших времени жизни основных носителей заряда. При этом функции, описывающие зависимости $I = I(t)$ и $j = j(t)$, существенно отличаются. Увеличение коэффициента поверхностной рекомбинации S сдвигает кривую зависимости $K = K(T)$ в сторону меньших длительностей.

На Рис. 3.2 – 3.3 приведены кривые зависимости коэффициента нелинейных искажений, от длительности возбуждающего фоторезистор импульса при различных значениях коэффициентов поверхностной рекомбинации.

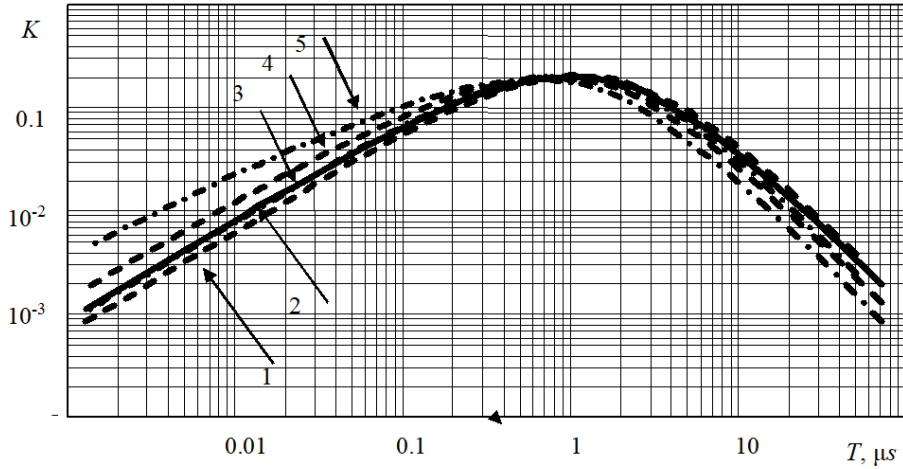


Рис. 3.2. Зависимость коэффициента нелинейных искажений от длительности импульса: $d = 100 \text{ мкм}$, $\tau_n = 0.40 \text{ мкс}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0 \text{ см/с}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3 \text{ см/с}$; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3 \text{ см/с}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$; 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$

Fig 3.2. Dependence of the coefficient of nonlinear distortion on the pulse duration: $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $\tau_n = 0.40 \text{ }\mu\text{s}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0 \text{ cm/s}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3 \text{ cm/s}$; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$; 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$

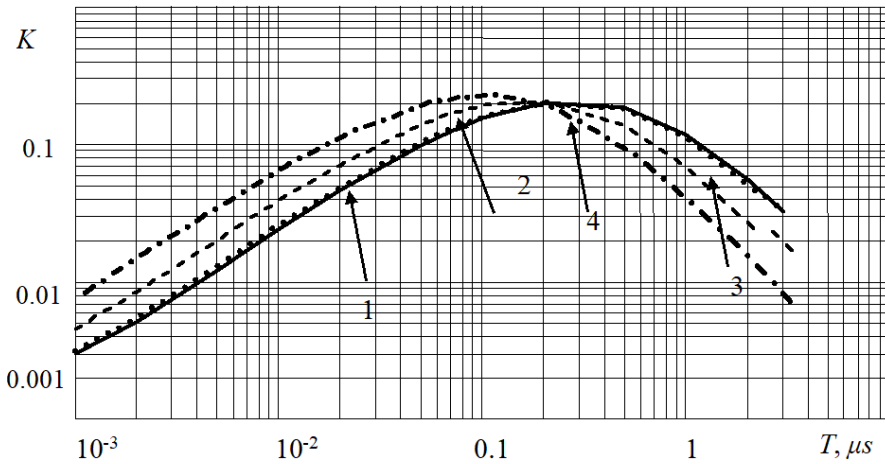


Рис. 3.3. Зависимость коэффициента нелинейных искажений от длительности импульса возбуждения: $d = 10 \text{ мкм}$, $\tau_n = 0.40 \text{ мкс}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 30 \text{ см/с}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 300 \text{ см/с}$; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3000 \text{ см/с}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 9000 \text{ см/с}$

Fig 3.3. Dependence of the coefficient of nonlinear distortion on the pulse duration: $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $\tau_n = 0.40 \text{ }\mu\text{s}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 30 \text{ cm/s}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 300 \text{ cm/s}$; 3) $S_{03} = S_{d3} = 3000 \text{ cm/s}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 9000 \text{ cm/s}$

Расчеты проведены для импульса, «восстановленного» по соотношению (1.2). Коэффициент нелинейных искажений определялся по формулам [3]:

$$K = \frac{1}{|c_1|} \sqrt{\sum_m |c_m|^2}, \quad c_m = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dj(t)}{dt} e^{-im\omega\tau} d\tau. \quad (3.2)$$

При расчетах производной использовались зависимости $j = j(t)$ ($j^k = j(t^k)$), полученные при решении уравнения (2.1). При интегрировании использовался метод трапеций.

