УДК 517.9

Обобщение модели отбора поведения в социально-экономических системах

© О. А. Кузенков[1], Е. А. Рябова[2]

Аннотация. В статье рассматривается ряд обобщений модели выбора поведения в социально-экономической системе, предложенной И.Г. Поспеловым. В отличие от модели И.Г. Поспелова рассматривается процесс в непрерывном времени. Предложенные модели описываются системами с наследованием. Проведено их исследование на основе математической теории отбора. Предложен алгоритм поведения, обеспечивающий при любых начальных условиях отбор стратегии с наилучшими характеристиками.

Ключевые слова: социально-экономические системы, самовоспроизводящиеся системы, отбор стратегии

Введение

Проблема изучения мотивации поведения людей является важнейшей не только в социологических исследованиях. Изучение поведения человека как субъекта экономических отношений – одна из основных проблем экономической теории [1]–[3].

Динамику поведения в больших однородных социальных группах описывают модели адаптивно-подражательного поведения [4], [5]. В последние десятилетия исследованием таких моделей занимается эволюционная теория игр [6], [7], которая изучает выбор стратегии поведения субъектами социальной группы в типичных, многократно повторяющихся конфликтных ситуациях и пытается предсказать, какого поведения следует ожидать. При этом функция выигрыша характеризует успех отдельных стратегий, а не отдельных участников взаимодействия.

Этот подход можно применить и к моделированию экономических процессов, поскольку любое конкретное решение о производстве, потреблении и распределении принимается отдельными субъектами (индивидуумами или организациями), обладающими ограниченной информацией о состоянии и будущем развитии всей системы. Такие центры принятия решений в экономике называют ролями [2]. Типичными ролями являются, например, роль управляющего предприятием, принимающего решения, что, когда и как производить, роль потребителя, решающего, какие товары приобретать, роль рабочего на рынке труда, решающего, где и на каких условиях работать и т. п. Исполняя роль, субъект может изобрести какие-то новые виды и способы действия в этой роли. При этом средства и система ролей перестраиваются, адаптируясь к новым возможностям.

Но система ролей не может быть произвольной, она обязана, по крайней мере, удовлетворять условию соответствия ролей и интересов (мотивов). В моделях экономики такое согласование обычно принимается как очевидное: производитель максимизирует прибыль (или стремится выполнить план), потребитель максимизирует полезность своего потребления и т. п.. Механизмом, поддерживающим определенное согласование интересов, является, например, наказание за «неправильное поведение», включающее административные взыскания, финансовое разорение, моральные санкции. Субъект, подпадающий под

[1] Доцент кафедры численного и функционального анализа ННГУ им. Н.И. Лобачевского; kuzenkov_o@mail.ru

[2] Старший преподаватель кафедры численного и функционального анализа ННГУ им. Н.И. Лобачевского; riabova-ea@rambler.ru

их действие, вынужден прекратить исполнять данную роль или изменить свой способ действий. В работе [2] И.Г. Поспелова предложена абстрактная дискретная модель, позволяющая изучить вопрос об эффективности таких механизмов регулирования (отбора) поведения и описать результат их действия на языке мотивации субъекта. Механизмы регулирования поведения в модели характеризует набор постоянных «частот неудач».

Целью данной работы является, во-первых, обобщение дискретной модели, предложенной в [2], на непрерывный случай, что позволяет применить к исследованию методы математической теории отбора [8]–[10]. Во-вторых, модификация модели с учетом изменяющихся «частот неудач», характеризующих внешнее воздействие на систему, в случае, когда субъект при выборе стратегии руководствуется исключительно ее популярностью (т. е. просто подражает другим субъектам). При этом нас будет интересовать возможность отбора одной объективно ценной стратегии при исполнении субъектами своей роли [11], [12].

1. Базовая модель отбора стратегии поведения

Пусть $M = \{v_1, \ldots, v_n\}$ – конечное множество стратегий, которые субъект может использовать при исполнении своей роли; S – конечное множество субъектов, параллельно исполняющих одну и ту же роль, используя различные стратегии, мощность этого множества равна $|S|$; $s_i(t)$ – число субъектов, использующих стратегию v_i в момент времени t, $v_i \in M$. Распределение субъектов по стратегиям

$$s(t) = \{(s_1(t), \ldots, s_n(t)) : s_i(t) \geq 0,\ i = \overline{1, n},\ \sum_{i=1}^{n} s_i(t) \equiv |S|\} \tag{1.1}$$

характеризует состояние рассматриваемой системы.

