

УДК 517.9

Прогнозные оценки в моделях системной динамики

© С. И. Спивак¹, О. Г. Кантор², И. Р. Салахов³

Аннотация. Разработана процедура получения интервальных прогнозных оценок в модели системной динамики, апробация которой осуществлена на примере модели численности населения Российской Федерации.

Ключевые слова: системная динамика, интервальные прогнозные оценки

Социально-экономическое прогнозирование является одним из решающих научных факторов формирования стратегии и тактики общественного развития, способствующих обоснованию ключевых траекторий развития общества и предвидению последствий принимаемых решений.

Для непосредственной реализации социально-экономического прогнозирования разработаны общие научные методы, которые образуют группы формальных и экспертных методов.

Формализованные методы принято подразделять на модели временных рядов и модели предметных областей. В последних подразумевается детальное изучение всех вводимых в рассмотрение факторов, выявление связей и закономерностей между ними. Все формализованные методы базируются на использовании некоей исходной статистической информации и от того, насколько построенная модель соотносится с ними, можно судить о ее качественных характеристиках, и в первую очередь о точности.

Прогнозные оценки в рамках формализованных методов получают на основе экстраполяции построенных моделей. При этом можно говорить о точечных и интервальных прогнозных оценках, под которыми в первом случае подразумевается фиксированное значение показателя, а во втором – возможные границы его изменения. Интервальные оценки значений показателя целесообразно дополнять информацией о вероятности, с которой наблюдаемая величина может принимать указанные значения. Это позволит с большей степенью доверия относиться к получаемым прогнозным оценкам.

С позиций сказанного авторами была поставлена цель разработать алгоритм получения интервальных прогнозных оценок в модели системной динамики, позволяющий учитывать вероятности попадания наблюдаемых величин в соответствующие интервалы. Реализация поставленной цели осуществлялась на модели системной динамики численности населения Российской Федерации, исследованной авторами в работах [2][3][4][5].

Системная динамика – один из методов изучения сложных задач с нелинейными обратными связями, разработанный Дж. Форрестером, признанным специалистом в области теории управления [1][6]. Согласно методу системной динамики предполагается исследование поведения наблюдаемых величин, связи между которыми описываются дифференциальными уравнениями и имеют вполне конкретную спецификацию. Непосредственный вид функциональных зависимостей подразумевает, что параметры моделей должны быть известны. Однако такое возможно далеко не всегда, а лишь в тех случаях, когда между переменными модели существует очевидная связь. Для более сложных ситуаций определяются параметры уравнений системной динамики, обеспечивающих адекватное описание

¹ Заведующий кафедрой математического моделирования, Башкирский государственный университет, г. Уфа; s. spivak@bashnet.ru.

² Старший научный сотрудник, ИСЭИ УНЦ РАН, г. Уфа; o_kantor@mail.ru.

³ Аспирант, Башкирский государственный университет, г. Уфа; salah-off@mail.ru.

имеющихся экспериментальных наблюдений. При этом с целью снижения неопределенности, целесообразным является в дополнение к экспериментальным наблюдениям, учитывать любую имеющуюся в распоряжении исследователя информацию.

По своей сути задача определения параметров любых зависимостей, описывающих поведение наблюдаемых величин на основании экспериментальных данных, является обратной, а непосредственная реализация обратных задач предполагает проведение вычислительного эксперимента.

Для построения модели системной динамики численности населения Российской Федерации в качестве переменных, были выбраны следующие три:

- N - численность населения РФ, чел.;
- D - душевые доходы за год, руб./чел. в год;
- I - индекс потребительских цен, доля ед.

Также в модель была включена вспомогательная переменная $S = \frac{ND}{I}$, которая по своей сути представляет реальный денежный доход, которым обладало население страны за год с учетом изменяющихся цен. Исходная информация для построения модели была взята из официальных статистических источников РФ за период с 1998 по 2009 гг. По результатам специально организованного численного эксперимента, описанного в работах [2][3][4] были получены значения параметров модели – показатели степеней переменных и константы-сомножители каждого слагаемого модели (1.1)-(1.3):

$$\frac{dN}{dt} = 8,139 \cdot 10^{-22} N^{0,05} S^2 - 64,1 \cdot N^{0,03} S^{0,3} \quad (1.1)$$