Нелинейными искажениями можно пренебречь как в области малых длительностей, когда $T < \tau_n$, так и в области больших длительностей импульса света, когда $T > \tau_n$.

Малые значения нелинейных искажений при выполнении условия $T < \tau_n$ связаны с малыми скоростями рекомбинации электронов, как в объеме, так и на поверхности полупроводника по сравнению с темпом их генерации. Концентрация электронов и, следовательно, фототок растут пропорционально интегралу от скорости генерации. В этом случае производная от фототока с точностью до постоянного множителя равна темпу генерации, а значит, и интенсивности света. Выше было показано, что при выполнении неравенства $T > \tau_n$, зависимость фототока от времени совпадает с зависимостью интенсивности света от времени. Поскольку переменная составляющая интенсивности света и, следовательно, фототока описывается гармонической функцией, производная от фототока также будет гармонической функцией. Этим объясняется малость коэффициента нелинейных искажений в области больших ($T > \tau_n$) длительностей светового импульса при линейном законе рекомбинации. При взятии производной появится фазовый сдвиг, равный $\pi/2$, между фототоком и «восстановленным» импульсом интенсивности, для которого введем обозначение $I^*(t)$. Расчеты показывают, что поверхностную рекомбинацию можно интерпретировать как дополнительный канал с линейным законом рекомбинации.

На кривых $K = K(T)$ наблюдается область длительностей импульсов, где нелинейные искажения значительны. Максимум находится вблизи $T \approx \tau_n$. Увеличение коэффициентов поверхностной рекомбинации приводит к сдвигу максимума функции $K = K(T)$ в сторону меньших длительностей импульсов, т. к. дополнительный рекомбинационный канал уменьшает эффективное время жизни электронов. При линейном законе рекомбинации коэффициент нелинейных искажений не зависит от интенсивности падающего света.

4. Влияние величины поверхностной рекомбинации на фазовые искажения

На Рис. 4.1 приведены зависимости сдвига фаз ϕ между оптическим гармоническим импульсом $I(t)$ и импульсом, восстановленным путем дифференцирования фототока $I^*(t)$. Величина ϕ определялась по соотношению $\phi = 2\pi(t_{max}^* - t_{max})/T$. Здесь t_{max}^* и t_{max} – моменты времени, когда восстановленный импульс $I^*(t)$ и импульс интенсивности $I(t)$ принимают максимальные значения. Для функции $I(t)$, представленной уравнением (2.6), $t_{max} = T/2$. Для определения t_{max}^* в массиве производной по времени $\left. \frac{dj}{dt} \right|_k$ находился максимум и соответствующее ему значение $k = s$. Тогда $t_{max}^* = s\tau$.

Восстановленные импульсы опережают по фазе импульсы интенсивности света. Сдвиг фаз ϕ зависит от длительности оптического импульса, изменяющегося по гармоническому закону $\phi = \phi(T)$. Из-за неодинакового сдвига фаз отдельных гармонических

составляющих оптического импульса произвольной формы и соответствующих им составляющих импульса, полученного путем дифференцирования фототока, последний будет отличаться от импульса интенсивности. Возникнут фазовые искажения.

При больших длительностях импульса ($T > \tau_n$) фазовые искажения «восстановленных» импульсов значительны и приближаются к $\phi = \pi/2$. При $T \ll \tau_n$ величина ϕ мала (Рис. 4.1).

