

УДК 519.65; 538.945

# Математическое моделирование температурной зависимости второго критического поля тонких плёнок нитрида ниобия

© Н. Д. Кузьмичев<sup>1</sup> М. А. Васютин<sup>2</sup> Е. А. Лапшина<sup>3</sup> Д. А. Шилкин<sup>4</sup>

**Аннотация.** В рамках теории WHN (Werthamer, Helfand, Hohenberg) выполнено математическое моделирование зависимости второго критического поля от температуры  $H_{c2}(T)$  сверхпроводников для разных значений параметра Маки и параметра спин-орбитального рассеяния. Исследованы температурные зависимости перехода в сверхпроводящее состояние тонких плёнок нитрида ниобия (NbN) по первой гармонике напряжения в постоянных магнитных полях до 8 Т. С помощью аппроксимации экспериментальной зависимости второго критического поля плёнок NbN от температуры теоретической зависимостью  $H_{c2}(T)$  найден параметр Маки, учитывающий влияние спинового парамагнетизма в данном материале. Из транспортных и оптических измерений из наших и других работ оценены важнейшие параметры сверхпроводника NbN, согласующиеся с данными настоящей работы.

**Ключевые слова:** теория WHN, второе критическое поле, нитрид ниобия, спиновой парамагнетизм, длина когерентности Гинзбурга-Ландау, параметр Маки, параметр спин-орбитального рассеяния, параметр Иоффе-Регеля.

## 1. Введение

В последнее время возрос интерес к нитриду ниобия (NbN) в связи с возможностью его применения в качестве болометра, позволяющего детектировать отдельные фотоны (см., например, [1]), радиочастотного резонатора [2] и материала для сверхпроводящих магнитов [3]. Простая технология изготовления, химическая и радиационная устойчивость, механическая прочность и высокое второе критическое поле при нулевой температуре ( $H_{c2}(0) > 20T$  для плёнок с  $T_c > 15K$ ) [4,5] делают NbN привлекательным для практических целей. Фундаментальные исследования NbN также актуальны. Например, вблизи квантовой критической точки энергия вихревого кора связана с энергетической щелью, а не со сверхтекущей плотностью [6]. В нитриде ниобия концентрация электронов проводимости мала [7], как и концентрация носителей в  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  ( $YBCO$ ). Длина когерентности и глубина проникновения магнитного поля в NbN также близки к их значениям в  $YBCO$  (для NbN -  $\xi = 5nm$ ,  $\lambda = 200nm$  [8]; для  $YBCO$   $\xi_{ab} = 3.1nm$ ,  $\lambda_c = 180nm$  [9]). Поэтому изучение плёнок NbN может помочь в понимании механизма разрушения сверхпроводимости током, магнитным полем и тепловыми вихрями вблизи температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c$  в  $YBCO$  [10-13]. Большой интерес вызывает и обнаруженный недавно в NbN обратный спиновой эффект Холла [14], наблюдавшийся при температурах  $T < T_c$ . Это явление важно как для понимания физики сверхпроводимости

<sup>1</sup> Профессор, зав. кафедрой общенаучных дисциплин, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва, г. Саранск; kuzmichevnd@yandex.ru

<sup>2</sup> Доцент кафедры общенаучных дисциплин, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва, г. Саранск; vasyutinm@mail.ru

<sup>3</sup> Доцент кафедры общенаучных дисциплин, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва, г. Саранск; e.lapshina2010@yandex.ru

<sup>4</sup> Аспирант кафедры общенаучных дисциплин, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва, г. Саранск; dwi8hi@outlook.com

в NbN, так и для перспектив его использования в спинtronике. Исследование температурной зависимости второго критического поля  $H_{c2}(T)$  пленочных образцов NbN предоставляет возможность определить практически значимые параметры:  $H_{c2}(0)$ , степень влияния спинового парамагнетизма Паули на сверхпроводящее состояние, оценить время релаксации, скорость Ферми, длину свободного пробега, длину когерентности Гинзбурга-Ландау и плотность состояний на уровне Ферми.

