УДК 517.968

О разрешимости одной смешанной задачи для интегро-дифференциального уравнения фредгольма четвертого порядка с вырожденным ядром

© Т. К. Юлдашев [1]

Аннотация. Изучена однозначная разрешимость смешанной задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма в частных производных четвертого порядка с вырожденным ядром. Разработан метод вырожденного ядра для случая интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма в частных производных четвертого порядка. Отличительной чертой данной работы является то, что удалось получить приближенную формулу вычисления решения рассматриваемой смешанной задачи. Нелинейная смешанная задача сведена к системе интегральных уравнений со сложной правой частью. Система интегральных уравнений рассмотрена как система алгебраических уравнений при выполнении определенного условия. Найден метод решения системы алгебраических уравнений, позволяющий выявлять неизвестных функций в правой части данной системы. Получено нелинейное интегральное уравнение типа Вольтерра второго рода по второму аргументу. Доказана теорема об однозначной разрешимости смешанной задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма в частных производных четвертого порядка с вырожденным ядром. При этом использован метод последовательных приближений.

Ключевые слова: смешанная задача, интегро-дифференциальное уравнение, уравнение типа Фредгольма, вырожденное ядро, алгебраическая система уравнений, однозначная разрешимость

1. Постановка задачи

Рассматривается в области $\Omega \equiv \Omega_T \times \Omega_l$ интегро-дифференциальное уравнение Фредгольма вида

$$\frac{\partial^4 u(t,x)}{\partial x\, \partial t^3} - \lambda \int\limits_0^T K(t,s) u(s,x) ds =$$

$$= p_1(t) \cdot \int\limits_0^T u(s,x) ds + p_2(t) \cdot f\left(x, \int\limits_0^T \int\limits_0^l H(s,y) u(s,y) dy ds \right) \tag{1.1}$$

со смешанными условиями

$$u(0,x) = \varphi_1(x),\ u(T,x) = \varphi_2(x),\ u_t(0,x) = \varphi_3(x),\ x \in \Omega_l, \tag{1.2}$$

$$u(t,0) = \psi(t),\ t \in \Omega_T, \tag{1.3}$$

где $p_k(t) \in C(\Omega_T),\ k = 1,2$, $f(x,\gamma) \in C(\Omega_l) \times R)$, $\varphi_k(x) \in C^1(\Omega_l),\ k = \overline{1,3}$, $K(t,s) = \sum\limits_{i=1}^n a_i(t) b_i(s)$, $0 < a_i(t), b_i(s) \in C(\Omega_T)$, $\psi(t) \in C(\Omega_T)$, $\Omega_T \equiv [0,T]$, $\Omega_l \equiv [0,l]$, λ – параметр, $0 < \int\limits_0^T \int\limits_0^l |H(t,x)| dx dt < \infty$.

[1] Доцент кафедры высшей математики, Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева, г. Красноярск, tursunbay@rambler.ru

В настоящей работе предлагается методика изучения смешанной задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма в частных производных четвертого порядка с вырожденным ядром.

Под решением смешанной задачи (1.1) – (1.3) понимаем функцию $u(t,x) \in C^{3,1}(\Omega)$, удовлетворяющую уравнению (1.1) и смешанным условиям (1.2) и (1.3).

Отметим, что математическое моделирование многих процессов, происходящих в реальном мире, часто приводит к изучению смешанных задач для уравнений, не имеющих аналогов в классической математической физике. Теория смешанных задач для уравнений в частных производных в силу ее прикладной важности в настоящее время является одним из важнейших разделов теории дифференциальных уравнений. Представляют большой интерес с точки зрения физических приложений дифференциальные уравнения в частных производных высоких порядков [1].

Изучению уравнений в частных производных четвертого порядка посвящено большое количество работ (см., напр. [2] – [7]). В частности, в работе [3] изучены вопросы полной классификации и приведения к каноническому виду для общего случая дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. Здесь получены конкретные типы уравнений в частных производных четвертого порядка, которые представляют интерес для теоретического исследования. Отсюда мы заключаем, что следует исследовать уравнению (1.1). Данная работа является дальнейшим развитием и совершенствованием методики работ [8] – [15].