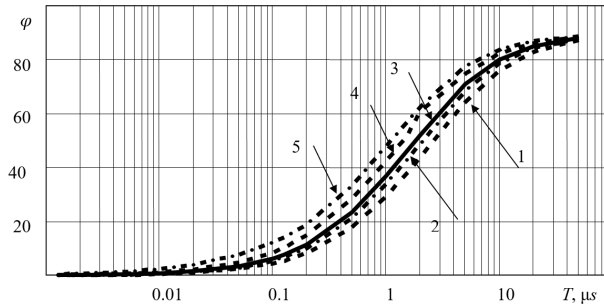


Рис. 4.1. Зависимость фазовых искажений от длительности импульса:
 $d = 100 \text{ мкм}$, $\tau_n = 0.40 \text{ мкс}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0 \text{ см/с}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3 \text{ см/с}$;
 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3 \text{ см/с}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$; 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$
Fig 4.1. Dependence of the coefficient of nonlinear distortion on the pulse duration:
 $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $\tau_n = 0.40 \text{ }\mu\text{s}$; 1) $S_{01} = S_{d1} = 0 \text{ cm/s}$; 2) $S_{02} = S_{d2} = 10^3 \text{ cm/s}$;
 3) $S_{03} = S_{d3} = 3 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$; 4) $S_{04} = S_{d4} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$;
 5) $S_{05} = S_{d5} = 5 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$

Уменьшение длительности импульса приводит к монотонному уменьшению сдвига фаз. Если для первой гармоники разложения в ряд Фурье импульса произвольной формы сдвиг фаз между оптическим гармоническим импульсом $I(t)$ и восстановленным импульсом $I^*(t)$ мал, то фазовыми искажениями при восстановлении импульса можно пренебречь. Анализ полученных результатов позволяет утверждать, что уменьшение толщины образцов и/или увеличение поверхностной рекомбинации приводит к увеличению фазовых искажений при прочих равных условиях.

5. Использование метода интегрирования для «восстановления» формы оптического импульса

Операция дифференцирования может приводить к существенным искажениям, если переменная составляющая зависимости интенсивности от времени описывается быстро изменяющейся или быстро осциллирующей функцией. Примерами таких функций являются интегральная показательная функция, интегральный синус, интегральный логарифм, гамма-функция и др. [10]. Для получения зависимости интенсивности света от времени в этом случае можно использовать метод интегрирования, основанный на получении коэффициентов разложения функции $j(t)$ в ряд Фурье. Способы интегрирования таких функций хорошо разработаны.

Функция $j(t)$ определена в области $0 \leq t \leq T$. Доопределим ее на отрезке $-T \leq t \leq 0$ четным образом. В этом случае ряд Фурье функции $j(t)$ на интервале $-T \leq t \leq T$ имеет вид:

$$j(t) = c_0 + \sum_{k=0}^{\infty} [a_k \cos(k\pi t/T)]. \quad (5.1)$$

Коэффициенты разложения:

$$c_0 = \frac{2}{T} \int_0^T j(t) dt, \quad a_k = \frac{2}{T} \int_0^T j(t) \cos(k\pi t/T) dt. \quad (5.2)$$

Производная тока по времени при $T < \tau_n$ дает зависимость интенсивности от времени с точностью до постоянного множителя (соотношение 2). Для $I^*(t)$ будет справедливо соотношение:

$$I^*(t) = C \frac{dj(t)}{dt} = C \sum_{k=0}^{\infty} b_k^* \sin(k\pi t/T). \quad (5.3)$$

Здесь введено обозначение:

$$b_k^*(t) = -\frac{2\pi k}{T^2} \int_0^T j(t) \cos(k\pi t/T) dt. \quad (5.4)$$

Выражения (5.3) – (5.4) позволяют найти функцию $I^*(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T$. Функция представлена рядом Фурье, полученным на основе имеющейся функции $j(t)$, заданной на интервале $0 \leq t \leq T$ и доопределенной четным образом.

Для нахождения нелинейных искажений используем соотношение:

$$K = \frac{1}{|b_1^*|} \sqrt{\sum_i |b_k^*|^2}. \quad (5.5)$$

В таблице 5.1 представлены результаты расчетов амплитуд гармоник b_k^* и c_k восстановленного импульса при линейном законе рекомбинации $R_n = \Delta n / \tau_n$ ($\tau_n = 0.40$ мкс).

