

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

DOI 10.15507/2079-6900.22.202003.333-351

УДК 519.6

Моделирование акустических полей при обтекании тел потоком газа© А. Р. Багапов¹, Р. В. Жалнин²

Аннотация. В статье описывается моделирование акустического поля на основе анализа колебаний давления. Для этого реализуется математическая модель, основанная на законах сохранения массы, импульса и энергии в двумерной постановке. Для расчётов используются схема HLLC решения задачи о распаде произвольного разрыва и WENO-схема реконструкции газодинамических параметров на границах между ячейками. Для моделирования акустического поля была выбрана усреднённая по времени характеристика – общий уровень звукового давления (OASPL). В работе рассматривается акустическое поле получаемое при обтекании газом одиночного квадратного тела, каскада квадратных тел, ступеньки и каверны, даётся интерпретация происходящих процессов. Результатом исследования является визуализация и описание явлений, возникающих при обтекании тел потоком газа, а также изучение влияния удаления точки наблюдения на акустические эффекты в пределах моделируемой области.

Ключевые слова: газовая динамика, HLLC, WENO, акустическое поле, акустический шум, OASPL

1. Введение

В настоящее время методы математического моделирования повсеместно внедряются в производство, численный расчёт становится мощным способом повысить надёжность и точность инженерных исследований [1]. В частности, одной из сфер, в которых широко применяются численные методы моделирования, является авиация. Расчёт и анализ аэродинамических и акустических параметров воздушных судов является актуальной задачей на сегодняшний день.

Расчёт данных параметров однозначно приводит к необходимости численного решения уравнений газовой динамики [2]. При решении практических задач зачастую приходится сталкиваться с газодинамическими течениями, характеризующимися нестационарностью, нелинейностью происходящих процессов, разнохарактерным и сложным механизмом взаимодействия, для моделирования которых необходимо использовать численные методы повышенного порядка точности [3], чтобы получить максимально близкие к реальным результатам.

¹**Багапов Ариф Ренатович**, магистрант факультета математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7975-6019>, bagarov99@mail.ru

²**Жалнин Руслан Викторович**, заведующий кафедрой прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики, ФГБОУ ВО Национальный исследовательский Мордовский государственный университет (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), кандидат физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1103-3321>, zhrv@mrsu.ru

В данной работе рассматривается задача моделирования акустических полей при обтекании тел потоком газа. Для решения задачи использовался интегро-интерполяционный метод с WENO-реконструкцией газодинамических параметров на границах ячеек [4], а при вычислении дискретных потоков использовался метод HLLC [5].

2. Математическая модель и вычислительный алгоритм

В работе рассматривается модель идеального, нетеплопроводящего, невязкого газа. Математическая модель изучаемых в работе процессов представляет собой законы сохранения массы, импульса и энергии [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{\Pi} = 0,$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{v}(e + p)) = 0.$$

Здесь ρ – плотность газа, p – давление, $\mathbf{v} = \{u, v\}$ – вектор скорости, ε – удельная внутренняя энергия на единицу массы, $e = \rho \left(\varepsilon + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} \right)$ – полная энергия, T – температура газа, $\mathbf{\Pi} = \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{I}$ – тензор плотности потока импульса (\mathbf{I} – единичный тензор). В качестве уравнения состояния принимается уравнение состояния идеального газа с показателем адиабаты γ :

$$p = (\gamma - 1)\varepsilon\rho. \quad (2.1)$$

Отсюда получаем, что в векторной форме система уравнений (2.1) приобретает вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F^{(1)}U}{\partial x} + \frac{\partial F^{(2)}U}{\partial y} = 0, \quad (2.2)$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, F^{(1)}(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{pmatrix}, F^{(2)}(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e + p) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

При рассмотрении конкретной модели также необходимо задать начальные и граничные условия для полного описания решаемой задачи.

Для построения дискретной модели область непрерывного изменения аргумента накроем сеткой, равномерной по каждому направлению:

$$\omega_{\Delta} = \omega_{\Delta_x} \times \omega_{\Delta_y},$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{\Delta_x} &= \{\Delta_i, i = 1, \dots, N_x, \Delta_i = x_i - x_{i-1}, |\Delta_i| = h_x, h_x N_x = L_x\}, \\ \omega_{\Delta_y} &= \{\Delta_j, j = 1, \dots, N_y, \Delta_j = y_j - y_{j-1}, |\Delta_j| = h_y, h_y N_y = L_y\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь L_x, L_y – размеры исследуемой области по соответствующим направлениям. Все газодинамические функции будем задавать как средние значения в ячейках сетки.

Для аппроксимации системы (2.2) использовалась нелинейная консервативная квазимонотонная дифференциально-разностная схема [3]:

$$\frac{dU_{ij}}{dt} + \frac{H_{i+\frac{1}{2}j}^{(1)} - H_{i-\frac{1}{2}j}^{(1)}}{h_x} + \frac{H_{ij+\frac{1}{2}}^{(2)} - H_{ij-\frac{1}{2}}^{(2)}}{h_y} = 0, \quad (2.5)$$

где $H_{i+\frac{1}{2}j}^{(1)} = H^{(1)}(U_{i+\frac{1}{2}j}^L, U_{i+\frac{1}{2}j}^R)$, $H_{ij+\frac{1}{2}}^{(2)} = H^{(2)}(U_{ij+\frac{1}{2}}^L, U_{ij+\frac{1}{2}}^R)$ - дискретные потоки, для которых должны выполняться условия согласования:

$$\begin{aligned} H^{(1)}(U_{ij}, U_{ij}) &= F^{(1)}(U_{ij}), \\ H^{(2)}(U_{ij}, U_{ij}) &= F^{(2)}(U_{ij}). \end{aligned}$$

Здесь $U_{i+\frac{1}{2}j}^L, U_{i+\frac{1}{2}j}^R$ - значения вектора консервативных переменных слева и справа от границы между ячейками с индексами (i, j) и $(i+1, j)$ соответственно, на которой вычисляется поток. Для вычисления этих значений слева и справа использовалась WENO-схема, обеспечивающая пятый порядок точности в области, где сохраняется гладкость решения [4; 6; 7].

Для вычисления дискретных потоков использовалась схема HLLC [5].