2. Сведение задачу (1.1) – (1.3) к интегральному уравнению

С помощью обозначения

$$c_i(x) = \int\limits_0^T b_i(s) u(s,x) ds \tag{2.1}$$

уравнение (1.1) перепишется в следующем виде

$$\frac{\partial^4 u(t,x)}{\partial x \, \partial t^3} = \lambda \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot c_i(x) + p_1(t) \cdot \int\limits_0^T u(s,x) ds + p_2(t) \cdot f(x,\gamma),$$

где $\gamma = \int\limits_0^T \int\limits_0^l H(s,y) u(s,y) dy ds$ является неизвестной константой.

Путем интегрирования по x из последнего равенства получаем

$$\frac{\partial^3 u(t,x)}{\partial t^3} = E(t) + \lambda \sum_{i=1}^n a_i(t) \int\limits_0^x c_i(y) dy + p_1(t) \cdot \int\limits_0^x \int\limits_0^T u(s,y) ds dy + p_2(t) \cdot \int\limits_0^x f(y,\gamma) dy, \tag{2.2}$$

где $E(t)$ – непрерывная на отрезке Ω_T функция, которая будет определено ниже.

Использование обобщенной функции Грина с учетом условий (1.2) в (2.2) дает

$$u(t,x) = h(t,x) + \int\limits_0^T G(t,s) E(s) ds +$$

$$+\lambda\sum_{i=1}^{n}\mu_i(t)\int\limits_0^x c_i(y)dy+q_1(t)\cdot\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(s,y)dsdy+q_2(t)\cdot\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy, \qquad (2.3)$$

где

$$h(t,x)=\left(1-\frac{t^2}{T^2}\right)\varphi_1(x)+\frac{t^2}{T^2}\varphi_2(x)+\left(t-\frac{t^2}{T^2}\right)\varphi_3(x),$$

$$G(t,s)=\begin{cases}\frac{sT-ts}{2T^2}(ts+sT-2tT), 0\le s\le t,\\ -\frac{t^2}{2T^2}(T-s)^2, t\le s\le T,\end{cases}$$

$$\mu_i(t)=\int\limits_0^T G(t,s)a_i(s)ds,\ q_k(t)=\int\limits_0^T G(t,s)p_k(s)ds, k=1,2.$$

Учет условия (1.3) в (2.2) дает интегральное уравнение Фредгольма первого рода относительно функции $E(t)$

$$\int\limits_0^T G(t,s)E(s)ds=g(t), \qquad (2.4)$$

где $g(t)=\psi(t)-h(t,0)$.

По характеру постановки задач: $\psi(0)=\varphi_1(0)$, то есть $\psi(0)=h(0,0)$. Предположим, что выполняется следующее условие

$$\psi(t)=h(t,0),\ t\in\Omega_T. \qquad (2.5)$$

Тогда уравнение (2.4) примет вид

$$\int\limits_0^T G(t,s)E(s)ds=0,$$

то есть из правой части (2.3) исчезнет второе слагаемое:

$$u(t,x)=h(t,x)+\lambda\sum_{i=1}^{n}\mu_i(t)\int\limits_0^x c_i(y)dy+q_1(t)\cdot\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(s,y)dsdy+q_2(t)\cdot\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy. \qquad (2.6)$$

Отметим, что условие (2.5) выполнимое. Если $\varphi_2(0)=\varphi_3(0)=0$, то оно еще упрощается

$$\psi(t)=\left(1-\frac{t^2}{T^2}\right)\varphi_1(0).$$

Ясно, что $E(t)=0,\ t\in(0,T)$. Подставляя (2.6) в (2.1), имеем

$$c_i(x)=\int\limits_0^T b_i(s)\left[h(s,x)+\right.$$

$$\left.+\lambda\sum_{j=1}^{n}\mu_j(s)\int\limits_0^x c_j(y)dy+q_1(s)\cdot\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(\theta,y)d\theta dy+q_2(s)\cdot\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy\right]ds. \qquad (2.7)$$