## 2. Математическая модель зависимости $H_{c2}(T)$

Как известно, на величину второго критического поля влияют спиновой парамагнетизм Паули и спин-орбитальное взаимодействие электронов. Спиновой парамагнетизм снижает поле  $H_{c2}(0)$ , в то время как спин-орбитальное взаимодействие препятствует его уменьшению. В теории WHN (Werthamer, Helfand, Hohenberg) [15] учитываются спиновые эффекты при решении уравнений Горькова для верхнего критического магнитного поля массивного сверхпроводника 2-го рода. В модели WHN в неявном виде было получено уравнение, связывающее температуру  $T$  и второе критическое поле  $H_{c2}$  сверхпроводника (размерности сохранены):

$$\ln\left(\frac{1}{t}\right) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{|2\nu+1|} - \left[ |2\nu+1| + \frac{h}{t} + \frac{(\alpha h/t)^2}{|2\nu+1| + (h + \lambda_{so})/t} \right]^{-1} \right\}, \quad (2.1)$$

где  $h = 2eH_{c2} (v_F^2\tau/(6\pi T_c))$  – безразмерный параметр, пропорциональный напряжённости магнитного поля  $H_{c2}$ ,  $t = T/T_c$  – безразмерная температура,  $e$  – заряд электрона,  $v_F$  – скорость Ферми,  $\tau$  – время релаксации,  $\alpha = 3/(2mv_F^2\tau)$  – параметр, учитывающий спиновый парамагнетизм Паули (параметр Маки [16]),  $m$  – масса свободного электрона,  $\lambda_{so} = 1/(3\pi T_c\tau_2)$  – параметр спин-орбитального рассеяния,  $\tau_2$  – время релаксации при спин-орбитальном рассеянии. Здесь время  $\tau$  и  $\tau_2$  выражены в обратных энергетических единицах.

Решая уравнение (2.1), можно определить зависимость  $h(t)$  т.е. второго критического поля от температуры  $H_{c2}(T)$  при разных значениях параметров  $\alpha$  и  $\lambda_{so}$ .

Решение неявного уравнения WHN (2.1) было выполнено в системе MathCad методом дихотомии и с помощью встроенной функции root. Оба метода дали одинаковый результат. В место уравнения (2.1) решалось приближенное уравнение:

$$\ln t + \sum_{n=-M}^M \left\{ \frac{1}{|2n+1|} - \left[ |2n+1| + \frac{h}{t} + \frac{(\alpha h/t)^2}{|2n+1| + (h + \lambda_{so})/t} \right]^{-1} \right\} = 0. \quad (2.2)$$

Корни уравнения (2.2)  $h(t)$  для заданных величин параметров  $\alpha$ ,  $\lambda_{so}$  при фиксированных значениях безразмерной температуры  $t \in (0, 1]$  находились с точностью  $\delta = 0.0001$ . При  $M \geq 10000$  корни уравнения  $h(t)$  изменялись в пределах точности  $\delta$ . Результаты приведены на рис. 2.1. На рис. 2.1 показана зависимость безразмерного параметра  $h$  (безразмерного второго критического поля  $H_{c2}$ ) от безразмерной температуры  $t$  для нескольких значений параметра  $\alpha$  при  $\lambda_{so} = 0$ . Из рисунка видно, что с ростом  $\alpha$  зависимости  $h(t)$  располагаются ниже, т.е. спиновой парамагнетизм подавляет сверхпроводимость.

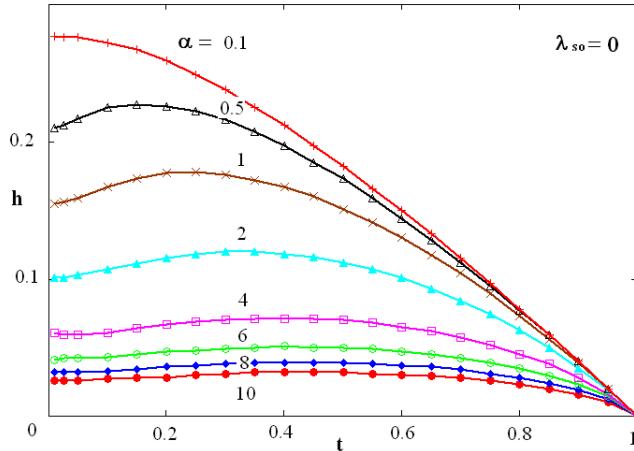


Рисунок 2.1

Зависимость безразмерного второго критического поля  $h$  от безразмерной температуры  $t = T/T_c$  для нескольких значений параметра Маки  $\alpha$  при параметре спин-орбитального рассеяния равном  $\lambda_{so} = 0$

На рисунке 2.2 показана зависимость безразмерного параметра  $h$  (безразмерного второго критического поля  $H_{c2}$ ) от безразмерной температуры  $t$  для нескольких значений параметра  $\lambda_{so}$  при  $\alpha = 6$ . Значение  $\alpha = 6$  выбрано вследствие доводов, приведенных ниже, следующих из экспериментальных результатов по измерению зависимости  $H_{c2}(T)$  для нитрида ниобия. Из рисунка 2.2 следует, что в отличие от результатов для  $\alpha$ , приведенных на рис. 2.1, рост параметра  $\lambda_{so}$ , наоборот, приводит к росту  $H_{c2}(T)$ .

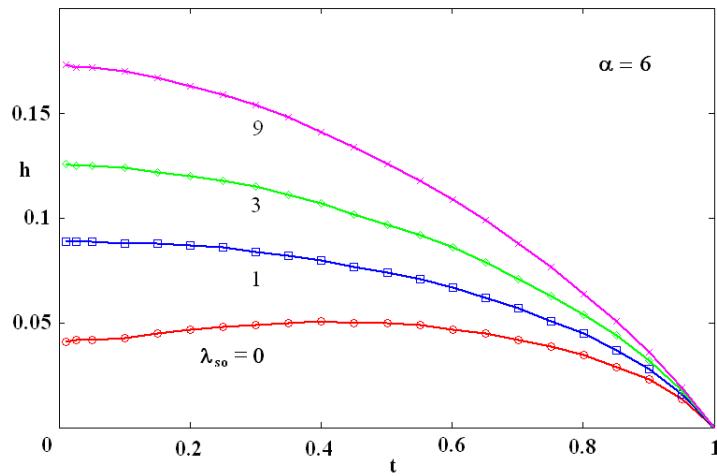


Рисунок 2.2

Зависимость безразмерного параметра  $h$  (безразмерного второго критического поля  $H_{c2}$ ) от безразмерной температуры  $t$  для нескольких значений параметра  $\lambda_{so}$  при  $\alpha = 6$

На рисунке 2.3 приведена температурная зависимость производной  $dH_{c2}/dT$  в безразмерных единицах, т.е.  $dh/dt$ . Производная получена в результате численного дифференцирования данных, приведенных на рис. 2.1, которые были получены с более мелким шагом и с большей точностью.

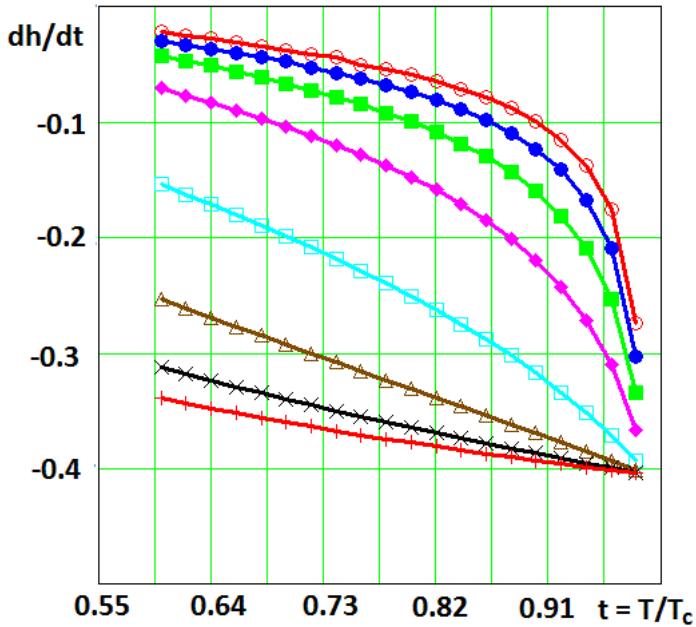


Рисунок 2.3

Температурная зависимость производной безразмерного второго критического поля от температуры  $dh/dt$ . Параметры:  $\alpha = 10$  (○), 8(●), 6(■), 4(◇), 2(□), 1(Δ), 0.5(×), 0.1(+) и  $\lambda_{so} = 0$