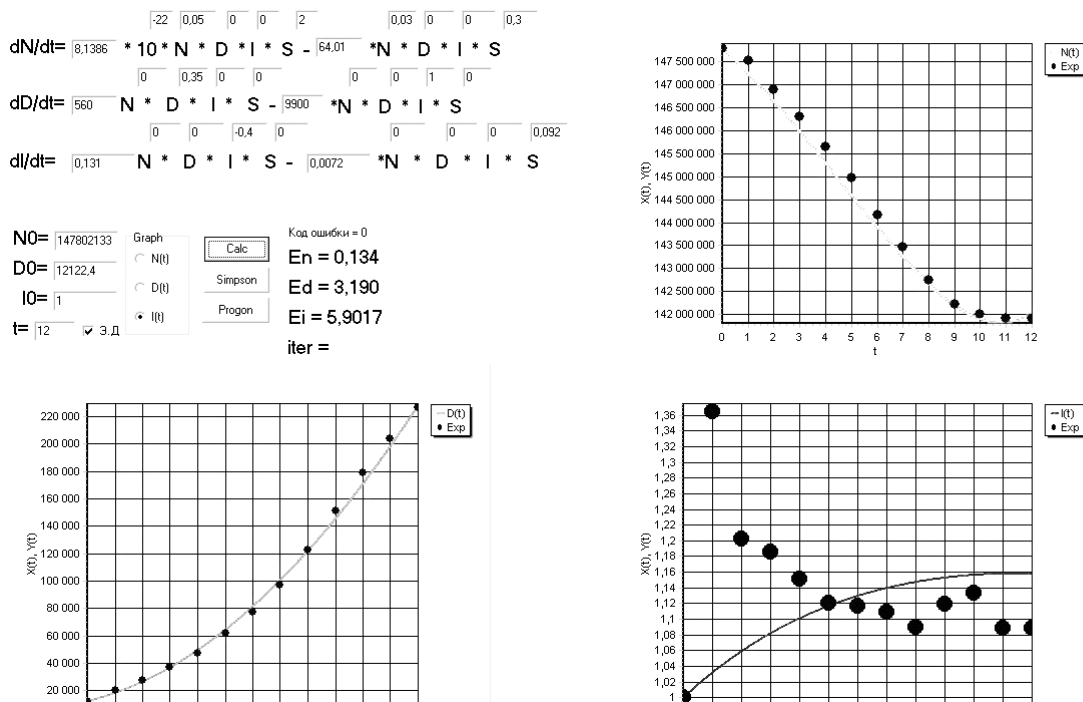
$$\frac{dD}{dt} = 560 \cdot D^{0,35} - 9900 \cdot I \quad (1.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,131 \cdot I^{-0,4} - 0,0072 \cdot S^{0,092} \quad (1.3)$$

Для непосредственной реализации численного эксперимента в среде программирования Delphi был разработан модуль, позволяющий учитывать ряд вытекающих из смысла решаемой задачи дополнительных условий и давать наглядную интерпретацию проводимых расчетов.

Для численного интегрирования систем дифференциальных уравнений авторами был выбран метод Рунге-Кутты четвертого порядка в силу его высокой точности и меньшей склонности к возникновению неустойчивости решения.

Интерфейс программы представляет из себя рабочее поле, включающее: область задания параметров и начальных данных системы, область выбора необходимых расчетов, область вывода результатов. Результаты, для удобства анализа, представляются как в виде графиков с соответствующими экспериментальными значениями, так и в виде получаемых показателей средних ошибок аппроксимации.



Р и с у н о к 1.1

Результаты численной реализации модели (1.1)-(1.3) методом Рунге Кутты

Функциональные возможности программы позволяют в ходе работы изменять параметры модели и начальные условия, что облегчает анализ получаемых результатов. Параметр t определяет конечную точку по независимой координате, изменяя которую можно задавать момент времени для получения прогнозных значений переменных системы. Переключатель Э,Д позволяет отобразить на графиках имеющиеся экспериментальные значения переменных, относительно которых можно визуально оценить полученные результаты.

На основании модели (1.1)-(1.3) достаточно простым является получение точечных прогнозных оценок для каждой из переменных модели.