Запишем дифференциально-разностную схему (2.5) в виде

$$\frac{\partial U}{\partial t} = L(U). \quad (2.6)$$

Для дискретизации по времени уравнения (2.6) использовалась TVD-схема Рунге-Кутты третьего порядка [7]:

$$\begin{aligned} U^* &= U^n + \Delta t \cdot L(U^n), \\ U^{**} &= \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^* + \frac{1}{4}\Delta t \cdot L(U^*), \\ U^{***} &= \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{**} + \Delta t \cdot L(U^{**}). \end{aligned} \quad (2.7)$$

3. Расчёт акустических характеристик

Описанные выше схемы и подходы позволяют проводить моделирование течения газа около некоего объекта и, таким образом, получать плоскостно-временное распределение газодинамических переменных. В рамках данного исследования наибольший интерес представляет давление и его пульсации, именно они и позволяют определить акустическое поле, как в ближней окрестности объекта, так и в любой точке моделируемой области.

Одной из наиболее важных характеристик акустического поля является зависимость общего уровня звукового давления (Overall Sound Pressure Level – OASPL) от направления на точку наблюдения [8].

Введём дискретную сетку для времени:

$$\omega_{\Delta t} = \{ \Delta_k, k = 1, \dots, N_t, \Delta_k = t_k - t_{k-1}, |\Delta_k| = \Delta_t, \Delta_t N_t = T \}, \quad (3.1)$$

здесь $[0, T]$ – промежуток времени, на котором проводится исследование. Отсюда, пульсации давления $p'(R, t)$ в точке R для каждого момента времени находятся по формуле:

$$p'(R, t_k) = p(t_k) - p(t_{k-1}), \quad k = 1, \dots, N_t. \quad (3.2)$$

Аналогичную операцию повторим для некоторого количества точек, равномерно расположенных вокруг исследуемого объекта на равном расстоянии от его центра, чтобы в дальнейшем получить диаграмму направленности общего уровня звукового давления. Увеличение количества точек для рассмотрения сделает диаграмму более подробной, но вместе с этим увеличится и время расчёта необходимых параметров.

Полученный акустический сигнал (последовательность пульсаций давления) для каждой исследуемой точки подвергается дальнейшему анализу для получения интересующих акустических характеристик. Одной из наиболее показательных характеристик является общий уровень пульсаций давления, измеряемый в децибелах. Данный показатель определяется по следующей формуле [9]:

$$OASPL(R) = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p'(R)^2 \rangle}{p_0^2} \right), \quad (3.3)$$

где $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па – минимальный порог слышимости звука, $\langle p'(R)^2 \rangle$ – среднее значение квадрата колебаний давления в точке R , вычисляемое по формуле:

$$\langle p'(R)^2 \rangle = \frac{\sum_{k=0}^{N_t} p_k'^2}{N_t}. \quad (3.4)$$

С точки зрения инженерных разработок наиболее полезным представлением о картине общего уровня звукового давления является азимутальная диаграмма направленности – график в полярных координатах, на котором отражена зависимость общего уровня звукового давления в некоторой плоскости для некоторого диапазона значений азимутального угла. Как правило, значения угла берутся либо от 0 до π , либо от 0 до 2π . В данной работе исследуется двумерный случай, поэтому выбор плоскости представления ограничен одной.

В то время, как аэродинамические характеристики потока могут быть достаточно точно вычислены и на маломасштабной модели, расчёт акустического поля требуется проводить на области, по размерам соответствующей экспериментальному объекту. Естественно, что для таких действий потребуется большое количество ресурсов и времени, из-за чего в реальности они оказываются практически невыполнимы. Поэтому для расчёта общего уровня звукового давления, создаваемого при обтекании «квазидвумерных» тел, рассчитанного на основе аэродинамических характеристик, полученных для области размером значительно меньшей, чем реальные размеры объекта, в работах [10; 11; 12] предложены некоторые поправки.

Используемая в данном исследовании поправка исходит из допущения, что акустические колебания от участков объекта длины l , на которые может быть разбит реальный объект, являются некоррелированными между собой. Отсюда следует, что суммарный спектральный уровень звуковых колебаний равен сумме колебаний на отдельных участках длины l , то есть искомая поправка определяется формулой:

$$\Delta(\text{дБ}) = 10 \lg(N), \quad (3.5)$$

где $\Delta(\text{дБ})$ – величина поправки в децибелах,

$$N = \frac{l_{exp}}{l},$$

где l_{exp} – размер тела в эксперименте [10].

Например, для реального кубического тела со стороной $l_{exp} = 0.1$ м, которое в расчётах представлено моделью со стороной $l = 0.001$ м искомая поправка будет равна

$$\Delta(\text{дБ}) = 10 \lg(N) = 10 \lg\left(\frac{0.1}{0.001}\right) = 20 \text{дБ}.$$

Существуют и более точные поправки, но они в данной работе не описываются из-за относительной трудности расчёта при использовании описанного выше метода анализа.

4. Моделирование акустических полей при обтекании различных тел

4.1. Моделирование обтекания квадратного блока

Рассмотрим базовый пример обтекания одного блока квадратной формы. Для моделирования данного процесса и всех следующих были выбраны следующие параметры:

- размеры моделируемой области: $1,78D \times 6,5D$, где D – некоторый множитель для масштабирования, равный для данной модели $0,05$ м. На данной области вводится сетка размерами 89×325 ;
- газодинамические параметры:
 - начальное состояние области:
 - $\rho = 1,20 \text{ кг/м}^3$;
 - $(u; v) = (0; 0) \text{ м/с}$;
 - $p = 101325 \text{ Па}$;
 - параметры втекающего газа:
 - $\rho = 1,65 \text{ кг/м}^3$;
 - $(u; v) = (0; 114,4) \text{ м/с}$;
 - $p = 158900 \text{ Па}$;
- шаг по времени: $\tau = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ с}$;
- размеры объекта в примере: 10×10 ячеек сетки, что соответствует $0,2D \times 0,2D$ (сторона равна $0,01$ м).

Так как сравнения с реальным проведённым экспериментом в работе не проводится, то невозможно внести корректную поправку в соответствии с формулой (3.5). Поэтому, считая, что размер экспериментального тела соответствует размеру моделируемого, поправку вносить не следует. Отдельные этапы протекания процесса показаны на рисунке 4.1.