Примем обозначения

$$A_{ij} = \int_0^T b_i(s)\mu_j(s)ds,$$

$$B_i(x) = \int_0^T b_i(s)\left[h(s,x) + q_1(s)\cdot\int_0^x\int_0^T u(\theta,y)d\theta dy + q_2(s)\cdot\int_0^x f(y,\gamma)dy\right]ds. \tag{2.8}$$

Тогда из (2.7) получаем относительно $c_i(x)$ следующую систему интегральных уравнений (СИУ)

$$c_i(x) - \lambda\sum_{j=1}^n A_{ij}\int_0^x c_j(y)dy = B_i(x),\ i=\overline{1,n}. \tag{2.9}$$

СИУ (2.9) решим при выполнении следующего условия

$$c_i(x) = -\frac{1}{\omega}c_i'(x), 0<\omega = const,\ i=\overline{1,n}. \tag{2.10}$$

Из условия (2.1) с учетом начального условия (1.3) получим

$$c_i(0) = \int_0^T b_i(s)\cdot\psi(s)ds.$$

С учетом последнего подставим (2.10) в СИУ (2.9). Тогда получим относительно $c_i(x)$ следующую систему алгебраических уравнений (САУ)

$$c_i(x) + \frac{\lambda}{\omega}\sum_{j=1}^n A_{ij}\cdot c_j(x) = \overline{B}_i(x),\ i=\overline{1,n}. \tag{2.11}$$

где

$$\overline{B}_i(x) = B_i(x) + \frac{\lambda}{\omega}\sum_{j=1}^n A_{ij}\int_0^T b_i(s)\cdot\psi(s)ds. \tag{2.12}$$

Система алгебраических уравнений (2.11) однозначно разрешима при любых конечных $\overline{B}_i(x)$, если выполняется следующее условие

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{11} & \frac{\lambda}{\omega}A_{12} & \dots & \frac{\lambda}{\omega}A_{1n} \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{21} & 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{22} & \dots & \frac{\lambda}{\omega}A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{n1} & \frac{\lambda}{\omega}A_{n2} & \dots & 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{nn} \end{vmatrix} \neq 0. \tag{2.13}$$

Определитель $\Delta(\lambda)$ в (2.13) есть многочлен относительно λ степени не выше n. Уравнение $\Delta(\lambda)=0$ имеет не более n различных корней. Эти корни являются собственными числами ядра интегро-дифференциального уравнения (1.1). Другие значения λ являются регулярными, при которых условие (2.13) выполняется. Для регулярных значений λ система (2.11) имеет единственное решение при любой конечной и ненулевой правой части. В настоящей работе для таких регулярных значений параметра λ устанавливается однозначная разрешимость поставленной смешанной задачи (1.1) – (1.3).

Сначала решения САУ (2.11) записываем в виде

$$c_i(x)=\frac{\Delta_i(\lambda,x)}{\Delta(\lambda)},\ i=\overline{1,n}, \tag{2.14}$$

где

$$\Delta_i(\lambda,x)=\begin{vmatrix} 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{11} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{1(i-1)} & \overline{B}_1(x) & \frac{\lambda}{\omega}A_{1(i+1)} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{1n} \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{21} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{2(i-1)} & \overline{B}_2(x) & \frac{\lambda}{\omega}A_{2(i+1)} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{n1} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{n(i-1)} & \overline{B}_n(x) & \frac{\lambda}{\omega}A_{n(i+1)} & \ldots & 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{nn} \end{vmatrix}.$$

Среди элементов определителей $\Delta_i(\lambda,x)$ находятся функции $\overline{B}_i(x)$. В свою очередь, функции $\overline{B}_i(x)$ содержать в себя неизвестную функцию $u(t,x)$ и в составе функции $f(x,\gamma)$. В самом деле, эта неизвестная функция находилась в правой части САУ (2.11). Чтобы вывести её из знака определителя выражение в (2.12) с учетом (2.8) запишем в следующем виде

$$\overline{B}_i(x)=B_{1i}(x)+\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(\theta,y)d\theta dy\cdot B_{2i}+\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy\cdot B_{3i},$$

где $B_{1i}(x)=\int\limits_0^T h(s,x)\cdot b_i(s)ds+\frac{\lambda}{\omega}\sum\limits_{j=1}^n A_{ij}\int\limits_0^T b_i(s)\cdot\psi(s)ds$,

$B_{k+1i}=\int\limits_0^T q_k(s)\cdot b_i(s)ds$, $k=1,2$.