Из рисунка 2.3 видно, что зависимость  $dh/dt$  при изменении  $\alpha$  от 1 до 2 меняет степень выпуклости. Значит, на этом промежутке значений  $\alpha$  зависимость  $dh/dt$  от  $t$  имеет линейную зависимость, т.е.  $dh/dt \sim a+bt$ . Вследствие указанного замечания вторая производная должна быть постоянной, т.е.  $d^2h/dt^2 = const = a$ . На рис. 2.4 это хорошо показано. Из рис. 2.4 видно, что при  $\alpha = 2$  функция  $d^2h/dt^2$  медленно уменьшается, а для  $\alpha = 1$  медленно растет. Значит при  $\alpha \approx 1.5$  вторая производная не зависит от  $t$  т.е.  $d^2h/dt^2 = const$ . Более точный расчет приводит к  $\alpha \approx 1.56$ . Таким образом, из уравнения (1) следует, что для  $\alpha < 2$  при  $\lambda_{so} = 0$  зависимость  $H_{c2}(T)$  переходит от кубической к квадратичной и, при  $\alpha \approx 1.56$ , снова становится кубической.

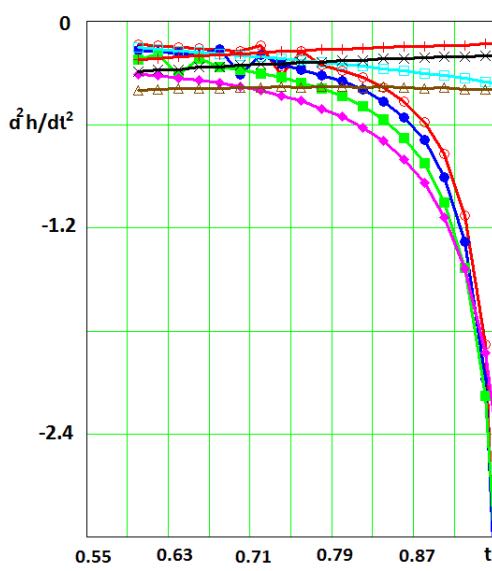


Рисунок 2.4

Температурная зависимость второй производной безразмерного второго критического поля от температуры  $d^2h/dt^2$ . Параметры:  $\alpha = 10(○)$ ,  $8(●)$ ,  $6(■)$ ,  $4(◇)$ ,  $2(□)$ ,  $1(Δ)$ ,  $0.5(×)$ ,  $0.1(+)$  и  $\lambda_{so} = 0$

### 3. Эксперимент и обработка результатов

Плёнки  $NbN$ , изучаемые в данной статье, довольно сильно отличаются от исследованных ранее образцов прежде всего, сочетанием высокой температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c$  и высоким удельным сопротивлением в нормальном состоянии  $\rho_n$ . Изучались плёнки толщиной  $d = 400\text{nm}$ , напыленные на подложку из полированного плавленого кварца методом реактивного катодного распыления [17]. Структура плёнок – столбчатая. Кристаллическая структура –  $B1$ . Характерный размер столбчатых гранул –  $100\text{nm}$ . Формирование столбиков происходило, в основном, перпендикулярно плоскости подложки. Постоянная решётки  $a = 4.39\text{\AA}$ . Длина образцов плёнок –  $9.0\text{mm}$ . Ширина –  $4.5\text{mm}$ . Исследования проводились стандартным четырёхконтактным методом при амплитуде переменного тока  $0.21mA$  на частоте  $1kHz$ . Величина  $T_c$  образцов менялась в пределах температур  $16.2 - 16.5K$ . Ширина перехода составляла примерно  $0.1K$ . Удельное сопротивление в нормальном состоянии вблизи перехода составляло  $\sim 1000 \mu\Omega\text{cm}$ . Отношение сопротивления образцов при комнатной температуре к сопротивлению в нормальном состоянии при температуре, близкой к  $T_c$ ,  $R_{295}/R_{18} \approx 0.93$ .

Для экспериментов использовалась безжидкостная криомагнитная система  $8TCryoFree - 404$ , позволяющая охлаждать образцы до  $6K$  в постоянном магнитном поле с индукцией до  $8 T$ . Температурные измерения проводились с помощью контроллера *LakeShore335*. Датчик температуры – Cernox CX-1050. Погрешность при измерении температуры не превышала  $0.01K$ .