Пусть $x_i(t) = s_i(t)/|S|$ – удельная доля числа субъектов, осуществляющих выбор стратегии v_i в момент времени t, – так называемая популярность или частота использования стратегии $v_i \in M$. Очевидно, что в каждый момент времени t вектор $x = (x_1, \ldots, x_n)$ принадлежит стандартному n-мерному симплексу

$$S_n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \geq 0,\ i = \overline{1, n},\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1\}. \tag{1.2}$$

Предполагается, что в течение малого промежутка времени $(t, t + \Delta t)$ субъект, использующий стратегию v_i, независимо от предыстории и действий других субъектов с вероятностью $\omega_i \Delta t + o(\Delta t)$ подпадает под действие механизма отбора поведения и оказывается вынужденным сменить свою стратегию. Набор постоянных $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$, называемых «частоты неудач», характеризует в модели среду, в которой субъекты исполняют свою роль. Эта гипотеза означает, что с точностью до бесконечно малой $o(\Delta t)$ вероятность изменения стратегии v_i пропорциональна времени Δt ее использования (чем дольше используется определенная стратегия, тем выше вероятность перехода к другим вариантам поведения). Предполагается, что субъекты не осознают связь между стратегией и частотой неудачи или игнорируют ее. Субъект, изменяющий свою стратегию v_i, выбирает новую стратегию $v_j \in M$ с вероятностью $p_j(t)$ ($p_j(t) \geq 0$, $\sum_{j=1}^{n} p_j(t) \equiv 1$). Этот выбор может зависеть от состояния $s(t)$, но не зависит от предыстории процесса. Можно также, считать, что субъект, потерпевший неудачу, «выбывает из игры», и его место занимает новый, выбирающий стратегию v_i с вероятностью $p_i(t)$.

С учетом этих предположений примем следующие гипотезы.

1. Субъект в момент времени t реализует только одну стратегию.

2. Если в некоторый момент времени t субъект реализует стратегию v_i, то вероятность того, что за время $(t, t+\Delta t)$ он перейдет к реализации другой стратегии v_j, равна $p_j(t)(\omega_i \Delta t + o(\Delta t))$ $(j \neq i)$. Кроме того, даже попав под действие механизма отбора поведения, субъект может продолжить реализацию стратегии v_i с вероятностью

$$1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} p_j(t)\omega_i \Delta t + o(\Delta t).$$

3. Вероятность того, что за время $(t, t+\Delta t)$ субъект осуществляет более одного изменения стратегии поведения, имеет порядок малости более высокий, чем Δt.

Эти гипотезы определяют динамику использования стратегии как случаный процесс. При этом матрица переходов, описывающая вероятность изменения стратегии, имеет вид:

$$\Pi(t, \Delta t) = \begin{pmatrix} 1 - \sum\limits_{j=2}^{n} p_j(t)\omega_1 \Delta t + o(\Delta t) & \dots & p_n(t)\omega_1 \Delta t + o(\Delta t) \\ p_1(t)\omega_2 \Delta t + o(\Delta t) & \ddots & p_n(t)\omega_2 \Delta t + o(\Delta t) \\ \vdots & & \vdots \\ p_1(t)\omega_n \Delta t + o(\Delta t) & \cdots & 1 - \sum\limits_{j=1}^{n-1} p_j(t)\omega_n \Delta t + o(\Delta t) \end{pmatrix}.$$

Векторы $x(t)$ и $x(t+\Delta t)$ связаны соотношением $x(t+\Delta t) = x(t)\Pi(t, \Delta t)$. В частности,

$$\Delta x_i = x_i(t+\Delta t) - x_i(t) = x_i(t)\left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} p_j(t)\omega_i \Delta t\right) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} x_j p_i(t)\omega_j \Delta t + o(\Delta t), \ \ i = \overline{1, n}.$$

Отсюда нетрудно вывести дифференциальное уравнение изменения частоты использования i-й стратегии:

$$\dot{x}_i = -\omega_i x_i + p_i(t)\sum_{j=1}^{n} \omega_j x_j, \quad i = \overline{1, n}. \tag{1.3}$$

Нетрудно видеть, что сумма правых частей данных уравнений равна нулю, следовательно, система (1.3) является системой на стандартном симплексе [9].