Таблица 5.1. Коэффициенты Фурье при линейном законе рекомбинации
Table 5.1. Fourier coefficients for a linear recombination law

	T , мкс	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Метод дифференцирования	0.20	0.918	0.067	0.045	0.033	0.027	0.022	0.019
	0.04	0.973	0.018	0.012	0.009	0.007	0.006	0.005
		b_1^*	b_2^*	b_3^*	b_4^*	b_5^*	b_6^*	b_7^*
Метод интегрирования	0.20	0.782	0.071	-0.084	0.010	-0.012	0.005	-0.005
	0.04	0.830	0.015	-0.062	0.002	-0.006	0.001	-0.002

Толщина фоточувствительной области резистора $d = 10$ мкм, коэффициенты поверхностной рекомбинации $S_0 = S_d = 3000$ см/с. При численных расчетах гармоник восстановленная функция $I^*(t)$ была нормирована на 1, т. е. $\max I^*(t) = 1$. При выполнении условия $T < \tau_n$ восстановленный по соотношению (5.3) импульс содержит три первые, ярко выраженные гармоники (таблица 5.1). Величины второй и третьей гармоник, следовательно, и коэффициент нелинейных искажений, уменьшаются с уменьшением T . При $T = 0.2$ мкс и учете как 50, так и 5 гармоник $K = 0.142$. При $T = 0.04$ мкс

и учете 50 гармоник $K = 0.078$, при учете 5 гармоник $K = 0.077$. Для сравнения величин коэффициента нелинейных искажений в таблице 5.1 представлены амплитуды гармоник c_k импульса, восстановленного путем дифференцирования. Коэффициенты Фурье c_k и коэффициент нелинейных искажений K рассчитывались по формулам (3.2). При $T = 0.2$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.115$, при учете 5 гармоник $K = 0.099$. При $T = 0.04$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.03$, при учете 5 гармоник $K = 0.026$.

Для квадратичного закона рекомбинации $R_n = \alpha \Delta n^2$ при выполнении условия $T < \tau_n$ для восстановления зависимости интенсивности света от времени также можно использовать и метод дифференцирования, и метод интегрирования. Результаты расчета представлены в таблице 5.2.

Таблица 5.2. Коэффициенты Фурье при квадратичном законе рекомбинации
Table 5.2. Fourier coefficients for the quadratic recombination law

	T , мкс	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Метод дифференцирования	0.20	0.924	0.067	0.047	0.035	0.028	0.023	0.020
	0.04	0.987	0.009	0.006	0.004	0.004	0.003	0.002
		b_1^*	b_2^*	b_3^*	b_4^*	b_5^*	b_6^*	b_7^*
Метод интегрирования	0.20	0.755	0.088	-0.09	0.010	-0.012	0.005	-0.005
	0.04	0.837	0.007	-0.059	0.001	-0.005	0.0004	-0.001

При расчетах использовано значение $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$. Восстановленный методом интегрирования импульс, как и при линейном законе рекомбинации, содержит три первых ярко выраженных гармоники. При $T = 0.2$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.169$, при учете 5 гармоник $K = 0.168$. При $T = 0.04$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.071$, при учете 5 гармоник $K = 0.071$. Для импульса, восстановленного путем дифференцирования, при $T = 0.2$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.118$, при учете 5 гармоник $K = 0.10$. При $T = 0.04$ мкс и учете 50 гармоник $K = 0.014$, при учете 5 гармоник $K = 0.012$. Таким образом, для определения формы оптического импульса операцию дифференцирования можно заменить операцией интегрирования. Операция интегрирования предъявляет менее жесткие требования к определению экспериментальной зависимости фототока от времени. Искажения связаны в основном с появлением в восстановленном импульсе второй и третьей гармоник.

6. Заключение

В настоящей работе построен вычислительный алгоритм и проведено исследование на основе построенного алгоритма кинетики фотопроводимости резистора при однородной генерации электронов и дырок по толщине. В результате исследования было выявлено, что зависимость интенсивности возбуждающего света от времени и фототока от времени существенно отличаются, если длительность импульса меньше времени жизни основных носителей заряда $T < \max(\tau_n, \tau_p)$. В области малых длительностей импульсов $T < \max(\tau_n, \tau_p)$ можно восстановить временную форму оптического импульса, применяя как операцию дифференцирования, так и операцию интегрирования. В обоих случаях необходимо знать зависимость фототока от времени. Вблизи области, определяемой равенством $T \approx \max(\tau_n, \tau_p)$, существенны нелинейные искажения. Теоретические результаты можно отнести к фоторезисторам с толщиной фоточувствительного

слоя 10 – 100 мкм. Влияние диффузии носителей заряда к поверхностям фоторезистора, с последующей их рекомбинацией, можно интерпретировать как дополнительный канал с линейным законом рекомбинации, приводящий к уменьшению времен жизни электронов и дырок. Следствие этого – смещение максимума функции $K = K(T)$ в сторону меньших значений T .