На рис. 2.5 показана температурная зависимость экспериментального и теоретического приведённого второго критического поля  $h^*$ . Экспериментальные значения  $h^*$  находились по формуле [15]:  $h^* = H_{c2}/(-dH_{c2}/dt)_{t=1}$ , где  $t = T/T_c$  – приведённая температура,  $(dH_{c2}/dt)_{t=1}$  – производная  $H_{c2}$  по  $t$  при  $T = T_c$ . Для нахождения производной в точке  $t = 1$  экспериментальная температурная зависимость  $H_{c2}(t)$  аппроксимировалась теоретической зависимостью, полученной из уравнения (1) (см. рис. 2.1 и 2.2).

По сравнению с результатами, например, работы [18] ( $(-dH_{c2}/dt)_{t=1} = 120T$ ,  $(-dH_{c2}/dT)_{T=T_c} = 7.28T/K$ ) полученное значение,  $(-dH_{c2}/dt)_{t=1} \sim 21.6T$  является более высоким. Такое отличие может быть связано с разной толщиной и структурой плёнок.

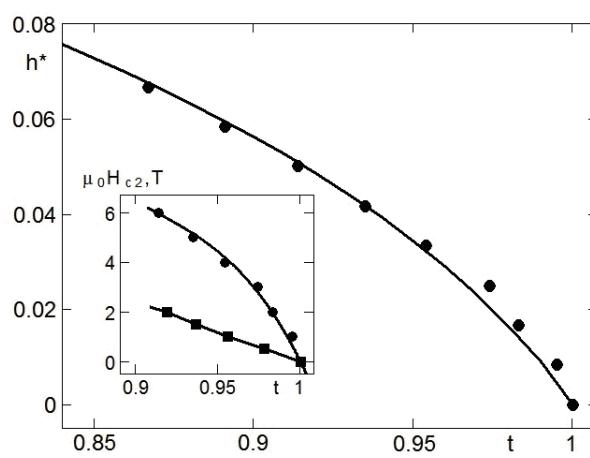


Рисунок 3.1

Зависимость приведённого второго критического магнитного поля от приведённой температуры (точки – эксперимент, сплошная линия – теория WHH). На вставке приведена температурная зависимость второго критического магнитного поля (точки), аппроксимированная полиномом третьей степени (сплошная линия), и (для сравнения) температурная зависимость второго критического магнитного поля (квадратики), взятая из работы [19]

Температура перехода  $T_c$  находилась посередине скачка (10 - 90 процентов от величины напряжения в нормальном состоянии вблизи перехода). Теоретические значения  $h^*$  находились по формуле [15]:  $h^* \equiv h/(-dh/dt)_{t=1} = (\pi^2/4)h$ . Наилучшее согласие экспериментальной и теоретической зависимостей  $h^*(T)$  достигается при значении параметров:  $\alpha = 6.00$ ,  $\lambda_{so} = 0$  (рис. 2.5). При этом верхнее критическое магнитное поле  $H_{c2}(0) = 13.7 T$ .

#### 4. Обсуждение

Значение параметра  $\alpha$  можно оценить, по крайней мере, двумя разными методами: по величине удельного сопротивления в нормальном состоянии  $\rho_n$  и по значению производной  $(dH_{c2}/dT)_{T=T_c}$ .

В первом случае:

$$\alpha = 2.35\rho_n\gamma, \quad (4.1)$$

где  $\gamma$  - коэффициент электронной теплоёмкости. Используя значения размеров исследуемого образца, сопротивления на постоянном токе  $R = 12\Omega$ , величину  $\gamma = 2.1 \cdot 10^3 erg/(cm^3 \cdot K^2)$  [19, 20] и, полагая расстояние между потенциальными контактами  $b = 0.2 \pm 0.05 cm$ , получим значения  $\rho_n = 1080 \pm 270 \mu\Omega \cdot cm$  и, соответственно,  $\alpha = 5.3 \pm 1.3$ . Полученное  $\alpha$  близко к экспериментальному ( $\alpha = 6.00$ ).

Во втором случае:

$$\alpha = 5.322 \cdot 10^{-5} (-dH_{c2}/dT)_{T=T_c}. \quad (4.2)$$

Подставляя значение экспериментальной производной нашего образца ( $7.28 \cdot 104 Oe/K$ ), получим  $\alpha \approx 3.9$ . Заниженное значение полученной величины  $\alpha$  обусловлено её «усреднением» по всем экспериментальным точкам при подгонке полиномом третьей степени (см. п.2 и рис.2.4, вставка на рис. 2.5) производной  $(-dH_{c2}/dT)_{T=T_c}$ , входящей в (3). При приближении к  $T_c$  значение производной увеличивается в 1,5 – 2 раза. Корректное определение значения  $(-dH_{c2}/dT)_{T=T_c}$  из экспериментальных данных затруднительно.