2. Сравнение стратегий

На множестве M различных стратегий можно ввести отношение порядка аналогично тому, как это было сделано в работах [13], [14].

Определение 2.1. *Будем говорить, что стратегия v_i лучше стратегии v_j, и обозначать это $v_i \succ v_j$, если предел отношения частоты использования j-й стратегии к частоте использования i-й стратегии стремится к нулю при стремлении времени к бесконечности:* $\lim\limits_{t \to \infty} \dfrac{x_j}{x_i} = 0$.

Таким образом, на множестве M различных вариантов поведения устанавливается порядок предпочтительности. При этом субъекты с i-м вариантом поведения вытесняют субъектов, реализующих стратегию v_j. Поскольку справедливо равенство $\sum_{i=1}^{n} s_i(t) = |S|$, где $|S|$ – постоянное количество субъектов, и $v_i \succ v_j$, то количество субъектов, осуществляющих j-й вариант поведения стремится к нулю с течением времени. Действительно, так как $s_j = \frac{s_i s_j}{s_i} \le |S|\frac{s_j}{s_i} = |S|\frac{x_j}{x_i}$, то $\lim\limits_{t\to\infty} s_j = 0$. Следовательно, стратегия v_j постепенно перестает использоваться. Неограничено долго может использоваться только та стратегия, которой подчинены все остальные варианты поведения относительно введенного порядка.

Целесообразно выразить введенный порядок предпочтительности через сравнение величин, характеризующих частоту использования той или иной стратегии.

Пусть $F_i(x,t)$ есть скорость изменения частоты использования стратегии v_i:

$$\dot{x}_i = F_i(x,t), \quad i = \overline{1,n}, \tag{2.1}$$

тогда функция $F_i(x,t)/x_i$ называется относительной скоростью изменения частоты использования стратегии v_i или коэффициентом воспроизводства стратегии v_i. Справедливы следующие утверждения.

Т е о р е м а 2.1. *Стратегия v_i лучше стратегии v_j $(v_i \succ v_j)$ тогда и только тогда, когда имеет место предельное равенство*

$$\lim_{t\to\infty} \int_{t_0}^{t} \left(\frac{F_i}{x_i} - \frac{F_j}{x_j}\right) dt = +\infty. \tag{2.2}$$

Для того чтобы стратегия v_i была наилучшей из возможных, т. е. $v_i \succ v_j$ для всех $v_j \in M \setminus \{v_i\}$, необходимо и достаточно одновременного выполнения предельных равенств (2.2) для всех $j = \overline{1,n}$, $j \ne i$.

О п р е д е л е н и е 2.2. *Пусть $\xi(t)$ – непрерывная функция. Если предел $\lim\limits_{t\to\infty} \frac{1}{t}\int\limits_{t_0}^{t} \xi(\tau)d\tau$ существует, то величина $\langle\xi\rangle = \lim\limits_{t\to\infty} \frac{1}{t}\int\limits_{t_0}^{t} \xi(\tau)d\tau$ называется временным средним значением функции $\xi(t)$.*

З а м е ч а н и е 2.1. *Если непрерывная функция $\xi(t)$ имеет предел при $t \to \infty$, то ее временное среднее значение равно этому пределу.*

Действительно, $\langle\xi\rangle = \lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{\int\limits_{t_0}^{t} \xi(\tau)d\tau}{t} = \lim\limits_{t\to\infty} \xi(t),$ как следует из правила Лопиталя.

С л е д с т в и е 2.1. *Пусть существуют различные временные средние значения $\langle F_i/x_i\rangle$, $\langle F_j/x_j\rangle$ коэффициентов воспроизводства стратегий v_i и v_j $(\langle F_i/x_i\rangle \ne \langle F_j/x_j\rangle)$. Для справедливости соотношения $v_i \succ v_j$ необходимо и достаточно выполнения неравенства*

$$\langle F_i/x_i\rangle > \langle F_j/x_j\rangle. \tag{2.3}$$

Для того чтобы стратегия v_i была наилучшей из возможных, необходимо и достаточно одновременного выполнения неравенств (2.3) для всех $j = \overline{1,n}$, $j \ne i$.