В момент $t \approx 0,0029$ с, как видно на рисунке 4.1б, происходит смещение области пониженного давления, которая до этого момента была симметричной (рисунок 4.1а). Это приводит к образованию так называемой вихревой дорожки (дорожки Кармана), которая видна на рисунке 4.1в. Более явно её можно наблюдать на рисунке 4.2, где показано поле плотности исследуемой области.

Опытным путём было выяснено, что для данной модели оптимальным выбором являются 12 точек исследования, расположенных на равном расстоянии друг от друга. Также, для исследования влияния дальности расположения точки от объекта на уровень звуковых колебаний, было проведено несколько вариантов расчётов, в которых точки располагались на расстоянии $0,3D$, $0,5D$ и $0,8D$ от центра объекта (рисунок 4.3).

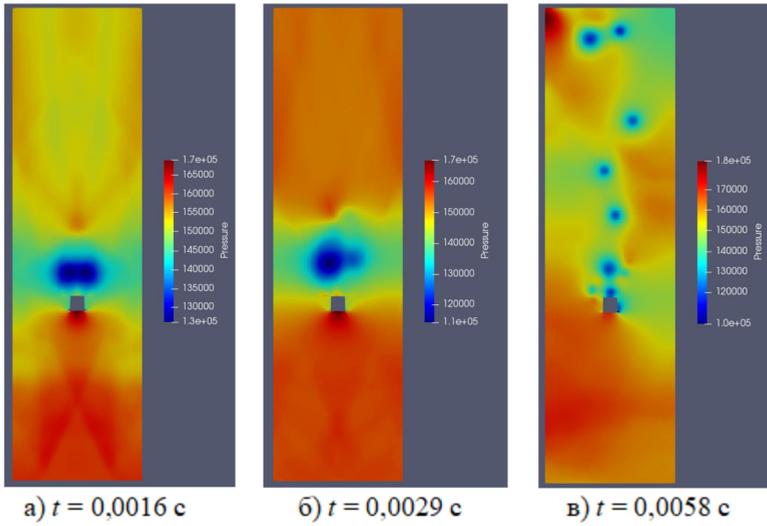


Рис. 4.1. Поле распределения давления

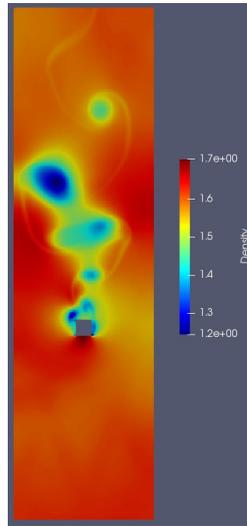


Рис. 4.2. Поле распределения плотности

В итоге были получены данные, представленные в таблице 4.1, а также в виде азимутальной диаграммы направленности на рисунке 4.4.

По приведённым в таблице и на диаграмме данным можно сделать вывод, что исследование на близком расстоянии более информативно, так как оно показывает уменьшение общего уровня шума за объектом, как следствие появления там области пониженного давления без последующих колебаний (до образования завихрений).

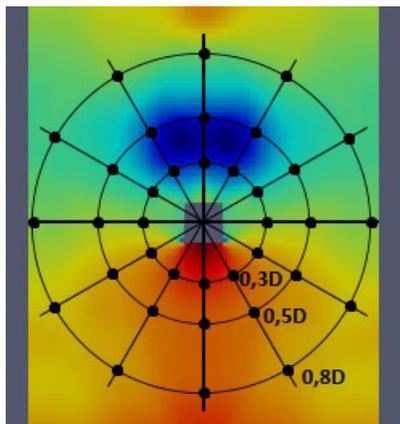


Рис. 4.3. Расположение точек исследования

Таблица 4.1. Общий уровень звукового давления

Азимут	Расстояние до центра объекта		
	0.3D	0.5D	0.8D
180	119.810	127.925	130.127
150	129.896	130.693	131.446
120	130.557	130.000	131.741
90	130.915	130.624	130.416
60	131.690	130.859	130.219
30	132.451	131.741	131.228
0	132.568	132.230	131.803
330	131.738	132.494	132.449
300	130.800	132.527	132.391
270	130.147	131.254	131.221
240	130.191	130.687	130.777
210	129.463	129.530	130.805

4.2. Моделирование обтекания каскада из двух квадратных блоков

Также был выполнен анализ тех же параметров, для каскада из двух объектов размером $0,2D \times 0,2D$, находящихся на расстоянии $0,3D$ друг от друга.

На рисунке 4.5 приведены отдельные моменты визуализации процесса.

На начальном этапе две области пониженного давления симметричны относительно продольной оси пары объектов, периодически объединяются в одну. Однако за вторым объектом область гораздо меньше в силу того, что он находится в области действия так называемого «кармана» за первым объектом, следовательно, испытывает меньшие нагрузки со стороны среды.

Спустя время, как и в случае с одним объектом, наблюдались вихревые дорожки Кармана (подробнее показаны на рисунке 4.6).

Для расчёта акустического поля целесообразно использовать не окружность, а вытянутую фигуру, чтобы захватить оба объекта. Например, можно использовать эллипс,