Кроме этого, параметр спинового парамагнетизма  $\alpha$  (и другие параметры сверхпроводящего состояния) может быть найден из оптических исследований [7]. Используя значения плазменной частоты  $\omega_p$  и частоты релаксации  $\nu$ , полученные на подобных образцах в работе [7], получим удельное сопротивление (в системе СИ):  $\rho_n = 1/(\omega_p^2 \tau \varepsilon_0)$ , где  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$  – электрическая постоянная. Принимая  $\omega_p^2 = 0.72 \cdot 10^{30} s^{-2}$  и  $t = 12.95 \cdot 10^{-15} s$ , получим  $\rho_n = 1200 \pm 75 \mu\Omega \cdot cm$ . Подставляя это значение в формулу (2), определяем  $a = 5.9 \pm 0.4$ . Эта величина практически совпадает с экспериментальным значением.

Оценка верхнего критического поля также может быть сделана двумя способами. Без учёта спинового парамагнетизма ( $\alpha = 0$ ): 1)  $H_{c2} * (0) \approx 0.69(dH_{c2}/dt)_{t=1}$  и 2)  $H_{c2} * (0) \approx 3.1\rho_n\gamma T_c$ . Для ненулевого значения параметра Маки:  $H_{c2}(0) = H_{c2} * (0)(1 + \alpha^2)^{-1/2}$ . При этом в первом случае ( $\alpha = 6$ )  $\mu_0 H_{c2}(0) = 13.6 \pm 1 T$ , во втором –  $\mu_0 H_{c2}(0) = 19 \pm 5 T$ , что в пределах ошибок согласуется с теорией WHH.

В работе [18] плёнки NbN демонстрируют отсутствие спинового парамагнетизма Паули ( $\alpha = 0$ ), что должно приводить к значительному увеличению верхнего критического

поля. Тем не менее, полученное авторами значение  $H_{c2}(0) = 14.6T$  на подобном образце близко к оценкам  $H_{c2}(0)$  наших образцов, что связано с небольшим значением наклона  $H_{c2}(T)_{T=T_c}$  (вставка на рис.2.5). Невысокое значение  $(dH_{c2}/dt)_{t=1}$  связано с высокой концентрацией электронов проводимости, обуславливающей, по-видимому, сильное электрон-электронное отталкивание.

Оценивая параметр Иоффе-Регеля [21] через значение  $\alpha$  ( $k_Fl = 3\pi/\alpha$ ), полученное в нашей работе, приходим к  $k_Fl = 1.57$ , что соответствует “грязному” пределу.

Длина когерентности Гинзбурга-Ландау, оцененная по формуле  $\xi_{GL}(0) = [\Phi_0/(2\pi H_{c2}(0))]^{1/2}$  при значении  $H_{c2}(0)$ , полученном в нашей работе, даёт величину  $49A$ , что совпадает с литературными данными [8].

Плотность состояний на уровне Ферми, найденная по формуле [18]:  $N(0) = \pi H_{c2}(0)/(0,69T_c \cdot 4ek_B\rho_n)$ , имеет величину  $\sim 5.7 \cdot 10^{27} states/(m^3 \cdot eV)$ .

Во многих работах [5,8,14,18] зависимость  $H_{c2}(T)$  хорошо аппроксимируется линейной зависимостью от  $T$  до температур  $0,6 - 0,7T_c$ . При этом наклон аппроксимирующей прямой (производная  $H_{c2}$  по  $T$ ) в несколько раз меньше наклона прямой, полученной в настоящей работе. Влияние парамагнитного эффекта (подавление  $H_{c2}$ , выражющееся в загибе кривой) начинается в нашей работе уже в полях  $3 - 4T$ , тогда как в упомянутых статьях парамагнитный эффект вообще не проявляется или проявляется в полях, больших  $10T$ .

Причиной такой разницы свойств плёнок одинакового состава является большая разница удельного сопротивления образцов NbN. В свою очередь, большое удельное сопротивление наших образцов нитрида ниобия вызвано низкой концентрацией электронов проводимости.