Скорость изменения частоты использования стратегии v_i может задаваться уравнением

$$\dot{x}_i = \Phi_i(x,t) - x_i \sum_{j=1}^{n} \Phi_j(x,t), \quad i = \overline{1,n}. \tag{2.4}$$

Это, так называемое, репликаторное уравнение, лежащее в основе эволюционной динамики [15]–[19]. Стандартный симплекс (1.2) является инвариантным относительно дифференциального преобразования, задаваемого репликаторным уравнением (2.4): начинающаяся на стандартном симплексе траектория, соответствующая решению репликаторного уравнения, никогда его не покинет.

Следствие 2.2. *Пусть существуют временные средние* $\langle \Phi_i/x_i \rangle$, $\langle F_i/x_i \rangle$ *и*

$$\langle \Phi_i/x_i \rangle \neq \langle \Phi_j/x_j \rangle . \tag{2.5}$$

Стратегия v_i *лучше стратегии* v_j *тогда и только тогда, когда*

$$\langle \Phi_i/x_i \rangle > \langle \Phi_j/x_j \rangle . \tag{2.6}$$

Стратегия v_i *будет наилучшей из возможных тогда и только тогда, когда соотношения* (2.5), (2.6) *выполняются для всех* $j = \overline{1,n}$, $j \neq i$.

3. Исследование базовой модели отбора стратегии

3.1. Неизменяемость априорных представлений о стратегии

Пусть субъекты имеют о стратегии v_i априорные представления θ_i. Если в процессе использования стратегии субъекты не извлекают опыта из осуществления данного варианта поведения, то каждый раз вероятность выбора той или иной стратегии обусловлена лишь априорными представлениями о ней, которые не изменяются с течением времени. Таким образом, вероятность $p_i(t)$ выбора новой стратегии v_i является постоянной величиной: $p_i(t) \equiv \theta_i$. В этом случае система (1.3) является линейной и частота использования стратегии v_i есть величина постоянная:

$$x_i(t) = \frac{\theta_i/\omega_i}{\sum\limits_{j=1}^{n} \theta_j/\omega_j},$$

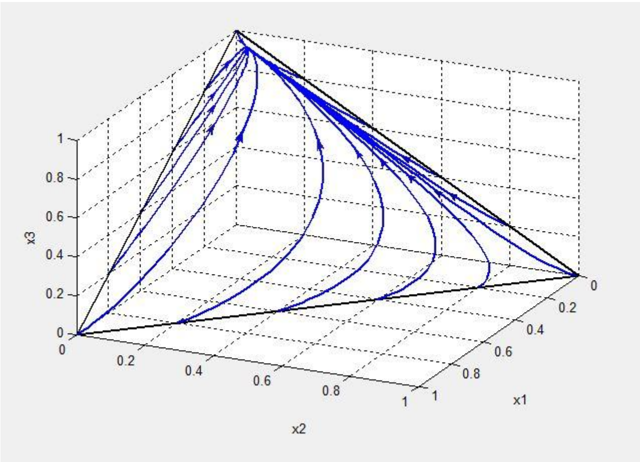
обусловленная набором постоянных «частот неудач» ω и не изменяющимися априорными представлениями о стратегиях $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n)$. Таким образом, выработки определенного поведения в системе не происходит.

3.2. Корректировка априорных представлений

Предположим, что при выборе стратегии v_i субъект руководствуется с вероятностью ε^* $(0 \leq \varepsilon^* < 1)$ своими априорными представлениями θ_i о ней, а с вероятностью $1-\varepsilon^*$ – популярностью данной стратегии среди других субъектов (подражает другим субъектам):

$$p_i(t) = \varepsilon^* \theta_i + (1-\varepsilon^*) x_i(t). \tag{3.1}$$

При малом фиксированном ε^* система (1.3), (3.1) является близкой к системе отбора [9], т. е. выработки определенного поведения в системе не происходит, но стратегия с наименьшей «частотой неудач» становится заметно популярнее других. Результаты численного решения системы (1.3), (3.1) при $n = 3$ приведены на рис. 3.1.