В этом случае, согласно свойству определителя имеем

$$\Delta_i(\lambda,x)=\Delta_{1i}(\lambda,x)+\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(\theta,y)d\theta dy\cdot\Delta_{2i}(\lambda)+\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy\cdot\Delta_{3i}(\lambda),$$

где

$$\Delta_{ki}(\lambda)=\begin{vmatrix} 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{11} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{1(i-1)} & \overline{B}_{k1} & \frac{\lambda}{\omega}A_{1(i+1)} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{1n} \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{21} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{2(i-1)} & \overline{B}_{k2} & \frac{\lambda}{\omega}A_{2(i+1)} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\lambda}{\omega}A_{n1} & \ldots & \frac{\lambda}{\omega}A_{n(i-1)} & \overline{B}_{kn} & \frac{\lambda}{\omega}A_{n(i+1)} & \ldots & 1+\frac{\lambda}{\omega}A_{nn} \end{vmatrix},$$

$k=\overline{1,3}$, $\Delta_{1i}(\lambda)=\Delta_{1i}(\lambda,x)$, $\overline{B}_{1i}=\overline{B}_{1i}(x)$.

Тогда (2.14) приобретает вид

$$c_i(x)=\frac{\Delta_{1i}(\lambda,x)}{\Delta(\lambda)}+\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(\theta,y)d\theta dy\cdot\frac{\Delta_{2i}(\lambda)}{\Delta(\lambda)}+\int\limits_0^x f(y,\gamma)dy\frac{\Delta_{3i}(\lambda)}{\Delta(\lambda)},\ i=\overline{1,n}. \tag{2.15}$$

Подставляя (2.15) в (2.6), имеем следующее интегральное уравнение

$$u(t,x)=\Phi(t,x)+\int\limits_0^x\left[q_1(t)\cdot\int\limits_0^x\int\limits_0^T u(s,y)dsdy+q_2(t)\cdot f(y,\gamma)+\right.$$

$$\left.+\alpha_1(t)\cdot\int\limits_0^y\int\limits_0^T u(s,z)dsdz+\alpha_2(t)\cdot\int\limits_0^y f(z,\gamma)dz\right]dy, \tag{2.16}$$

где

$$\Phi(t,x)=h(t,x)+\lambda\sum_{i=1}^{n}\mu_i(t)\int\limits_0^x\frac{\Delta_{1i}(\lambda,y)}{\Delta(\lambda)}dy,$$

$$\gamma=\int\limits_0^T\int\limits_0^l H(s,\xi)u(s,\xi)d\xi ds,\ \alpha_k(t)=\lambda\sum_{i=1}^{n}\mu_i(t)\frac{\Delta_{k+1i}(\lambda)}{\Delta(\lambda)},\ k=1,2.$$

3. Теорема об однозначной разрешимости задачи (1.1) – (1.3)

Для произвольной функции $l(t,x)\in C(\Omega)$ расматривается следующая норма

$$\|l(t,x\|_C=\max\Big\{\big|l(t,x)\big|:(t,x)\in\Omega\Big\}.$$

Теорема 3.1. *Пусть:*

1) *Выполняются условия* (2.5), (2.10) *и* (2.13)*;*

2) $\beta=\max\Big\{\big|\Phi(t,x)\big|:(t,x)\in\Omega\Big\}<\infty$*;*

3) $M=\max\left\{\left|\int\limits_0^x\left[q_2(t)\cdot f(y,\gamma)+\alpha_2(t)\int\limits_0^y f(z,\gamma)dz\right]dy\right|:(t,x)\in\Omega\right\}<\infty$*;*

4) $\Big|f(x,\gamma_1)-f(x,\gamma_2)\Big|\le L(x)\Big|\gamma_1-\gamma_2\Big|,\ 0<L(x)\in C(\Omega_l)$*;*

5) $\rho=\delta_2+\delta_1\cdot\delta_3<1$, *где* $\delta_1=\int\limits_0^T\int\limits_0^l\Big|H(t,x)\Big|dxdt<\infty$,

$\delta_2=\max\left\{\int\limits_0^x|q_1(t)+\alpha_1(t)l|\,dy:(t,x)\in\Omega\right\}<\infty$.

