УДК 51-7;62-51

Стабилизация программного движения манипуляционных роботов на основе измерения координат звеньев

© **О. А. Перегудова [1], Д. С. Макаров[2]**

Аннотация. Применение известных стратегий и алгоритмов построения и реализации управления нелинейными механическими системами имеет определенные трудности, связанные с необходимостью установки датчиков полного измерения текущих координат и скоростей, усложняющих конструкцию управляемого объекта. Для большинства практических задач управления современными манипуляционными роботами, состоящими из нескольких звеньев, требование о наличии полной информации о текущих значениях координат и скоростей звеньев является недостижимым. В статье исследуется проблема построения стабилизирующих законов управления движением манипуляционных роботов при отсутствии датчиков скоростей. Предложен подход, основанный на построении нелинейного динамического компенсатора первого порядка, позволяющий построить достаточно простой по своей структуре нелинейный закон управления. Новизна результатов состоит в построении управляющих воздействий, решающих указанные задачи в достаточно общей постановке. С использованием метода векторных функций Ляпунова найдены достаточные условия стабилизации программного движения многозвенного манипулятора.

Ключевые слова: манипуляционный робот, программное движение, стабилизация, нелинейный динамический компенсатор, вектор-функция Ляпунова

1. Введение

Проблема управления движением нелинейных механических систем без измерения скоростей стала активно изучаться с начала 90-х годов прошлого века. В ранних исследованиях [1] – [3] были получены результаты, решающие задачи стабилизации программной позиции и локального отслеживания траектории на основе построения наблюдателя (фильтра) скоростей и применения метода линеаризации обратной связью. Такие законы управления являются весьма сложными по структуре, так как содержат вычисляемые в режиме он-лайн моменты всех сил, действующих на систему, а также слагаемое, представляющее собой произведение матрицы инерции системы на программное ускорение. Точная реализация данных законов возможна лишь на имеющейся полной информации о параметрах системы и действующих силах. В работе [4] решена задача глобального отслеживания траектории механической системы с одной степенью свободы без измерения скоростей на основе применения приближенного дифференцирования и построения управления при помощи метода линеаризации обратной связью. Как отмечалось ранее, недостатком данного метода является сложность структуры построенного управления, большие объемы вычисления в режиме он-лайн и необходимость построения точной динамической модели системы. В работах [5], [6] для решения задач стабилизации программной позиции и программного движения натуральной механической системы без измерения скоростей были построены наблюдатели, имеющие порядок, равный числу степеней свободы системы,

[1] Профессор кафедры информационной безопасности и теории управления, Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск; peregudovaoa@gmail.com

[2] Аспирант кафедры информационной безопасности и теории управления, Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск; prostodenis@mail.ru

не требующие точной информации о динамической модели системы. Но, следует отметить, что результаты, полученные в работах [5], [6], применимы лишь для механических систем без учета диссипативно-ускоряющих сил, кроме того, решение задачи о стабилизации программного движения получено в малом, что сужает область применимости данных результатов. В работе [7] дано решение задачи полуглобального отслеживания траектории механических систем, находящихся под действием лишь потенциальных и ограниченных управляющих сил, что сужает класс рассматриваемых механических систем. В работе [8] решена задача о стабилизации программного движения голономной механической системы общего вида без измерения скоростей. Решение данной задачи получено на основе построения вектор-функции Ляпунова и системы сравнения.

В настоящей работе для задачи о стабилизации программного движения голономной механической системы общего вида без измерения скоростей предложен нелинейный динамический компенсатор более общего вида по сравнению с известными результатами [5]–[8].

2. Постановка задачи

Уравнения движения манипуляционных роботов можно представить в виде

$$A(q)\ddot{q} = C(q,\dot{q})\dot{q} + Q + U, \tag{2.1}$$

где $q = (q_1, q_2, ..., q_n)' \in R^n$ – вектор угловых координат звеньев манипулятора, символ $(\cdot)'$ означает операцию транспонирования, $A(q) \in R^{n\times n}$ – матрица инерции, $C(q,\dot{q}) \in R^{n\times n}$ – матрица центробежных и кориолисовых сил, функция $Q = Q(t,q,\dot{q})$ представляет собой вектор обобщенных неуправляемых сил, U – вектор управляющих сил.

Отметим, что матрица $(\dot{A}(q) - 2C(q,\dot{q}))$ является кососимметричной [9], т.е. для всех $x \in R^n$ имеет место следующее неравенство

$$x'\left(\frac{1}{2}\dot{A}(q(t)) - C(q(t),\dot{q})\right)x = 0. \tag{2.2}$$

Определим множество X программных движений манипуляционного робота (2.1) в виде

$$X = \{q^{(0)}(t) : [t_0, +\infty) \to R^n : \\ \|q^{(0)}(t)\| < g_0, \quad \|\dot{q}^{(0)}(t)\| < g_1, \quad \|\ddot{q}^{(0)}(t)\| < g_2\},$$

где g_i $(i = 0,1,2)$ – некоторые положительные постоянные, $t_0 = const \geq 0$, $\|\cdot\|$ – евклидова векторная норма.

Рассмотрим задачу о стабилизации некоторого заданного программного движения $q^{(0)}(t) \in X$ манипулятора на основе информации, получаемой от датчиков угловых координат звеньев без измерения угловых скоростей.

3. Решение задачи стабилизации

Введем отклонения от программного движения

$$x = q - q^{(0)}(t). \tag{3.1}$$

Будем искать стабилизирующий закон управления в виде

$$U = U^{(0)}(t) + U^{(1)}(t,x,y), \tag{3.2}$$

где $U^{(0)}(t)$ – программное управление, функция $U^{(1)}(t,x,y)$ имеет вид

$$U^{(1)}(t,x,y) = -K_1(t)p(x) - K_2(t)y, U^{(1)}(t,0,0) \equiv 0. \tag{3.3}$$

Здесь матрицы $K_i \in R^{n\times n}$ ($i = 1,2$) являются кусочно непрерывными функциями времени, вектор $y \in R^n$ есть решение следующего дифференциального уравнения

$$\dot{y} = -a\left(y + b\dot{x} + cp(x)\right), \tag{3.4}$$

где a, b и c – некоторые положительные постоянные, $p : R^n \to R^n$ $p(0) = 0$, $||p(x)|| \geq p_0(x)$, $p_0(x) \leq l||x||^m$ ($l = const > 0$, $m = const \geq 1$), $p_0(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Уравнения возмущенного движения имеют вид

$$A^{(1)}(t,x)\ddot{x} = C^{(1)}(t,x,2\dot{q}^{(0)} + \dot{x})\dot{x} + Q^{(1)}(t,x) + Q^{(2)}(t,x,\dot{x}) - K_1(t)p(x) - K_2(t)y, \tag{3.5}$$

где $A^{(1)}(t,x) = A(q^{(0)}(t) + x)$, $C^{(1)}(t,x,y) = C(q^{(0)}(t) + x, y)$, $Q^{(1)}(t,x) = (A^{(0)}(t) - A^{(1)}(t,x))\ddot{q}^{(0)}(t) + (C^{(1)}(t,x,\dot{q}^{(0)}(t)) - C^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) +$
$+ Q(t,q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t)) - Q(t,q^{(0)}(t),\dot{q}^{(0)}(t))$, $Q^{(2)}(t,x,\dot{x}) = Q(t,q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x}) - Q(t,q^{(0)}(t) + x, \dot{q}^{(0)}(t))$.

Предположим, что функции $Q^{(1)}$ и $Q^{(2)}$ имеют следующий вид

$$Q^{(1)}(t,x) = F(t,x)p(x), \quad Q^{(2)}(t,x,\dot{x}) = D(t,x,\dot{x})\dot{x}, \tag{3.6}$$

где матрицы функции $F : R^+ \times R^n \to R^{n\times n}$ и $D : R^+ \times R^n \times R^n \to R^{n\times n}$ являются непрерывными и ограниченными.

Для решения задачи стабилизации программного движения будем использовать метод сравнения с вектор-функцией Ляпунова. Выберем вектор-функцию Ляпунова в виде

$$V = (V_1, V_2, V_3)', \tag{3.7}$$

где $V_1 = ||p(x)||$, $V_2 = ||y - \alpha p||$, $V_3 = \sqrt{(\dot{x} + \beta y)'A^{(1)}(t,x)(\dot{x} + \beta y)}$, $\alpha = const > 0$ and $\beta = const > 0$.