Р и с у н о к **3.1**
Фазовый портрет системы (1.3), (3.1)

3.3. Подражание при отсутствии априорных представлений

Если при выборе стратегии v_i субъект руководствуется исключительно популярностью стратегии среди других субъектов, т. е. просто подражает другим субъектам, то $\varepsilon^* = 0$ в формуле (3.1) и $p_i(t) = x_i(t)$. В этом случае система (1.3) имеет вид

$$\dot{x}_i = -\omega_i x_i - x_i \sum_{j=1}^{n} (-\omega_j x_j), \ i = \overline{1,n}. \tag{3.2}$$

Такие системы вида (2.4) подробно изучались в работе [9]. Было доказано, например, что если $\omega_1 < \min\limits_{j=\overline{2,n}} \omega_j$, то независимо от начальных условий, принадлежащих стандартному симплексу (1.2), $x_1(t) \to 1$ при $t \to \infty$, в то время, как $x_j \to 0$, $j = \overline{2,n}$. Таким образом, вне зависимости от начальных условий со временем субъекты используют только стратегию v_1, соответствующую минимальной «частоте неудачи» ω_1, т. е. в системе происходит выработка определенного поведения при исполнении роли в данных условиях.

4. Модификация базовой модели

4.1. Вариация «частот неудач»

Модифицируем модель (1.3). Рассмотрим случай пункта 3.3., но в предположении, что «частоты неудач» ω_i являются функциями времени, $i = \overline{1,n}$. Обозначим $a_i(t) = -\omega_i$ в системе (1.3), $i = \overline{1,n}$. Тогда функция $a_i(t)$ будет иметь смысл «частоты удачи» и выражать субъективную оценку эффективности i-го варианта поведения, меняющуюся с течением времени. Система (3.2) при этом прмиет вид

$$\dot{x}_i = a_i(t) x_i - x_i \sum_{j=1}^{n} a_j(t) x_j, \ i = \overline{1,n}. \tag{4.1}$$

Пусть объективная ценность i-го варианта поведения выражается константой b_i, тогда разность $b_i - a_i$ имеет смысл резерва неучтенной информации при изучении субъектами варианта поведения $v_i \in M$. Положим, что с течением времени по мере накопления информации о варианте поведения его субъективная оценка эффективности приближается к объективной ценности, причем скорость изменения оценки эффективности пропорциональна удельной доле субъектов, использующих эту стратегию, с коэффициентом пропорциональности, равном резерву неучтенной информации. В этом случае функции $a_i(t)$ подчиняются следующей системе уравнений:

$$\dot{a}_i = (b_i - a_i)x_i, \ i = \overline{1, n}. \tag{4.2}$$

Кроме этого, на изменение субъективной оценки эффективности i-й стратегии поведения может влиять косвенное приобретение информации о ней при изучении других вариантов поведения. Тогда функции $a_i(t)$ будут удовлетворять системе уравнений

$$\dot{a}_i = (b_i - a_i)(x_i + \varepsilon^*), \ i = \overline{1, n}, \tag{4.3}$$

где малая положительная константа ε^* отражает косвенное приобретение информации о стратегии v_i за счет изучения других вариантов поведения.

Теорема 4.1. *Если динамика использования стратегий из множества M описывается системой* (4.1), (4.3) *и* $b_1 > \max\limits_{j=\overline{2,n}} b_j$, *то стратегия v_1 является наилучшей из возможных вне зависимости от начальных условий.*

Доказательство. Докажем сначала равенство $\langle a_i \rangle = b_i$. Нетрудно видеть, что уравнение (4.3) равносильно следующему дифференциальному уравнению

$$\frac{d(a_i - b_i)}{a_i - b_i} = -(x_i + \varepsilon^*)\, dt.$$

Тогда $a_i - b_i = (a_i(t_0) - b_i) \exp\left(-\int\limits_{t_0}^{t} (x_i + \varepsilon^*)\, dt\right)$, где $\int\limits_{t_0}^{t} (x_i + \varepsilon^*)\, dt \geq \int\limits_{t_0}^{t} \varepsilon^*\, dt \to +\infty$ при $t \to \infty$, и $\lim\limits_{t\to\infty} \exp\left(-\int\limits_{t_0}^{t} (x_i + \varepsilon^*)\, dt\right) = 0.$ Таким образом, $\lim\limits_{t\to\infty} a_i = b_i,$ что означает стремление с течением времени субъективной оценки эффективности i-го варианта поведения к объективной ценности этой стратегии. Согласно замечанию 2.1. справедливо равенство $\langle a_i \rangle = b_i$. Поскольку по условию теоремы $\langle a_1 \rangle > \langle a_j \rangle$ для всех $j = \overline{2, n}$, то в силу следствия 2.2. стратегия v_1 является наилучшей из возможных, что и требовалось доказать. Доказательство закончено.