$\delta_3=\max\left\{\int\limits_0^x\left|q_2(t)\cdot L(y)+\alpha_2(t)\int\limits_0^y L(z)dz\right|dy:(t,x)\in\Omega\right\}<\infty$.

Тогда в области Ω *существует единственное решение смешанной задачи* (1.1) – (1.3).

Доказательство. Рассмотрим следующий итерационный процесс для уравнения (2.16)

$$u_0(t,x)=0,\ u_{k+1}(t,x)=\Phi(t,x)+$$
$$+\int\limits_0^x\left[q_1(t)\cdot\int\limits_0^T u_k(s,y)ds+\alpha_1(t)\int\limits_0^y\int\limits_0^T u_k(s,z)dsdz\right]dy+$$
$$+\int\limits_0^x\left[q_2(t)\cdot f(y,\gamma_k)+\alpha_2(t)\int\limits_0^y f(z,\gamma_k)dz\right]dy,\ k=0,1,2,\dots,\tag{3.1}$$

где $\gamma_k=\int\limits_0^T\int\limits_0^l H(s,\xi)u_k(s,\xi)d\xi ds$.

В силу условий теоремы, из (3.1) получаем следующие оценки

$$\Big\|u_1(t,x)-u_0(t,x)\Big\|_C\le\beta+M,\tag{3.2}$$

$$\Big\|u_{k+1}(t,x)-u_k(t,x)\Big\|_C\le$$

$$\leq \max\left\{\int\limits_0^x \Big[|q_1(t)| \cdot \int\limits_0^T \Big\|u_k(s,y) - u_{k-1}(s,y)\Big\|_C ds + \right.$$

$$\left. + |\alpha_1(t)| \cdot \int\limits_0^y \int\limits_0^T \Big\|u_k(s,z) - u_{k-1}(s,z)\Big\|_C dsdz\Big] dy \; : (t,x) \in \Omega \right\} +$$

$$+ \delta_1 \max\left\{\int\limits_0^x \Big[|q_2(t)| \cdot L(y) \cdot \Big\|u_k(t,y) - u_{k-1}(t,y)\Big\|_C + \right.$$

$$\left. + |\alpha_2(t)| \int\limits_0^y L(z) \cdot \Big\|u_k(t,z) - u_{k-1}(t,z)\Big\|_C dz\Big] dy \; : (t,x) \in \Omega \right\} \leq$$

$$\leq \rho \cdot \Big\|u_k(t,x) - u_{k-1}(t,x)\Big\|_C. \tag{3.3}$$

Из оценок (3.2) и (3.3) следует, что оператор в правой части (2.16) является сжимающим. Следовательно, в области Ω смешанная задача (1.1) – (1.3) имеет единственное решение.

4. Заключение

В заключении отметим, что теория интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма в частных производных в настоящее время является одним из важнейших разделов современной теории уравнений математической физики. Рассмотрено нелинейное интегро-дифференциальное уравнение Фредгольма в частных производных четвертого порядка, для решения которого не применим метод Фурье разделения переменных. Доказана теорема об однозначной разрешимости смешанной задачи (1) – (3). Главной особенностью этого уравнения, которая позволяет свести данное уравнение к более простому и удобному для вычисления виду, является то, что ядро вырожденное. Данная работа может быть применена при теоретических исследованиях по интегро-дифференциальным уравнениям математической физики.

Список литературы

1. Алгазин С. Д., Кийко И. А., *Флаттер пластин и оболочек*, Наука, М., 2006, 248 с.

2. Абзалимов Р. Р., Саляхова Е. В., “Разностно-аналитический метод вычисления собственных значений для уравнений четвертого порядка с разделенными краевыми условиями”, *Известия вузов. Математика*, 2008, №11, 3 – 11.