Вычисляя производные по времени функций V_1^2, V_2^2 и V_3^2 в силу системы (3.5), получим

$$2V_1\dot{V}_1 = -2\alpha\beta p'\frac{\partial p}{\partial x}p - 2\beta p'\frac{\partial p}{\partial x}(y - \alpha p) + 2p'\frac{\partial p}{\partial x}(\dot{x} + \beta y),$$

$$2V_2\dot{V}_2 = 2(y-\alpha p)'(-a(\alpha+c+\alpha b\beta)E + \alpha^2\beta\frac{\partial p}{\partial x})p + 2(y-\alpha p)'(-a(1-b\beta)E + \alpha\beta\frac{\partial p}{\partial x})(y-\alpha p) -$$
$$- 2(y - \alpha p)'(abE + \alpha\frac{\partial p}{\partial x})(\dot{x} + \beta y),$$

$$2V_3\dot{V}_3 = 2(\dot{x} + \beta y)'(F - ac\beta A^{(1)} - K_1(t))p +$$
$$+ 2(\dot{x} + \beta y)'(-\beta D - K_2(t) - a\beta(1 - b\beta)A^{(1)} + (C^{(1)}(t,x,-2\beta\dot{q}^{(0)}(t) + \beta^2 y))')y +$$
$$+ 2(\dot{x} + \beta y)'\left(C^{(1)}(t,x,\dot{q}^0(t) - \beta y) + D - ab\beta A^{(1)}\right)(\dot{x} + \beta y).$$

Определим следующие функции времени t и координат x, y

$$\mu_1(x) = lgn\left\|-\frac{\partial p}{\partial x}\right\|, \quad \mu_2(x) = lgn\left\|\frac{\partial p}{\partial x}\right\|, \quad m_1(x) = \left\|\frac{\partial p}{\partial x}\right\|, \tag{3.8}$$

$$m_2(t,x) = \left\|F - ac\beta A^{(1)} - K_1\right\|, \tag{3.9}$$

$$m_3(t,x,y) = \left\|-\beta D - K_2 - a\beta(1-b\beta)A^{(1)} + (C^{(1)}(t,x,-2\beta\dot{q}^{(0)}(t) + \beta^2 y))'\right\|, \tag{3.10}$$

$$\mu_3(t,x,y) = lgn\left\|C^{(1)}(t,x,\dot{q}^0(t) - \beta y) + D - ab\beta A^{(1)}\right\|. \tag{3.11}$$

где символ $lgn\|\cdot\|$ означает логарифмическую норму матрицы, соответствующую евклидовой векторной норме и вычисляемой по формуле: $lgn\|M\| = \frac{1}{2}\lambda_{\max}(M+M') \quad \forall M \in R^{n\times n}$, $\lambda_{\max}(\cdot)$ – максимальное собственное значение соответствующей матрицы.

Для производных по времени компонент вектор-функции Ляпунова (3.7) в силу системы (3.5) получим оценки

$$\dot{V}_1 \le -\alpha\beta\mu_1 V_1 + \beta m_1 V_2 + \frac{m_1}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}V_3, \tag{3.12}$$

$$\dot{V}_2 \le (a(\alpha + c + \alpha\beta b) + \alpha^2\beta m_1)V_1 + (a(b\beta - 1) + \alpha\beta\mu_2)V_2 + \frac{ab + \alpha m_1}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}V_3, \tag{3.13}$$

$$\dot{V}_3 \le \frac{m_2 + \alpha m_3}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}V_1 + \frac{m_3}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}V_2 + \frac{\mu_3}{(\lambda(t,x,y,\dot{x}))^2}V_3, \tag{3.14}$$

где функция $\lambda(t,x,y,\dot{x})$ определяется из следующего соотношения

$$\lambda(t,x,y,\dot{x})||\dot{x} + \beta y|| = V_3, \quad \lambda_1 \le \lambda(t,x,y,\dot{x}) \le \lambda_2,$$

$\lambda_1 = const > 0$, $\lambda_2 = const > 0$.

Используя оценки (3.12) – (3.14), получим следующую систему сравнения

$$\begin{aligned} &\dot{u}_1 = -\alpha\beta\mu_1 u_1 + \beta m_1 u_2 + \tfrac{m_1}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}u_3, \\ &\dot{u}_2 = (a(\alpha + c + \alpha\beta b) + \alpha^2\beta m_1)u_1 + (a(b\beta - 1) + \alpha\beta\mu_2)u_2 + \tfrac{ab+\alpha m_1}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}u_3, \\ &\dot{u}_3 = \tfrac{m_2+\alpha m_3}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}u_1 + \tfrac{m_3}{\lambda(t,x,y,\dot{x})}u_2 + \tfrac{\mu_3}{(\lambda(t,x,y,\dot{x}))^2}u_3. \end{aligned} \tag{3.15}$$

Используя модификацию метода сравнения, получим, что обобщенная система (3.5), (3.15) является экспоненциально u-устойчивой, если выполняется следующее условие

$$\begin{aligned} &\frac{(\beta m_1 + a(\alpha + c + \alpha\beta b) + \alpha^2\beta m_1)^2}{\alpha\beta\mu_1(a(1-b\beta) - \alpha\beta\mu_2)} - \frac{(m_1 + m_2 + \alpha m_3)^2}{\alpha\beta\mu_1\mu_3} + \frac{(ab + \alpha m_1 + m_3)^2}{(a(b\beta - 1) + \alpha\beta\mu_2)\mu_3} + \\ &+ \tfrac{(\beta m_1 + a(\alpha + c + \alpha\beta b) + \alpha^2\beta m_1)(m_1 + m_2 + \alpha m_3)(ab + \alpha m_1 + m_3)}{\alpha\beta\mu_1(a(b\beta-1) + \alpha\beta\mu_2)\mu_3} \le \text{const} < 4, \\ &\mu_1 \le \text{const} < 0, \quad a(b\beta - 1) + \alpha\beta\mu_2 \le \text{const} < 0, \quad \mu_3 \le \text{const} < 0. \end{aligned}$$

4. Заключение

В работе получены условия стабилизации программного движения манипуляционного робота на основе измерения текущих координат звеньев. Задача решена с использованием метода вектор-функции Ляпунова с построением нелинейного динамического компенсатора. В отличие от известных результатов [5] – [8] уравнение компенсатора найдено в общем виде.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-08482).

Дата поступления 30.11.2016

Список литературы

1. S. Nicosia and P. Tomei, “Robot control by using only joint position measurements”, *IEEE Trans. Aut. Contr.*, **35**:9 (1990), 1058-1061.

2. H. Berghuis, P. Lohnberg and H. Nijmeijer, “Tracking control of robots using only position measurements”, 30th Conf. on Decision and Control, **1** (1991), 1039-1040.

3. R. Kelly, “A simple set-point robot controller by using only position measurements”, In Preprint 12th IFAC World Congress (Sydney), **6** (1993), 173-176.

4. A. Loria, “Global tracking control of one degree of freedom Euler-Lagrange systems without velocity measurements”, *European J. Contr.*, **2** (1996), 144-151.

5. I. V. Burkov, “Stabilization of mechanical systems via bounded control and without velocity measurement”, 2nd Russian-Swedish Control Conf. (St. Petersburg Technical Univ.), 1995, 37-41.

6. I. V. Burkov, “Stabilization of position of uniform motion of mechanical systems via bounded control and without velocity measurements”, 3-rd IEEE Multi - conference on Systems and Control. (St. Petersburg), 2009, 400-405.

7. A. Loria and H. Nijmeijer, “Bounded output feedback tracking control of fully actuated Euler–Lagrange systems”, *Systems & Control Letters*, **33 (3)** (1998), 151-161.

8. Andreev A.S., Peregudova O.A., Makarov D.S., *Motion control of multilink manipulators without velocity measurement*, http://ieeexplore.ieee.org/document/7541159/, Proceedings of 2016 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy’s Conference) (Moscow), 2016.

9. M. Spong, H. Seth and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley, New York, 2004.

Stabilization of program motion for robotic manipulator on the base of the measurement of the link coordinates

© **O. A. Peregudova**[3], **D. S. Makarov**[4]

Abstract. The use of the known strategies and algorithms for constructing and implementing the controllers of nonlinear mechanical systems has certain difficulties associated with the need to install the sensors for the complete measurement of the current coordinates and velocities, which complicates the design of the controlled object. For the majority of the modern practical problems on the control of robotic manipulators consisting of several units the requirement for information on the current values of the coordinates and velocities of the links is unattainable. In the article the problem of constructing a stabilizing control laws for robotic manipulators in the absence of the speed sensors is investigated. The investigation approach is based on the construction of non-linear dynamic compensator of the first order, which allows to build a non-linear control law fairly simple in its structure. The novelty of the results is in the construction of the control actions to address these problems in a rather general formulation. Using the method of Lyapunov vector functions the sufficient conditions for stabilization of program motion for multilink manipulators are obtained.

Key Words: robotic manipulator, program movement, stabilization, non-linear dynamic compensator, Lyapunov vector function

[3] Professor of Information Security and Control Theory Department, Ulyanovsk State University, Ulyanovsk; peregudovaoa@gmail.com

[4] Postgraduate of Information Security and Control Theory Department, Ulyanovsk State University, Ulyanovsk; prostodenis@mail.ru