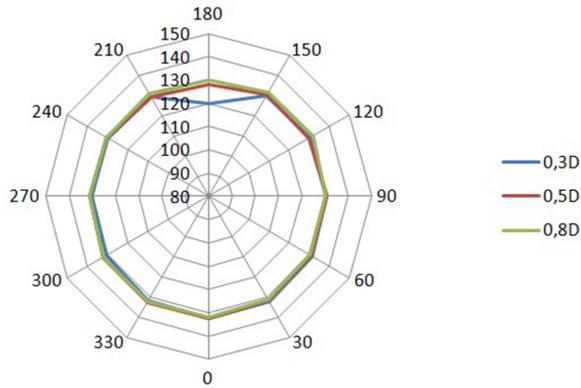


Рис. 4.4. Азимутальная диаграмма направленности общего уровня звукового давления

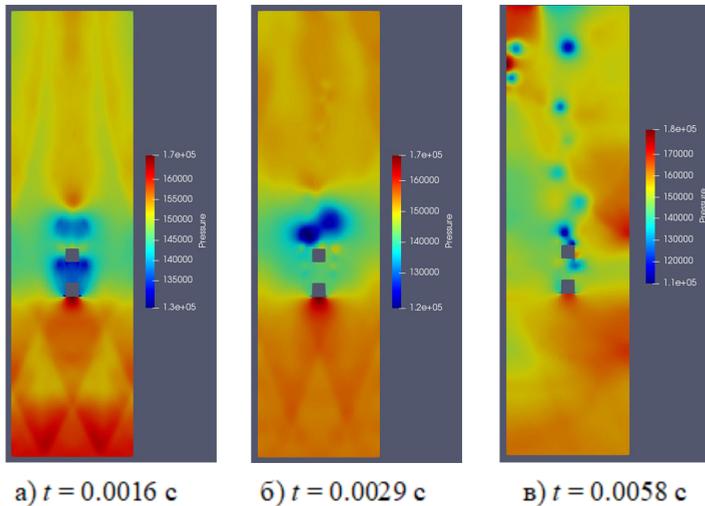


Рис. 4.5. Поле распределения давления

фокусами которого являются центры объектов. Количество точек исследования было увеличено до 16.

На рисунке 4.8 представлена полученная для каскада кубов диаграмма направленности общего уровня шума (OASPL).

Как можно судить по диаграмме, минимальный уровень звуковых колебаний наблюдается сразу за вторым объектом, а также ближе к центру пространства между объектами, что обосновано наличием там областей низкого давления на протяжении всего времени. Заметим, что диаграмма не совсем симметрична: связано это с тем, что образование вихревых дорожек происходит преимущественно на правой стороне из-за чего в одних и тех же областях наблюдается как высокое, так и низкое давление, что в свою очередь делает картину менее информативной на больших промежутках времени, сглаживая средние значения. С левой же стороны ситуация более стабильна, а потому об уровне шума можно судить даже по расчётам приведённым выше.

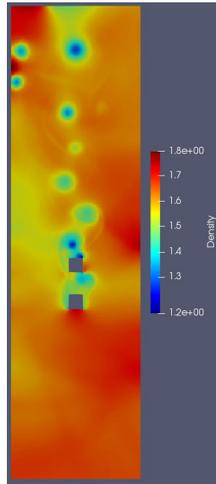


Рис. 4.6. Поле распределения плотности

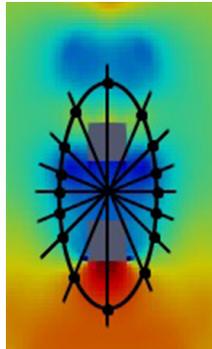


Рис. 4.7. Расположение точек исследования

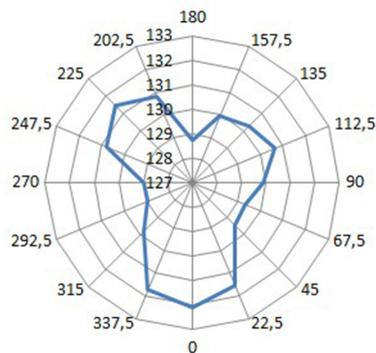


Рис. 4.8. Диаграмма направленности общего уровня шума

Отдельный интерес представляет сравнение графиков изменения давления за каждым из объектов, которое представлено на рисунке 4.9.

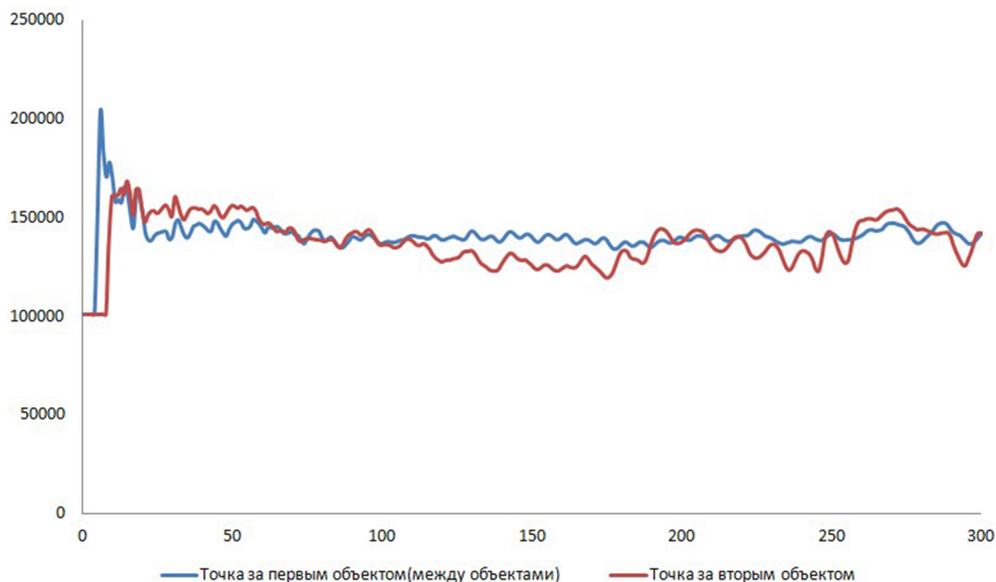


Рис. 4.9. Графики колебания давления

По этим графикам можно видеть, как в самом начале временного отрезка ударная волна гасится первым кубом и оказывает на второй меньшее давление. Далее видно, как до момента ($t = 0,0003$ с) давление в обеих точках постепенно падает с незначительными колебаниями. После того, как происходит смещение области пониженного давления и образуются вихревые потоки, колебания давления за вторым блоком становятся сильнее, что обусловлено срывами с этого блока сильных вихрей. Говоря об этих процессах в терминах акустики, ударная волна повлечёт за собой повышение уровня шума до пика, далее он будет спадать в обеих областях. После появления завихрений колебания снова начнут вызывать повышение уровня шума, но на данном отрезке времени между блоками это будет заметно меньше, так как там сохраняется область низкого давления. Тем не менее, уровень шума незначительно повысится и в этой области, что и показывает увеличение колебаний в конце временного отрезка.

Расчёт общего уровня звуковых колебаний для точки между объектами дал значение 128,6 дБ – такая незначительная разница со значением для точки за вторым объектом (128,7 дБ), несмотря на меньшие колебания, обусловлен большим пиком в начале.