Предложенные способы можно применять для восстановления зависимости от времени функции $\phi(t)$, воздействующей на систему по отклику системы, который описывается некоторой изменяющейся переменной $f_j(t)$, характеризующей систему. Методы восстановления справедливы для импульсов малой длительности $T < \tau_s$ (τ_s – время релаксации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мхитарян В. М., Партамян Х. В. Скоростные фотоприемники импульсного излучения на основе «инерционных» фоторезисторов и фотодиодов // Журнал технической физики. 1982. Т. 52. № 9. С. 1900–1902.
2. Никишин Е. В., Пескова Е. Е. Нелинейные искажения, возникающие при восстановлении высокочастотных оптических импульсов // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2015. № 9. С. 1–11.
3. Никишин Е. В., Гришаев В. Я., Мурюмин С. М. О влиянии интенсивности света на границы применимости способа восстановления модулированных оптических сигналов // Журнал Средневолжского математического общества. 2019. Т. 21. № 3. С. 363–372. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201903.363-371>
4. Блекмор Дж. Статистика электронов в полупроводниках. М.: Мир, 1964. 346 с.
5. Милнс А. Примеси с глубокими уровнями в полупроводниках. М.: Мир, 1977. 568 с.
6. Холоднов В. А. Влияние концентрации рекомбинационных центров на фотоэлектрический отклик полупроводников // Успехи прикладной физики. 2015. Т. 3, №3. С. 254–280.
7. Яшин А. Н. Применимость упрощенной модели Шокли - Рида - Холла для полупроводников с различными видами дефектов // Физика и техника полупроводников. 2005. Т. 35, № 11. С. 1332–1335.
8. Lang D. V., Grimmeiss H. G., Meijer E., Jaros M. Complex nature of goldrelated deep levels in silicon // Phys. Rev. 1980. Vol. 22. pp. 3917–3925.
9. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
10. Корн Г. К., Корн Т. К. Справочник по математике. М.: Наука, 2014. 832 с.

*Поступила 14.02.2022; доработана после рецензирования 1.04.2022;
принята к публикации 25.05.2022*

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. V. M. Mekhitarian, H. V. Partamyan, “High-speed photodetectors of pulsed radiation based on "inertial" photoresistors and photodiodes”, *Soviet Physics: Technical Physics*, **52**:9 (1982), 1900–1902.
2. E. V. Nikishin, E. E. Peskova, “Nonlinear distortion arising from the restoration of high-frequency optical excitation”, *Journal of Radio Electronics*, **9** (2015), 1–11 (In Russ.).
3. E. V. Nikishin, V. Y. Grishaev, S. M. Muryumin, “On the influence of light intensity on the limits of applicability of modulated optical signals recovery method”, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, **21**:3 (2019), 363–372 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.21.201903.363-371>
4. J. S. Blakemore, [*Semiconductor Statistics*], Honeywell Research Center, Hopkins, Minnesota, 1962, 392 p.
5. A. Milnes, [*Deep Impurities in Semiconductors*], Wiley-Interscience, New York, 1973, 568 p.
6. V. A. Kholodnov, “Character of the influence of the concentration of recombination centers on the photoelectric response of semiconductors at interband photogeneration of carriers and their recombination through impurities”, *Advances in Applied Physics*, **3**:3 (2015), 254–280 (In Russ.).
7. A. N. Yashin, “Applikability of a simplified Shokli-Ried-Hall model to semiconductors with various types of defects”, *Semiconductors*, **39**:11 (2005), 1285–1289.
8. D. V. Lang, H. G. Grimmeiss, E. Meijer, M. Jaros, “Complex nature of goldrelated deep levels in silicon”, *Phys. Rev.*, **22** (1980), 3917–3925.
9. A. A. Samarsky, *Theory of difference schemes*, Nauka Publ, Moscow, 1987, 616 p.
10. G. A. Korn, T. M. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*, Dover, New York, 2000, 1152 p.

Submitted 14.02.2022; Revised 1.04.2022; Accepted 25.05.2022

The authors have read and approved the final manuscript.

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest.