# Математика

УДК 531-36

# Об устойчивости и стабилизации нелинейного уравнения второго порядка

© **А. С. Андреев [1], Л. С. Тахтенкова [2]**

**Аннотация.** Излагаются результаты решения задачи о достаточных условиях асимптотической устойчивости положения равновесия обыкновенного дифференциального и стохастического дифференциального уравнений специального вида. Полученные теоремы применяются для решения задачи о стабилизации плоского вращательного движения спутника на эллиптической орбите, в том числе при воздействии случайных сил и (или) при случайном изменении параметров. Доказана теорема о достаточных условиях асимптотической устойчивости на основе функции Ляпунова, имеющей знакопостоянную производную в силу обыкновенного дифференциального уравнения и соответствующий оператор в силу стохастического дифференциального уравнения. Новизна результатов состоит в получении новых условий устойчивости робастного характера. В частности, найдено решение задачи о стабилизации движения спутника, при котором он совершает в абсолютном пространстве три оборота за время, равное двум периодам обращения центра масс по орбите.

**Ключевые слова:** функция Ляпунова, асимптотическая устойчивость, положение равновесия, стабилизация, спутник, случайные возмущения.

## 1. Введение

Модельным уравнением второго порядка многих механических систем физических, биологических и других процессов является нелинейное уравнение второго порядка. Исследованию устойчивости и стабилизации положения равновесия системы, описываемой таким уравнением без учета стохастических возмущений, посвящены многие работы [1], [2 – 6]. Анализ соответствующих результатов можно найти в статьях [7, 8]. Гораздо в меньшей степени изучена устойчивость нелинейного стохастического дифференциального уравнения второго порядка [9]. Основные результаты здесь получены для линейного случая. Целью настоящей работы является вывод новой формы достаточных условий устойчивости и стабилизируемости положения равновесия системы, описываемой обыкновенным дифференциальным и стохастическим дифференциальным уравнениями второго порядка, с применением к задаче о стабилизации плоского вращательного движения спутника на эллиптической орбите.

[1] декан факультета математики, информационных и авиационных технологий, профессор, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой информационной безопасности и теории управления, Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск; andreevas@sv.ulsu.ru

[2] Аспирант кафедры информационной безопасности и теории управления, Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск; lubov.s.alex@yandex.ru

## 2. Постановка задачи поиска условий асимптотической устойчивости

Исследование устойчивости и стабилизации движения целого ряда механических систем сводится к исследованию уравнения второго порядка:

$$\ddot{x} + k(t, x, \dot{x})\dot{x} + f(t, x, \dot{x}) \sin x = 0, \tag{2.1}$$

где функции $k(t, x, \dot{x}) \in \mathbb{C}(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}), f(t, x, \dot{x}) \in \mathbb{C}(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ и в некоторой области $\mathbb{R}^+ \times \{|x| < H_0, |\dot{x}| < H_0, 0 < H_0 \leq +\infty\}$ удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} &0 < k_{min} \leq k(t, x, \dot{x}) \leq k_{max}, \\ &0 < f_{min} \leq f(t, x, \dot{x}) \leq f_{max}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Задача об устойчивости нулевого решения $\dot{x} = x = 0$ этого уравнения может быть решена на основе следующей теоремы.

**Теорема 2.1.** *Предположим, существует такая постоянная $\mu$, что выполнены условия*

$$\begin{gathered} 0 < \mu \leq k_{min}, \\ \sqrt{\frac{f_{max}}{\alpha}} - \sqrt{f_{min}} \leq 2\sqrt{\mu(k_{min} - \mu)}, \\ \sqrt{\mu(\frac{k_{max}}{\alpha} - \mu)} - \sqrt{\mu(k_{min} - \mu)} \leq 2\sqrt{f_{min}}, \quad 0 < \alpha \leq 1. \end{gathered} \tag{2.3}$$

*Тогда положение равновесия $\dot{x} = x = 0$ системы (2.1) равномерно асимптотически устойчиво.*

Доказательство. Возьмем функцию Ляпунова в виде:

$$V = \frac{1}{2}(\dot{x} + \mu \sin x)^2 + \frac{1}{2} g \sin^2 x,$$

где $\mu > 0, g > 0$ – некоторые постоянные.

Очевидно, что $V$ определенно положительна по $\dot{x}$ и $x$.

Производная функции $V$ имеет вид

$$\dot{V} = (\dot{x} + \mu \sin x)(\mu \dot{x} \cos x - k(t, x, \dot{x})\dot{x} - f(t, x, \dot{x}) \sin x) + g\dot{x} \sin x \cos x = (\mu \cos x - k(t, x, \dot{x}))\dot{x}^2 +$$
$$+ (\mu(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})) - f(t, x, \dot{x}) + g \cos x)\dot{x} \sin x - \mu f(t, x, \dot{x}) \sin^2 x.$$

Находим, что $\dot{V} \leq 0$, если выполнены следующие условия:

$$\begin{gathered} \mu \cos x - k(t, x, \dot{x}) \leq 0, \\ \mu f(t, x, \dot{x}) \geq 0, \\ (\mu(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})) - f(t, x, \dot{x}) + g \cos x)^2 \leq -4\mu f(t, x, \dot{x})(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})). \end{gathered} \tag{2.4}$$

Можно показать, что эти соотношения выполняются вне зависимости от $(t, x, \dot{x})$, если для некоторой постоянной $0 < \alpha \leq 1$ выполняются условия (2.3).

При этом получаем, что, в соответствии с неравенствами (2.4), множество $\{\dot{V} = 0\} = \{\dot{x} = 0\}$.Уравнения, предельные к (2.1) [10], имеют аналогичный вид. Несложно определить, что для таких уравнений множество $\{\dot{x} = 0\}$ содержит решения $\dot{x} = x = 0$. Соответственно, согласно теореме из [10, 11] при условиях (2.3) положение равновесия $\dot{x} = x = 0$ системы (2.1) равномерно асимптотически устойчиво. □

**З а м е ч а н и е 2.1.** *Если условия (2.2) и (2.3) выполняются при $H_0 = \infty$, тогда $\dot{x} = x = 0$ равномерно асимптотически устойчиво глобально.*

Рассмотрим уравнение при случайных возмущениях:

$$\ddot{x} + k(t, x, \dot{x})\dot{x} + f(t, x, \dot{x}) \sin x = \sigma(t)\dot{\xi(t)} \sin x, \tag{2.5}$$

где $\xi(t)$ – стандартный винеровский процесс, $\sigma(t) \in \mathbb{C}(\mathbb{R}^+)$, $\sigma(t) \leq \sigma^2_{max}$, $k(t, x, \dot{x})$, $f(t, x, \dot{x})$ определены выше.

Исследуется задача поиска условий асимптотической устойчивости по вероятности положения равновесия $\dot{x} = x = 0$ системы (2.5).

**Т е о р е м а 2.2.** *Предположим, что существует такая постоянная $\mu$, что выполнены следующие условия:*

$$\frac{1}{2f_{min}}\sigma^2_{max} \leq \mu \leq k_{min},$$

$$\sqrt{\frac{f_{max}}{\alpha} - \frac{\sigma^2_{min}}{2\mu}} - \sqrt{f_{min} - \frac{\sigma^2_{max}}{2\mu\alpha}} \leq 2\sqrt{\mu(k_{min} - \mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_{max}}{\alpha} - \mu)} - \sqrt{\mu(k_{min} - \mu)} \leq 2\sqrt{f_{min} - \frac{\sigma^2_{max}}{2\mu\alpha}}, \quad 0 < \alpha \leq 1. \tag{2.6}$$

*Тогда положение равновесия $\dot{x} = x = 0$ системы (2.5) асимптотически устойчиво по вероятности.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Возьмем аналогичную определенно положительную функцию Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2}(\dot{x} + \mu \sin x)^2 + \frac{1}{2} g \sin^2 x.$$

Вычислим оператор $LV$ [12]:

$$LV = (\dot{x} + \mu \sin x)(\mu\dot{x} \cos x - k(t, x, \dot{x})\dot{x} - f(t, x, \dot{x}) \sin x) + g\dot{x} \sin x \cos x + \frac{1}{2}\sigma^2(t) \sin^2 x =$$

$$= (\mu \cos x - k(t, x, \dot{x}))\dot{x}^2 + (\mu(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})) - f(t, x, \dot{x}) + g \cos x)\dot{x} \sin x + (\frac{1}{2}\sigma^2(t) -$$

$$- \mu f(t, x, \dot{x})) \sin^2 x.$$

Согласно [9] условие $LV \leq 0$ является условием устойчивости, которое по теореме Сильвестра [13] записывается в виде:

$$\mu \cos x - k(t, x, \dot{x}) \leq 0,$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2(t) - \mu f(t, x, \dot{x}) \leq 0,$$

$$(\mu(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})) - f(t, x, \dot{x}) + g \cos x)^2 \leq 4(\frac{1}{2}\sigma^2(t) - \mu f(t, x, \dot{x}))(\mu \cos x - k(t, x, \dot{x})).$$

Анализ этих неравенств вне зависимости от $(t, x, \dot{x})$ приводит к утверждению, что эти условия выполнены, если имеют место соотношения (2.6). По аналогии с предыдущей теоремой можно заключить, что этого также достаточно для асимптотической устойчивости по вероятности. □

## 3. Плоское вращательное движение спутника на эллиптической орбите

Плоское вращательное движение спутника на эллиптической орбите описывается следующим уравнением [14]:

$$\ddot{\Theta} - \frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\dot{\Theta} + \frac{3(A-C)}{B(1+e\cos\nu)}\sin\Theta\cos\Theta = \frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu} + U, \tag{3.1}$$

где $\nu$ – истинная аномалия, $e$ – эксцентриситет, $A, B, C$ – главные центральные моменты инерции спутника, $U$ – управление, $\dot{\Theta} = \frac{\partial\Theta}{\partial\nu}$, $\ddot{\Theta} = \frac{\partial^2\Theta}{\partial\nu^2}$.

Положим, что управление

$$U_1 = \ddot{\Theta}_0 - -\frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\dot{\Theta}_0 + \frac{3(A-C)}{2B(1+e\cos\nu)}\sin 2\Theta_0 - \frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu}$$

обеспечивает заданное вращательное движение по закону $\Theta = \Theta_0(\nu)$.

Уравнение возмущенного движения записывается в виде:

$$\ddot{x} - \frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\dot{x} + \frac{3(A-C)}{B(1+e\cos\nu)}\cos(2\Theta_0+x)\sin x = U_2, \quad U_2 = U - U_1. \tag{3.2}$$

Решим задачу синтеза управления $U_2$

$$U_2 = -k_1\dot{x} - k_2\sin x, \tag{3.3}$$

где $k_1, k_2$ – некоторые постоянные, при котором невозмущенное движение $\dot{x} = x = 0$ уравнения

$$\ddot{x} + (k_1 - \frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu})\dot{x} + (k_2 + \frac{3(A-C)}{B(1+e\cos\nu)})\cos(2\Theta_0+x)\sin x = 0 \tag{3.4}$$

асимптотически устойчиво.

Имеет место следующая теорема.

**Т е о р е м а 3.1.** *Предположим, что коэффициенты усиления $k_1$ и $k_2$ подобраны так, что:*

$$0 < \mu \le k_1 - \frac{2e}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\sqrt{\frac{k_2}{\alpha} + \frac{3(A-C)}{B(1-e)\alpha}} - \sqrt{k_2 - \frac{3(A-C)}{B(1-e)}} \le 2\sqrt{\mu(k_1 - \frac{2e}{\sqrt{1-e^2}} - \mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha} + \frac{2e}{\alpha\sqrt{1-e^2}} - \mu)} - \sqrt{\mu(k_1 - \frac{2e}{\sqrt{1-e^2}} - \mu)} \le 2\sqrt{k_2 - \frac{3(A-C)}{B(1-e)}}, \quad A > C;$$

$$\sqrt{\frac{k_2}{\alpha} - \frac{3(A-C)}{B(1-e)\alpha}} - \sqrt{k_2 + \frac{3(A-C)}{B(1-e)}} \le 2\sqrt{\mu(k_1 - \frac{2e}{\sqrt{1-e^2}} - \mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha} + \frac{2e}{\alpha\sqrt{1-e^2}} - \mu)} - \sqrt{\mu(k_1 - \frac{2e}{\sqrt{1-e^2}} - \mu)} \le 2\sqrt{k_2 + \frac{3(A-C)}{B(1-e)}}, \quad A < C,$$

*где* $0 < \alpha \le 1$.

*Тогда управление* (3.3) *решает задачу о стабилизации заданного вращательного движения.*

Доказательство опирается на приведенную выше теорему 2.1.

С помощью системы MATLAB выполнено численное решение системы (3.4). При этом проводилась проверка соответствия выбранных коэффициентов $k_1$ и $k_2$ условиям теоремы (3.1.). Значения параметров $e = 0.2\,, \frac{A-C}{B} = 0.6\,, \Theta_0 = \pi\,.$

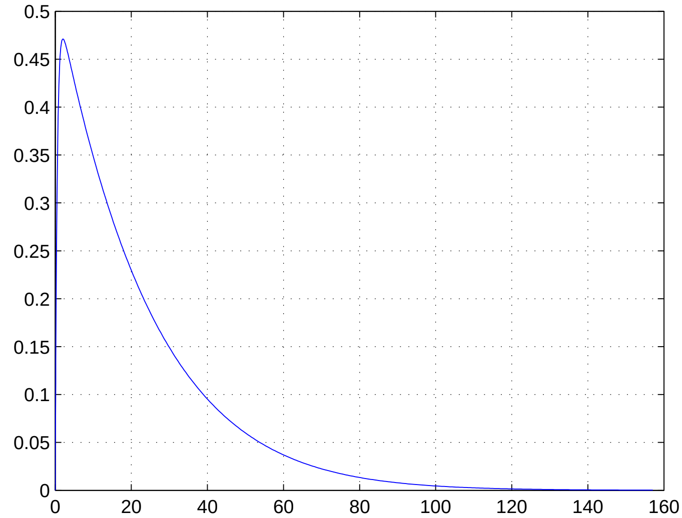


Рисунок **3.1**
$k_1 = 2, k_2 = 3$

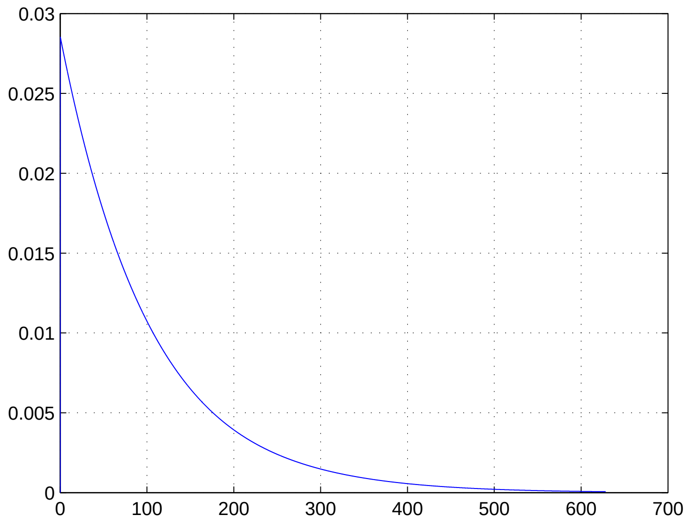


Рисунок **3.2**
$k_1 = 35, k_2 = 18$

Рассмотрим уравнение возмущенного плоского вращательного движения спутника на эллиптической орбите при случайных возмущениях:

$$\ddot{x} + (k_1 - \frac{2e\sin\nu}{1 + e\cos\nu})\dot{x} + (k_2 + \frac{3(A-C)}{B(1+e\cos\nu)}\cos(2\Theta_0 + x))\sin x = \sigma(\nu)\dot{\xi(\nu)}\sin x. \qquad (3.5)$$

Определим изменения условий для коэффициентов $k_1$ и $k_2$ для решения поставленной выше задачи синтеза управления, но с учетом случайных возмущений, описанных в правой части уравнения (3.5).

Имеет место следующая теорема.

**Теорема 3.2.** *Предположим, что коэффициенты усиления $k_1$ и $k_2$ подобраны так, что:*

$$\frac{\sigma_{max}^2}{2(k_2-\frac{3(A-C)}{B(1-e)})}\le\mu\le k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\sqrt{(\frac{k_2}{\alpha}+\frac{3(A-C)}{B(1-e)\alpha}-\frac{\sigma_{min}^2}{2\mu}}-\sqrt{(k_2-\frac{3(A-C)}{B(1-e)}-\frac{\sigma_{max}^2}{2\mu\alpha}}\le 2\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha}+\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}\alpha}-\mu)}-\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)}\le 2\sqrt{k_2-\frac{3(A-C)}{B(1-e)}-\frac{\sigma_{max}^2}{2\mu\alpha}},\quad A>C;$$

$$\frac{\sigma_{max}^2}{2(k_2+\frac{3(A-C)}{B(1-e)})}\le\mu\le k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\sqrt{(\frac{k_2}{\alpha}-\frac{3(A-C)}{B(1-e)\alpha}-\frac{\sigma_{min}^2}{2\mu}}-\sqrt{(k_2+\frac{3(A-C)}{B(1-e)}-\frac{\sigma_{max}^2}{2\mu\alpha}}\le 2\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha}+\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}\alpha}-\mu)}-\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)}\le 2\sqrt{k_2+\frac{3(A-C)}{B(1-e)}-\frac{\sigma_{max}^2}{2\mu\alpha}},\quad A<C,$$

*где* $0<\alpha\le 1$.

*Тогда управление $U=U_1+U_2$ решает задачу о стабилизации заданного вращательного движения, и, следовательно, решение $\dot{x}=x=0$ системы (3.5) асимптотически устойчиво по вероятности.*

Доказательство опирается на приведенную выше теорему 2.2.

Как следует из уравнений движения (3.1), при $A-C=2eB$, $U=0$ и $0<e\le\frac{1}{2}$ это уравнение имеет решение [14]

$$\Theta=\Theta_0=\frac{\nu}{2}. \tag{3.6}$$

В соответствии с этим решением спутник вращается в плоскости орбиты, совершая в абсолютном пространстве три оборота за время, равное двум периодам обращения центра масс по орбите. В работах [15, 16] найдено, что движение неустойчиво при всех $e\in(0,\frac{1}{2}]$, кроме $e=e_0=0,054773$, при котором оно устойчиво.

Уравнение возмущенного движения (3.2) в рассматриваемом случае принимает вид:

$$\ddot{x}-\frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\dot{x}+\frac{6e}{(1+e\cos\nu)}\cos(\nu+x)\sin x=U_2 \tag{3.7}$$

Согласно теореме 2.1 движение может быть стабилизировано управлением (3.3). Имеет место следующая теорема.

**Теорема 3.3.** *Предположим, что коэффициенты $k_1$ и $k_2$ подобраны так, что*

$$0<\mu\le k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\sqrt{\frac{k_2}{\alpha}+\frac{6e}{\alpha(1+e)}}-\sqrt{k_2-\frac{6e}{1-e}}\leq 2\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha}+\frac{2e}{\alpha\sqrt{1-e^2}}-\mu)}-\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)}\leq 2\sqrt{k_2-\frac{6e}{1-e}},\quad 0<\alpha\leq 1.$$

*Тогда управление* (3.3) *решает задачу о стабилизации заданного вращательного движения.*

Доказательство опирается на теорему 2.1.

Уравнение возмущенного движения в рассматриваемом случае при случайных возмущениях записывается в виде:

$$\ddot{x}+(k_1-\frac{2e\sin\nu}{1+e\cos\nu})\dot{x}+(k_2+\frac{6e}{(1+e\cos\nu)}\cos(\nu+x))\sin x=\sigma(\nu)\dot{\xi(\nu)}\sin x. \tag{3.8}$$

Действие случайных возмущений может быть устранено выбором коэффициентов $k_1$ и $k_2$, которые удовлетворяют условиям, определенным в следующей теореме.

**Теорема 3.4.** *Предположим, что коэффициенты $k_1$ и $k_2$ подобраны так, что*

$$\frac{\sigma^2_{max}(1-e)}{2(k_2(1-e)-6e)}\leq\mu\leq k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}},$$

$$\sqrt{\frac{k_2}{\alpha}+\frac{6e}{\alpha(1+e)}-\frac{\sigma^2_{min}}{2\mu}}-\sqrt{k_2-\frac{6e}{1-e}-\frac{\sigma^2_{max}}{2\mu\alpha}}\leq 2\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)},$$

$$\sqrt{\mu(\frac{k_1}{\alpha}+\frac{2e}{\alpha\sqrt{1-e^2}}-\mu)}-\sqrt{\mu(k_1-\frac{2e}{\sqrt{1-e^2}}-\mu)}\leq 2\sqrt{k_2-\frac{6e}{1-e}-\frac{\sigma^2_{max}}{2\mu\alpha}},\quad 0<\alpha\leq 1.$$

*Тогда управление $U=U_1+U_2$ решает задачу о стабилизации заданного вращательного движения.*

Доказательство опирается на теорему 2.2.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 15-01-08482.

*Дата поступления 01.11.2016*

## Список литературы

1. Д. Р. Меркин, *Введение в теорию устойчивости движения*, Наука, М., 1987, 304 с.

2. A. Andreev, O. Yurjeva, "On stability of a mechanical system with one degree of freedom", *Facta Universitatis, Series Mechanics, Automatic, Control and Robotics*, **2**:7/2. Special issue (1997), 409-420.

3. R. J. Ballieu, K. Peiffer, "Attractivity of the Origin for the Equation $\ddot{x}+k(t,x,\dot{x})||\dot{x}||^\alpha\dot{x}+g(x)=0$", *J. of Mat. Anal. And Appl.*, **65** (1978), 321-332.

4. L. Hatvani, T. Krisztin, V. Totik, "A necessary and sufficient condition for the asymptotic stability of the damped oscillator", *J. Different. Equat.*, **119**:1 (1995), 209-223.

5. L. Hatvani, "Integral conditions on the asymptotic stability of the damped linear oscillator with small damping", *Proc. Amer. Math. Soc.*, **124**:2 (1996), 415-422.
6. N. Ianiro, C. Maffei, "On the asymptotic behavior of the solutions of nonlinear equation", *Nonlinear differential equations: invariance,stability and bifurcations.: N-Y.: Acad. Press.*, 1982, 175-182.
7. А. С. Андреев, О. Д. Юрьева, "Об устойчивости механической системы с одной степенью свободы", *Известия РАЕН серия МММИУ.*, **1**:1 (1997), 102-114.
8. Л. Хатвани, "О действии демпфирования на свойства устойчивости равновесий неавтономных систем", *ПММ.*, **65**:4 (2001), 725-732.
9. Р. З. Хасьминский, *Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров*, Наука, М., 1969, 367 с.
10. А. С. Андреев, "Об асимптотической устойчивости и неустойчивости нулевого решения неавтономной системы", *ПММ.*, **48**:2 (1984), 225-232.
11. А. С. Андреев, О. А. Перегудова, "К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости", *ПММ.*, **70**:6 (2006), 965-976.
12. Б. Оксендаль, *Стохастические дифференциальные уравнения.Введение в теорию и приложения*, Мир, АСТ, М., 2003, 408 с.
13. И. Г. Малкин, *Теория устойчивости движения*, Наука, М., 1966, 533 с.
14. В. В. Белецкий, *Движение искуственного спутника относительно центра масс*, Наука, М., 1965, 416 с.
15. А. А. Хентов, "Об устойчивости по первому приближению одного вращения искусственного спутника Земли вокруг центра масс", *Космические исследования*, **6**:5 (1966), 733-795.
16. А. П. Маркеев, "Об одном способе аналитического представления отображений, сохраняющих площадь", *ПММ*, **75**:5 (2014), 611-624.

# On stability and stabilization of the second-order nonlinear equation

© A. S. Andreev[3], L. S. Takhtenkova[4]

**Abstract.** The article presents the solution of the problem about sufficient conditions for asymptotic stability of equilibrium position for special-kind ordinary and stochastic differential equations. Theorems obtained in the paper are applied for solution of the stabilization problem for two-dimensional rotational motion of a satellite on elliptic orbit. This motion may be influenced by random forces; parameters of the motion also may vary stochastically. Authors prove the theorem about the sufficient conditions of asymptotic stability. These conditions are based on Lyapunov function with sign-constant derivative by virtue of the ordinary differential equation and the corresponding operator by virtue of the stochastic differential equation. Novelty of the results is that new robust stability conditions are obtained. In particular the authors solved the problem about stabilization of satellite's motion wherein it makes three turns in absolute space during a time equal to two periods of revolution of the center of mass on the orbit.

**Key Words:** Lyapunov function, asymptotic stability, equilibrium position, stabilization, satellite, stochastic perturbation

[3] Dean of Faculty of Mathematics and Information and Aviation Technology, Prof., D.Sc., Head of Information Security and Control Theory Department, Ulyanovsk State University, Ulyanovsk; andreevas@sv.ulsu.ru

[4] Postgraduate student of Information Security and Control Theory Department, Ulyanovsk State University, Ulyanovsk; lubov.s.alex@yandex.ru