4.3. Моделирование обтекания ступеньки

Моделирование обтекания прямой ступеньки является одной из наиболее популярных модельных задач вычислительной газовой динамики. В том или ином виде эта базовая задача встречается во многих реальных проектах.

Высота подъёма ступеньки, которая была выбрана для модели, равна $0,5D$. Подъём находится на расстоянии $2,4D$ от границы, через которую втекает газ. Обтекание подобных тел вызывает колебания давления и звуковые волны, как в ближнем, так и в дальнем поле, но в данной работе акцент сделан именно на моделирование ближнего поля.

На рисунке 4.10 представлены этапы развития течения.

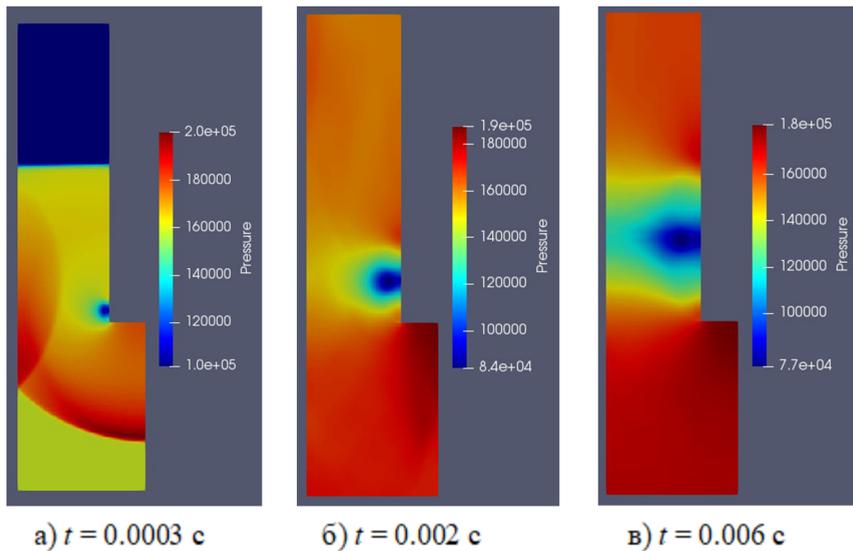


Рис. 4.10. Распределение поля давления

Точки исследования были установлены, как показано на рисунке 4.11. Это расположение обусловлено желанием рассчитать общий уровень шума в непосредственной близости к ступеньке.

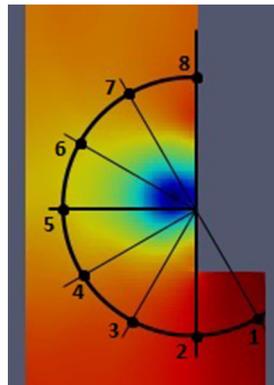


Рис. 4.11. Расположение точек исследования

На рисунке 4.12 представлен график зависимости общего уровня звукового давления от положения точки.

Ударная волна, пришедшая на ступеньку, вызвала колебания давления, что привело к большому уровню звукового давления. Низкий уровень шума в точке 8 объясняется тем, что возникшая на подъёме ступеньки область низкого давления постепенно увеличивалась и медленно двигалась в направлении потока. Также при контакте потока со ступенькой происходит отрыв, из-за которого основная часть потока проходит над поверхностью ступеньки, не касаясь её и не вызывая колебаний давления.

Продемонстрировать разницу уровней звукового давления до ступеньки, на подъёме и после него позволит расчёт акустического поля на поверхности правой стенки, а

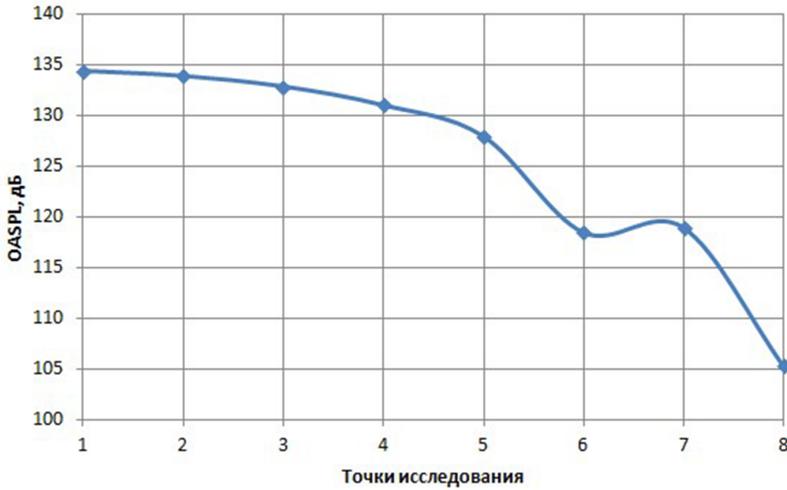


Рис. 4.12. График зависимости общего уровня звукового давления от положения точки

также на подъёме ступеньки. Схема расположения точек показана на рисунке 4.13.

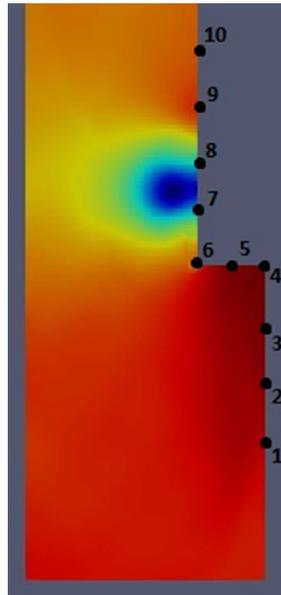


Рис. 4.13. Расположение точек исследования

В результате был получен график зависимости общего уровня звукового давления от расположения точки (рисунок 4.14), а также графики колебания давления в точках 1, 4, 6, 7 и 10 (рисунок 4.15).