3. Джураев Т. Д., Сопуев А., *К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка*, Фан, Ташкент, 2000, 144 с.

4. Мамедов И. Г., “Фундаментальное решение начально-краевой задачи для псевдопараболического уравнения четвертого порядка с негладкими коэффициентами”, *Владикав. мат. журнал*, **12** (2010), 17 – 32.

5. Мукминов Ф. Х., Биккулов И. М., "О стабилизации нормы решения одной смешанной задачи для параболических уравнений 4-го и 6-го порядков в неограниченной области", *Мат. сборник*, **195**:3 (2004), 115 – 142.

6. Смирнов М. М., *Модельные уравнения смешанного типа четвертого порядка*, ЛГУ, Л., 1972, 123 с.

7. Юлдашев Т. К., "О смешанной задаче для нелинейного уравнения в частных производных четвертого порядка с отражающим отклонением", *Вестник Южно-УралГУ. Серия: Математика. Механика. Физика*, 2011, № 10 (227), 40 – 48.

8. Юлдашев Т. К., "О смешанной задаче для одного нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка", *Журн. СВМО*, **14**:2 (2012), 137 – 142.

9. Юлдашев Т. К., "О разрешимости смешанной задачи для линейного параболо-гиперболического интегро-дифференциального уравнения Фредгольма", *Журн. СВМО*, **15**:3 (2013), 158 – 163.

10. Юлдашев Т. К., "Обратная задача для одного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма в частных производных третьего порядка", *Вестн. СамГТУ. Серия: Физ.-мат. науки*, **34**:1 (2014), 56 – 65.

11. Юлдашев Т. К., "Двойная обратная задача для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма эллиптического типа", *Вестн. СамГТУ. Серия: Физ.-мат. науки*, **35**:2 (2014), 39 – 49.

12. Юлдашев Т. К., Шабадиков К. Х., "Обратная задача для гиперболического интегро-дифференциального уравнения Фредгольма", *Таврическ. вестн. информатики и математики*, **24**:1 (2014), 73 – 81.

13. Юлдашев Т. К., Лоскутова А. Г., "Обратная задача для эллиптического интегро-дифференциального уравнения Фредгольма", *Журн. СВМО*, **16**:3 (2014), 87 – 93.

14. Юлдашев Т. К., "Об одном интегро-дифференциальном уравнении Фредгольма в частных производных третьего порядка", *Изв. вузов. Математика*, 2015, № 9, 74 – 79.

15. Юлдашев Т. К., Новоселов О. В., "Об одном интегро-дифференциальном уравнении Фредгольма в частных производных четвертого порядка с вырожденным ядром", *Журн. СВМО*, **17**:1 (2015), 128 – 134.

On solvability of a mixed problem for fredholm integro-differential equation of fourth order with degenerate kernel

© **T. K. Yuldashev**[2]

Abstract. It is studying the one value solvability of a mixed value problem for a nonlinear partial Fredholm integro-differential equation of the fourth order with degenerate kernel. It is developed the method of degenerate kernel to the case of partial Fredholm integro-differential equations of the fourth order. A distinctive feature of this work is that it was possible to obtain an approximate calculation formula for solving the considering mixed value problem. The nonlinear mixed value problem is reduced to a system of integral equations with complex right-hand side. The system of integral equations is considered as a system of algebraic equations under certain condition. It is founded a method for solving the system of algebraic equations that can be identify unknown functions in the right-hand side of the system. It is obtained the nonlinear Volterra integral equation of the second kind with respect to the second argument. It is proved the theorem of one value solvability of the mixed value problem for a nonlinear partial Fredholm integro-differential equation of the fourth order with degenerate kernel. In this it is used the method of successive approximations.

Key Words: mixed value problem, integro-differential equation, Fredholm type equation. degenerate kernel, system of algebraic equations, one valued solvability

[2] Associate professor of Higher Mathematics Chair, M. F. Reshetnev Siberian State Aerospace University, Krasnoyarsk, tursunbay@rambler.ru