Теорема 4.2. *Если динамика использования стратегий из множества M описывается системой* (4.1), (4.2) *и* $b_1 > \max\limits_{j=\overline{2,n}} b_j$, *то вариант выработанного поведения при исполнении роли зависит от начальных условий.*

Доказательство. Рассмотрим модель (4.1), (4.2) при $n = 2$. С учетом того, что $x_2 = 1 - x_1$, получим систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1(1 - x_1)(a_1 - a_2), \\ \dot{a}_1 &= x_1(b_1 - a_1), \\ \dot{a}_2 &= (1 - x_1)(b_2 - a_2), \end{cases} \tag{4.4}$$

Данная система имеет инвариантную плоскость $a_2 = b_2$. Действительно, в этом случае последнее уравнение в системе (4.4) обращается в тождество. На инвариантной плоскости $a_2 = b_2$ система (4.4) сводится к виду

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x_1} & = & x_1(1-x_1)(a_1-b_2), \\ \dot{a_1} & = & x_1(b_1-a_1). \end{array} \right. \tag{4.5}$$

Нетрудно видеть, что точки с координатой $x_1 = 0$, и точка с координатами $x_1 = 1$, $a_1 = b_1$ являются состояниями равновесия системы (4.5). Состояния равновесия на прямой $x_1 = 0$ устойчивы при $a_1 < b_2$ и не устойчивы при $a_1 > b_2$. Фазовые траектории на инвариантной плоскости могут быть построены с помощью метода изоклин (рис. 4.1).

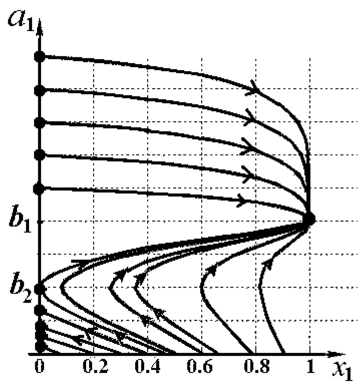


Рисунок **4.1**

Фазовые траектории системы (4.4) на инвариантной плоскости $a_2 = b_2$

Как видно из рис. 4.1, в результате такого процесса при любых начальных условиях в системе обязательно происходит выработка (отбор) определенного поведения. Тем не менее, результат этого отбора зависит от исходного состояния. Какая из стратегий будет наилучшей зависит от начальных условий. Несмотря на то, что объективная ценность стратегии v_1 выше стратегии v_2 $(b_1 > b_2)$, при определенных начальных условиях $x_1(t_0)$ стратегия v_1 перестает использоваться, все субъекты с течением времени принимают стратегию v_2. Это происходит из-за того, что в начальный момент времени большее количество субъектов использует стратегию v_2 и субъектам не хватает времени для достаточного изучения вариантов поведения.

Доказательство закончено.

4.2. Замедление процесса смены стратегии

В базовой модели предполагалось, что в течение промежутка времени $(t, t+\Delta t)$ субъект, использующий стратегию v_i, независимо от предыстории и действий других субъектов с вероятностью $\omega_i \Delta t + o(\Delta t)$ подпадает под действие механизма отбора поведения и оказывается вынужденным сменить свою стратегию. Замедлим этот процесс, считая, что смена стратегии по независящим от субъектов причинам происходит с вероятностью $\frac{\omega_i}{t}\Delta t + o(\Delta t)$, $t > 1$. При этом, так же как и в предыдущем случае, будем варьировать $\omega_i = -a_i(t)$ по закону (4.2). В этом случае модель (1.3) принимает вид

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dfrac{a_i}{t}x_i - x_i \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \dfrac{a_j}{t}x_j, i = \overline{1,n} \\ \dot{a}_i = x_i(b_i - a_i),\, i = \overline{1,n},\, t \geq t_0 = 1. \end{cases} \tag{4.6}$$

Тогда справедливо следующее утверждение.

Т е о р е м а 4.3. *Если динамика использования стратегий из множества M описывается системой (4.6), где $b_1 > \max\limits_{j=\overline{2,n}} b_j$, и найдется число $\varepsilon \in (0,1)$ такое, что имеют место следующие неравенства $|a_1^0 - a_j^0| < 1-\varepsilon$, $|b_1 - b_j| < 1-\varepsilon$, $|a_1^0 - b_j| < 1-\varepsilon$, $|a_j^0 - b_1| < 1-\varepsilon$, то стратегия v_1 является наилучшей из возможных вне зависимости от начальных условий.*

Заключение

В статье рассмотрены модели социо-экономического поведения. Проведено их исследование на основе математической теории отбора. Предложен алгоритм поведения, обеспечивающий при любых начальных условиях устойчивый отбор стратегии с наилучшими характеристиками.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-01-12452 офи_м2.