Видно, что общий уровень звукового давления согласуется с графиком, полученным для ближнего поля около ступеньки, то есть он снижается по направлению потока после подъёма. Довольно резкое возрастание уровня шума в точке 10 показывает, что за

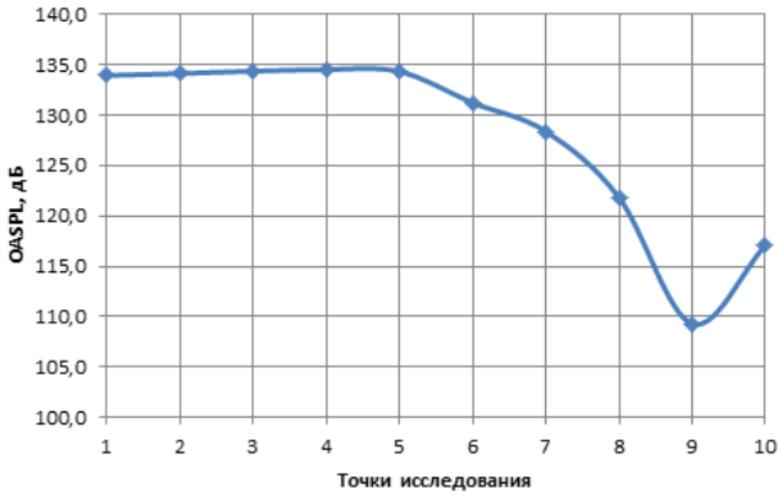


Рис. 4.14. График зависимости общего уровня звукового давления от положения точки

моделируемый отрезок времени в данной точке область высокого давления сменилась зоной низкого давления, в то время как точки 7, 8, 9 находились в более стабильной части, где давление в основном понижалось.

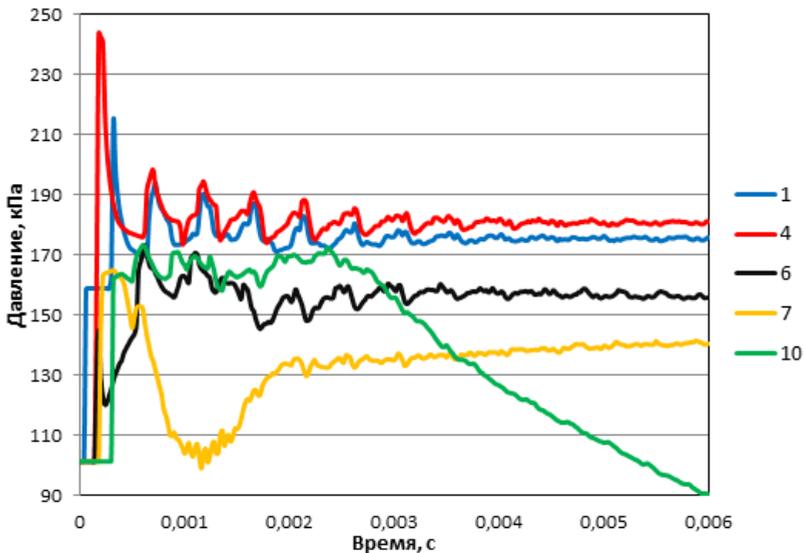


Рис. 4.15. Графики колебания давления

На рисунке 4.15 можно увидеть некоторые закономерности поведения давления в разных областях ступеньки. Области до подъёма ступеньки и после него характеризуются своего рода семействами графиков: можно увидеть, насколько похожи графики разных краёв одной зоны (1 и 4 и 7 и 10). Разница графиков заключается в следующем:

– до подъёма: в общем уровне и пиковом значении давления, форма колебаний же практически одинакова. Чем ближе точка к подъёму, тем выше в ней уровень давления. Это и объясняет постепенный пологий подъём общего уровня звуковых колебаний на рисунке 4.14;

– после подъёма: в размере так называемого «провала». Влияние на график в данной области оказывает расширяющаяся идвигающаяся область низкого давления. Чем дальше точка от края ступеньки, тем шире будет «провал». Точка 6 находится на выступе подъёма, именно там зарождается область низкого давления – это объясняет небольшой подъём и резкий «провал» графика в этой точке. Далее давление здесь возрастает и довольно сильно колеблется, что становится причиной высокого уровня акустического излучения. До точки 7 область низкого давления доходит спустя время и задерживается дольше, вызывая похожие эффекты. Точка 10 характеризуется начальным колебанием давления, но спустя время давление там лишь снижается, и этот процесс продолжается до завершения моделирования.

4.4. Моделирование обтекания каверны

Нестационарное пульсирующее течение, возникающее при обтекании плоской каверны параллельным ей набегающим потоком интересно как с точки зрения аэродинамических нагрузок, так и сильного звукового излучения. Несмотря на простую геометрию области, в ней имеет место довольно сложное течение, включающее турбулентные слои, возвратно-циркуляционную зону, вихреобразование [13].

Размеры моделируемой каверны составляют $0,5D \times 1D$, её левый край находится на расстоянии $2,4D$ от границы, через которую втекает газ.

На рисунке 4.16 представлен фрагмент визуализации модели. На данном фрагменте поток движется слева направо. Внутри каверны можно наблюдать систему волн давления.

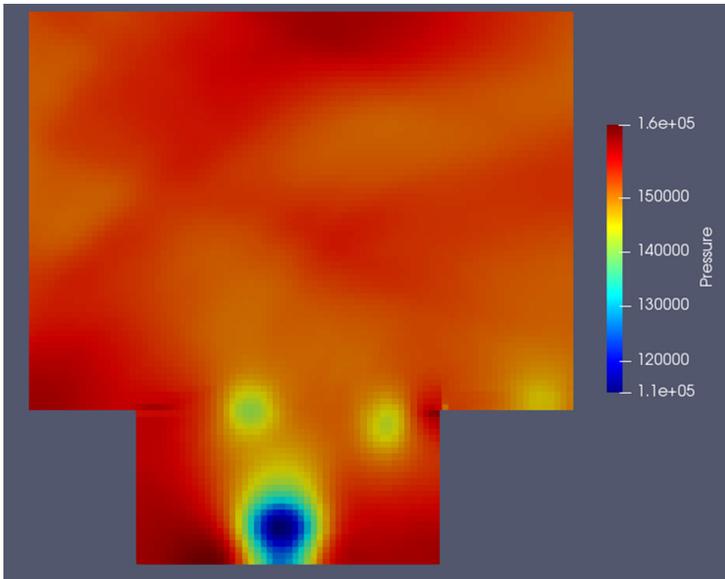


Рис. 4.16. Поле распределения давления

Как и в случае со ступенькой, для каверны проведены расчёты в ближнем поле

над ней и на поверхности: до передней стенке, на ней, на дне, на задней стенке и после неё. Расположения точек исследования в обоих случаях показаны на рисунке 4.17. Зона пониженного давления, находящаяся в глубине каверны, остаётся там на протяжении всего времени моделирования, вращаясь по часовой стрелке, что иллюстрирует создаваемые в каверне циркуляционные потоки.