Концентрацию электронов проводимости  $N_e$  в образцах, подобных нашим плёнкам, можно получить из работы [22]. Приведённые в ней экспериментальные зависимости постоянной Холла от удельного сопротивления (для образца с параметром Иоффе-Регеля  $k_Fl = 1.68$ ) позволяют определить значение  $N_e$ , соответствующее определённому  $\rho_n$ . Для удельного сопротивления  $\rho_n = 1200\mu\Omega \cdot cm$  концентрация  $N_e = 3,48 \times 10^{22}e/cm^3$ . Т.е. в  $5 - 6$  раз меньше, чем в образце с близким значением  $T_c = 16,1K$  [19], и удельным сопротивлением, меньшим тоже в  $5 - 6$  раз. Параметр Маки для данного образца  $\alpha \approx 5.6$ .

Модуль волнового вектора Ферми можно найти из концентрации носителей:  $k_F \approx 1.01 \times 10^8 cm^{-1}$ . Тогда длина свободного пробега (с учётом значения параметра Иоффе-Регеля)  $l \approx 1.66A$ .

## 5. Заключение

Таким образом, математическое моделирование температурной зависимости второго критического поля тонких плёнок NbN, экспериментально исследованных в данной работе, показало, что вклад в сверхпроводимость NbN определяется, в основном, эффектом спинового парамагнетизма Паули с параметром Маки  $\alpha = 6.00$ . Данный параметр, определённый из транспортных, магнитных и оптических измерений, имеет близкие значения, что подтверждает сильный спиновый парамагнетизм. Параметр Иоффе-Регеля изученных образцов соответствует “грязному” пределу. Зависимость  $H_{c2}(T)NbN$  находится в согласии с теорией WHH.

Дата поступления 01.11.2016

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Kamlapure, M. Mondal, M. Chand, A. Mishra, J. Jesudasan, V. Bagwe, L. Benfatto, V. Tripathi, and P. Raychaudhuri, “Measurement of magnetic penetration depth and superconducting energy gap in very thin epitaxial NbN films”, *Appl. Phys. Lett.*, **96** (2010).
2. W. Weingarten, *Part. Accel.*, **53** (1996), 199.
3. R. T. Kampwirth, D. W. Capone, K. E. Gray, and A. Vicens., “Application of NbN films to the development of very high field superconducting magnets”, *Magnetics, IEEE Transactions on*, **21** (1985), 459.
4. R. Gavaler, M. A. Janocko, A. Patterson, and C. K. Jones, “Very high critical current and field characteristics of niobium nitride thin films”, *J. Appl. Phys.*, **42** (1971), 54.
5. J. Jesudasan, M. Mondal, M. Chand, A. Kamlapure, S. Kumar, G. Saraswat, V. C. Bagwe, V. Tripathi, and P. Raychaudhuri, “Upper critical field and coherence length of homogenously disordered epitaxial 3-dimensional NbN films”, *AIP Conf. Proc.*, **1349** (2011), 923.
6. J. Yong and T. R. Lemberger, L. Benfatto, K. Ilin and M. Siegel, “Robustness of the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition in ultrathin NbN films near the superconductor-insulator transition”, *Phys. Rev. B*, **87** (2013), 184505.
7. Н.Д. Кузьмичев, Г.П. Мотулевич, “Определение электронных характеристик нитрида ниobia оптическим методом”, *ЖЭТФ*, **84** (1983), 2316.
8. R. Jha, A. Kumar and V.P.S. Awana, “Fabrication of DC sputtered NbN thick film with high upper critical field of above 400 kOe”, *AIP Conf. Proc.*, **1447** (2012), 867.
9. Ю.М. Ципенюк, *Физические основы сверхпроводимости*, М.: Изд-во МФТИ, 2003.
10. М.А. Васютин, А.И. Головашкин, Н.Д. Кузьмичев, “Нелинейность вольт-амперных характеристик монокристаллов и переход Березинского-Костерлиза-Таулеса”, *ФТТ*, **48** (2006), 2128.
11. N.D. Kuzmichev, M.A. Vasyutin, A.I. Golovashkin, “YBCO single crystals I-V characteristics nonlinearity and Nelson-Kosterlitz jump”, *Physica C*, **460-462** (2007), 849.
12. М.А. Васютин, А.И. Головашкин, Н.Д. Кузьмичев, “Новый экспериментальный критерий перехода Березинского-Костерлиза-Таулеса”, *КСФ*, **9** (2008), 48.
13. Д.А. Балаев, С.В. Семенов, М.И. Петров, “Доминирующее влияние эффекта сжатия магнитного потока в межгранулярной среде гранулярного ВТСП на процессы диссипации во внешнем магнитном поле”, *ФТТ*, **55** (2013), 2305.
14. T. Wakamura, H. Akaike, Y. Omori, Y. Niimi, S. Takahashi, A. Fujimaki, S. Maekawa, Y. Otani, “Quasiparticle-mediated spin Hall effect in a superconductor”, *Nature Mater.*, **14** (2015), 675.