Список литературы

1. И.Г. Поспелов, *Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов*, М.: ВЦ РАН, 2003, 200 с.

2. И.Г. Поспелов, "Модель отбора поведения в социально-экономических системах", *Труды конференции*, Моделирование социального поведения., М.: МГУ, 2001, 37-42.

3. Д.С. Петросян, "Концептуальные и математические модели поведения человека как экономического агента", *Аудит и финансовый анализ*, 2009, № 1, 9.3.

4. А.А. Васин, А.В. Богданов, "Модели адаптивно-подражательного поведения: I. Связь с равновесиями Нэша и решениями по доминированию", *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2002, № 1, 102-111.

5. А.А. Васин, А.В. Богданов, "Модели адаптивно-подражательного поведения: II. Устойчивость смешанных равновесий", *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2002, № 2, 97-103.

6. P. Taylor, L. Jonker, "Evolutionary stable strategies and game dynamics", *Mathematical Biosciences*, **40** (1978), 145-156.

7. J. Hofbauer, K. Sigmund, "Evolutionary game dynamics", *Bull. (New Series) American Math. Soc.*, **40**:4 (2003), 479-519.

8. A.N. Gorban, "Selection Theorem for Systems with Inheritance", *Math. Model. Nat. Phenom.*, **2**:4 (2007), 1-45.

9. О.А. Кузенков, Е.А. Рябова, *Математическое моделирование процессов отбора: Учеб. пособие*, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007, 324 с.

10. G.P. Karev, "On mathematical theory of selection: continuous time population dynamics", *J. Math. Biol.*, **60**:1 (2010), 107-129.

11. О.А. Кузенков, Е.А. Рябова, “Некоторые аспекты оптимизации самовоспроизводящихся систем”, *Журнал СВМО*, **15**:3 (2013), 89-99.

12. О.А. Кузенков, Е.А. Рябова, “Критерий оптимальности управления в системах авторепродукции”, *Труды ВСПУ-2014*, М.: ИПУ РАН, 2014, 725-733.

13. О.А. Кузенков, Е.А. Рябова, “Порядок предпочтительности в системе измеримых множеств, вводимый с помощью уравнения динамики меры”, *Математическое моделирование. Оптимальное управление. Вестник нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, **5**:2 (2012), 126-132.

14. О.А. Кузенков, Е.А. Рябова, “Отношение порядка в системах авторепродукции”, *Журнал СВМО*, **16**:2 (2014), 69-75.

15. I.M. Bomze, “Lotka-Volterra equations and replicator dynamics: a two dimentional classification”, *Biol. Cybernetics*, 1983, 48, 201-211.

16. A.S. Bratus, V.P. Posvyanskii, A.S. Novozhilov, “A note on the replicator equation with explicit space and global regulation”, *Mathematical Biosciences and Engineering (MBE)*, **8**:3 (2011), 659-676.

17. R. Cressman, *Evolutionary Dynamics and Existence Form Games*, MIT Press, Cambridge, 2003.

18. M. Eigen, “Self-Organization of Matter and the Evolution of Biological Macromolecules”, *Naturwissenschaften*, **58** (1971), 465-523.

19. G.P. Karev, “Replicator Equations and Models of Biological Populations and Communities”, *Math. Model. Nat. Phenom.*, **9**:3 (2014), 68-95.

Generalization of the behavior selection model in socio-economic systems

© O. A. Kuzenkov[3], E. A. Ryabova[4]

Abstract. In this article row of generalizations of behavior selection model in socio-economic system suggested by I.G. Pospelov is considered. In contrast to I.G. Pospelov's model process is considered in continuous time. Proposed models are described by systems with inheritance. They are analyzed basing on the mathematical theory of selection. Algorithm of behavior, which provides strategy selection with the best characteristics for any initial conditions, is proposed.

Key Words: Socio-economic systems, replicating system, strategy selection.

[3] Associate Professor of numerical and functional analysis of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod; kuzenkov_o@mail.ru

[4] Senior teacher of chair numerical and functional analysis of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod; riabova-ea@rambler.ru