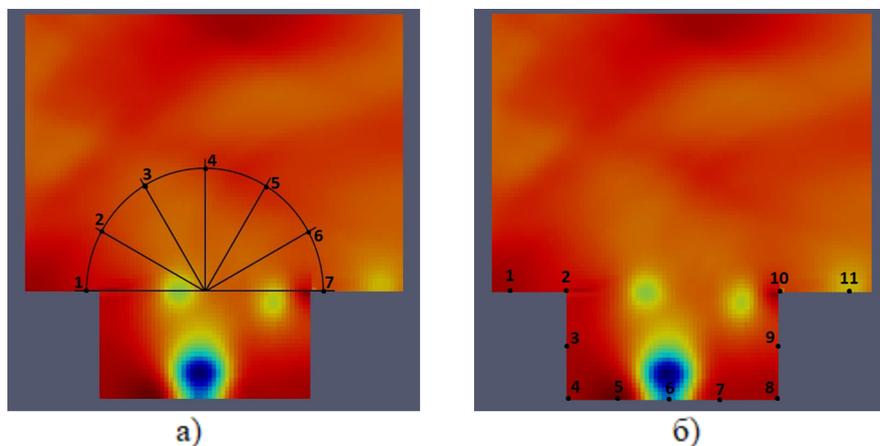


Рис. 4.17. Расположение точек исследования

На полученном графике (рисунок 4.18) для точек над каверной видно, что общий уровень звукового давления в различных точках ближнего поля отличается не более чем на 0,7 дБ, что является пренебрежимо малой величиной по сравнению с абсолютными значениями. Следовательно, можно считать, в данной области акустическое поле однородно.

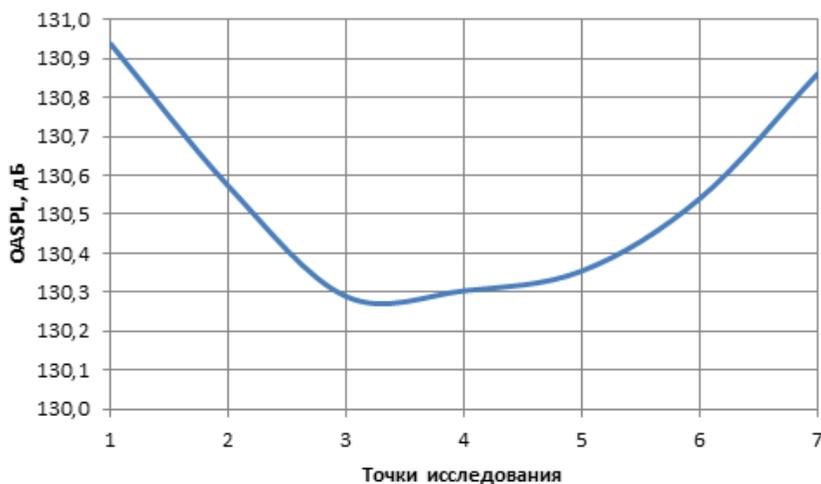


Рис. 4.18. График зависимости общего уровня звукового давления от положения точки

На рисунке 4.19, который показывает зависимость общего уровня звукового давле-

ния от положения точек на поверхности каверны, видно, как уровень звукового давления слегка поднимается, подходя к кромкам каверны. В промежутке между точками 2 и 10 можно наблюдать влияние на общий уровень звукового давления нелинейных эффектов, являющихся следствием раздваивающегося потока и циркуляционного движения внутри каверны. Самый высокий показатель звукового давления приходится на точку 8, так как именно в углу между правой стенкой и дном образуется зона повышенного давления из-за части потока идущей внутрь каверны.

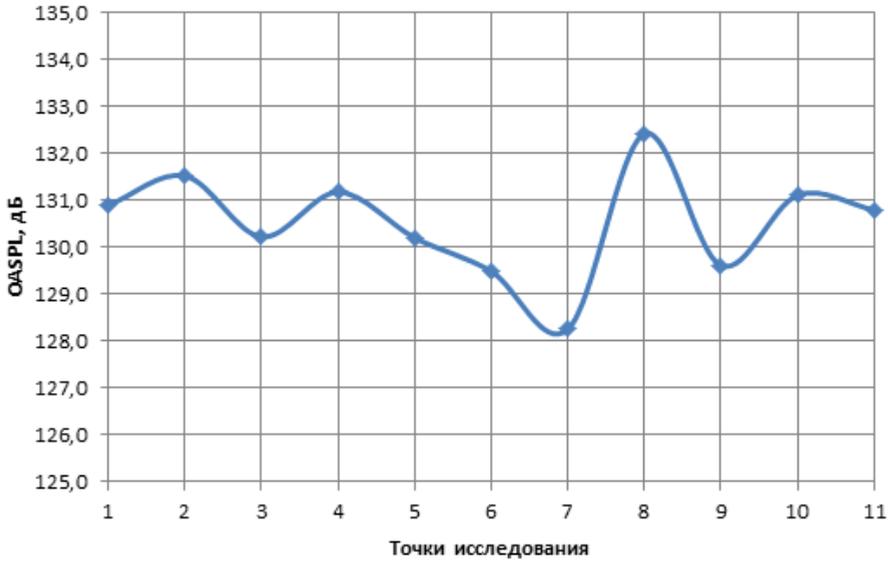


Рис. 4.19. График зависимости общего уровня звукового давления от положения точки

5. Заключение

Был разработан вычислительный алгоритм повышенного порядка точности для исследования акустических полей в двумерной постановке. Использовались схемы типа WENO для реконструкции газодинамических параметров с численными потоками HLLC. Преимуществом созданной программы является возможность простого изменения параметров течения газа, параметров среды, размера и положения обтекаемых объектов. Было проведено моделирование процесса обтекания и расчёт акустического поля для ряда модельных задач: квадратного блока, каскада из двух квадратных блоков, ступеньки и каверны. Для каждого объекта был выполнен анализ акустического поля на основе расчёта общего уровня звукового давления (OASPL).