15. N.R. Werthamer, E. Helfand, and P.C. Hohenberg, "Temperature and Purity Dependence of the Superconducting Critical Field,  $H_{c2}$ . III. Electron Spin and Spin-Orbit Effects", *Phys. Rev.*, **147** (1966), 295.
16. K. Maki, *Physics*, **1** (1964), 127.
17. E.A. Антонова, В.А. Сухов, "О связи между структурой и электрофизическими свойствами пленок нитрида ниобия", *ФНТ*, **7** (1981), 1002.
18. S.P. Chockalingam, M. Chand, J. Jesudasan, V. Tripathi, and P. Raychaudhuri, "Superconducting properties and Hall effect of epitaxial NbN thin films", *Phys. Rev. B*, **77** (2008), 214503.
19. R.R. Hake, "Upper-critical-field limits for bulk type-II superconductors", *Appl. Phys. Lett.*, **10** (1967), 189.
20. T.H. Geballe, B.T. Matthias, J.P. Remeika, A.M. Clogston, V.B. Compton, J.P. Maita, and H.J. Williams, *Physics*, **2** (1966), 293.
21. A.F. Ioffe and A.R. Regel, "Non-crystalline, amorphous, and liquid electronic semiconductors", *Prog. Semicond.*, **4** (1960), 237.
22. M. Chand, A. Mishra, Y.M. Xiong, A. Kamlapure, S.P. Chockalingam, J. Jesudasan, V. Bagwe, M. Mondal, P.W. Adams, V. Tripathi, and P. Raychaudhuri, "Temperature dependence of resistivity and Hall coefficient in strongly disordered NbN thin films", *Phys. Rev. B*, **80** (2009), 134514.

## Mathematical modeling of temperature dependence of the second critical field of thin films of niobium nitride

© N. D. Kuzmichev <sup>5</sup> M. A. Vasyutin <sup>6</sup> E. A. Lapshina <sup>7</sup> D. A. Shilkin <sup>8</sup>

**Abstract.** Temperature dependence of the second critical field  $H_{c2}(T)$  for superconductors due to different values of Maki parameter and of spin-orbit scattering parameter is modeled mathematically within the framework of WHH-theory (Werthamer, Helfand, Hohenberg). Temperature dependencies of superconducting transition for the first harmonic of voltage of thin niobium nitride (NbN) films are investigated in dc magnetic fields up to 8 T. By approximating experimental temperature dependence of the upper critical field of NbN films by theoretical dependence  $H_{c2}(T)$  Maki parameter is obtained, that takes into account the spin paramagnetism effect in this material. From transport and optical measurements done in this and other studies the most important parameters of NbN superconductor are evaluated that are consistent with the data of present work.

**Key Words:** WHH theory, second critical field, niobium nitride, spin paramagnetism, Ginsburg–Landau coherence length, Maki parameter, spin-orbit scattering parameter, Ioffe–Regel parameter

<sup>5</sup> Professor, Head of General Scientific Disciplines Department, Ruzaevka Engineering Institute (branch), Ogarev Mordovia State University, Saransk; kuzmichevnd@yandex.ru

<sup>6</sup> Associate professor of General Scientific Disciplines Department, Ruzaevka Engineering Institute (branch), Ogarev Mordovia State University, Saransk; vasyutinm@mail.ru

<sup>7</sup> Associate professor of General Scientific Disciplines Department, Ruzaevka Engineering Institute (branch), Ogarev Mordovia State University, Saransk; e.lapshina2010@yandex.ru

<sup>8</sup> Postgraduate student of General Scientific Disciplines Department, Ruzaevka Engineering Institute (branch), Ogarev Mordovia State University, Saransk; dwi8hi@outlook.com