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-41-130001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козелков А. С., Курулин В. В., Лашкин С. В., Шагалиев Р. М., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного

- моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 8. С. 1524–1535.
2. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука. 1980. 424 с.
 3. Тишкин В. Ф., Никишин В. В., Попов И. В., Фаворский А. П. Разностные схемы трехмерной газовой динамики для задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера–Мешкова // Математическое моделирование. 1995. Т. 7, № 5. С. 15–25.
 4. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // Journal of computational physics. 1996. Vol. 126, No. 1. pp. 202–228.
 5. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2009. 724 p.
 6. Жалнин Р. В., Змитренко Н. В., Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Численное моделирование развития неустойчивости Рихтмайера–Мешкова с использованием схем высокого порядка точности // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 10. С. 61–66
 7. Shu C.-W. Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws // ICASE Report 97-65. 1997. 84 p.
 8. Бобков В. Г. Численное моделирование обтекания винта вертолета и определение аэроакустических характеристик. Дисс. ... канд. физ.-матем. наук, Москва, 2018, 176 с.
 9. Wijkер J. J. Spacecraft Structures. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2008. 504 p.
 10. Гарбарук А. В., Спаларт Ф. Р., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Расчет аэродинамики и шума при обтекании тандема цилиндров // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 6. С. 119–136.
 11. Kato C., Iida A., Tanako Y., Fujita H., Ikegawa M. Numerical prediction of aerodynamic noise radiated from low Mach number turbulent wake // AIAA Paper 93-145
 12. Seo J. H., Chang K. W., Moon Y. J. Aerodynamic noise prediction for long-span-bodies // AIAA Paper 2006-2573.
 13. Савельев А. Д. Численное моделирование акустического излучения двумерной каверны в дозвуковом потоке // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. 45, № 1. С. 57–74.

Поступила 12.07.2020

MSC2020 76N15

Modeling of acoustic fields during gas flow around bodies

© A. R. Bagapov¹, R. V. Zhalnin²

Abstract. The article describes the modeling of the acoustic field based on the analysis of pressure fluctuations. For this a model based on the laws of mass, energy and momentum is implemented in a two-dimensional setting. For the calculations, the HLLC scheme for solving the Riemann problem and the WENO scheme for reconstructing the gas-dynamic parameters on the faces between the cells are used. To simulate the acoustic field, a time-averaged characteristic was chosen - the overall sound pressure level (OASPL). The paper considers the acoustic field obtained when a gas flows around a single square body, a cascade of square bodies, a step and a cavity, an interpretation of the ongoing processes is given. The result of the study is the visualization and description of the phenomena that arise when a gas flow around bodies, as well as the study of the effect of removing the observation point on acoustic effects within the simulated area.

Key Words: gas dynamics, HLLC, WENO, acoustic field, acoustic noise, OASPL

REFERENCES

1. A. S. Kozelkov, V. V. Kurulin, S. V. Lashkin, R. M. Shagaliev, A. V. Yalozo, “Investigation of supercomputer capabilities for the scalable numerical simulation of computational fluid dynamics problems in industrial applications”, *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, **56**:8 (2016), 1524–1535; *Comput. Math. Math. Phys.*, **56**:8 (2016), 1506–1516.
2. A. A. Samarskiy, Yu. P. Popov, [*Raznostnye metody resheniya zadach gazovoy dinamiki*], Nauka, M., 1980, 424 c.
3. V. F. Tishkin, V. V. Nikishin, I. V. Popov, A. P. Favorskiy, “[Raznostnye skhemy trekhmernoy gazovoy dinamiki dlya zadachi o razvitii neustoychivosti Rikhtmaera-Meshkova]”, *Matematicheskoe modelirovanie*, **7**:5 (1995), 15–25.
4. G.-S. Jiang, C.-W. Shu, “Efficient implementation of weighted ENO schemes”, *Journal of computational physics*, **126**:1 (1996), 202–228.
5. E. F. Toro, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Heidelberg, 2009, 724 c.
6. R. V. Zhalnin, N. V. Zmitrenko, M. E. Ladonkina, V. F. Tishkin, “[Numerical simulation of Richtmyer–Meshkov instability development using the difference schemes of high order of accuracy]”, *Matematicheskoe modelirovanie*, **19**:10 (2007), 61–66.
7. C.-W. Shu, “Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws”, *ICASE Report 97-65*, 1997, 84 c.

¹Arif R. Bagapov, master’s student at the Faculty of Mathematics and Information Technologies, National Research Mordovia State University, (68/1 Bolshevistskaya Str., Saransk 430005, Republic of Mordovia, Russia), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7975-6019>, bagapov99@mail.ru

²Ruslan V. Zhalnin, head of the Department of Applied Mathematics, Differential Equations and Theoretical Mechanics, National Research Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya Str., Saransk 430005, Republic of Mordovia, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1103-3321>, zhrv@mrsu.ru

8. В. Г. Бобков, [*Numerical simulation of a helicopter propeller flow and determination of aeroacoustic characteristics*], дисс. . . . канд. физ.-матем. наук, Москва, 2018, 176 с.
9. J. J. Wijker, *Spacecraft Structures*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Heidelberg, 2008, 504 с.
10. A. V. Garbaruk, F. R. Spalart, M. Kh. Strelets, M. L. Shur, “Raschet aerodinamiki i shuma pri obtekanii tandema tsilindrov”, *Matematicheskoe modelirovanie*, **26**:6 (2014), 119–136.
11. C. Kato, A. Iida, Y. Tanako, Y. Fujita, M. Ikegawa, “Numerical prediction of aerodynamic noise radiated from low Mach number turbulent wake”, *AIAA Paper*, 93–145.
12. J. H. Seo, K. W. Chang, Y. J. Moon, “Aerodynamic noise prediction for long-span-bodies”, *AIAA Paper*, 2006–2573.
13. A. D. Savel’ev, “[Numerical modeling of acoustic noise of a two-dimensional cavity in a subsonic flow]”, *Uchenye zapiski TsAGI*, **45**:1 (2014), 57–74.

Submitted 12.07.2020