Для получения интервальных прогнозных оценок была разработана следующая процедура:

– показатели степеней переменных модели (1.1)-(1.3) полагались неизвестными, а коэффициенты-сомножители слагаемых модели для простоты принимались неизменными:

$$\frac{dN}{dt} = 8,139 \cdot 10^{-22} N^{\alpha_1} D^{\beta_1} I^{\gamma_1} - 64,1 \cdot N^{\alpha_2} D^{\beta_2} I^{\gamma_2} \tag{1.4}$$

$$\frac{dD}{dt} = 560 \cdot N^{\alpha_3} D^{\beta_3} I^{\gamma_3} - 9900 \cdot N^{\alpha_4} D^{\beta_4} I^{\gamma_4} \tag{1.5}$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,131 \cdot N^{\alpha_5} D^{\beta_5} I^{\gamma_5} - 0,0072 \cdot N^{\alpha_6} D^{\beta_6} I^{\gamma_6} \tag{1.6}$$

– по каждому показателю степеней модели (1.4)-(1.6) вводились коридоры допустимой вариации. Границы этих коридоров определялись как пятипроцентные изменения соответствующих параметров модели (1.1)-(1.3);

– в каждом из введенных коридоров рассматривались по три точки, определяемые как центры отрезков, получаемых при равномерном разбиении коридоров на три части. Таким образом, были определены 3^{18} возможных комбинаций параметров модели (1.4)-(1.6);

– для каждой из возможных комбинаций параметров модели осуществлялась проверка на соответствие заданным условиям, в качестве которых были использованы ограничения на величины максимальных приростов каждой из переменных модели:

$$|\Delta N|_t \leq 0,006N \quad (1.7)$$

$$|\Delta D|_t \leq 0,7D \quad (1.8)$$

$$|\Delta I|_t \leq 0,7I \quad (1.9)$$

$$t = \overline{1, 12}$$

Условие (1.7) обусловлено максимальным за весь период 1998-2009 гг. изменением показателя численности населения: в 2004 г. численность населения РФ сократилась на 0,6% (что соответствует примерно 800 тыс. чел.). Условия (1.8) и (1.9) ограничивают рост переменных D (душевых доходов за год) и I (индекса потребительских цен) величиной в 70%. И хотя порог величиной 70% в существующих экономических условиях может быть расценен как нереальный, тем не менее, в целях получения более детальной информации об изучаемой модели, авторами было установлено именно это значение.

– для тех комбинаций параметров, которые удовлетворяли условиям (1.7)-(1.9) проводилось численное интегрирование соответствующей системы по методу Рунге-Кутты и вычислялись средние ошибки аппроксимации по каждому уравнению;

– если величины средних ошибок аппроксимации не превышали 10%, то проверялись условия, отражающие требования на прогнозные значения переменных N и D ($N_{13}^{расч}$ и $D_{13}^{расч}$):

$$|N_{13}^{расч} - N_{12}^{расч}| \leq 100000 \quad (1.10)$$

$$|D_{13}^{расч} - D_{12}^{расч}| \leq 120000 \quad (1.11)$$

каждое из которых отражает тенденцию изменения соответствующих переменных, сложившуюся к 2010 г. ($N_{12}^{расч}$ и $D_{12}^{расч}$ - экспериментальные данные соответствующих переменных в 2009 г.);

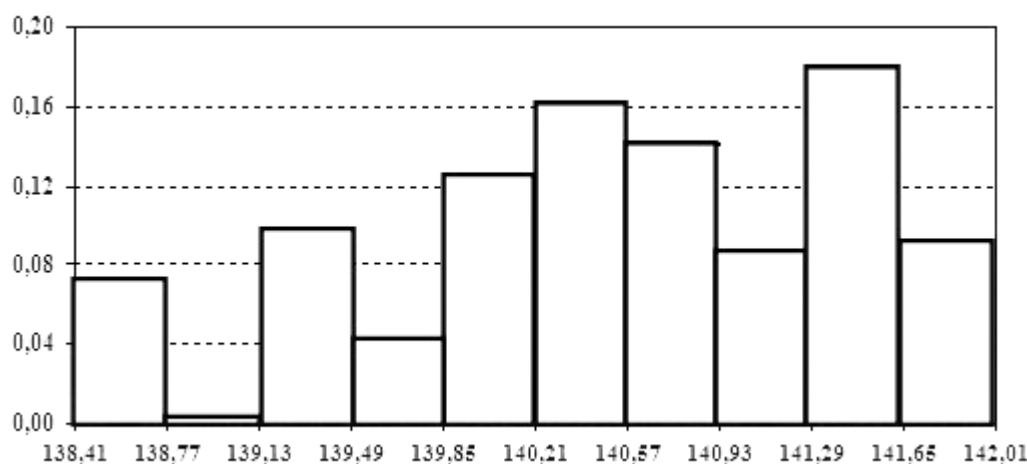
– в случае, если набор параметров обеспечивал выполнение условий (1.10) и (1.11), он записывался в файл. В эту же запись включались значения средних ошибок аппроксимации по каждому уравнению $\{\overline{A_N}, \overline{A_D}, \overline{A_I}\}$, значение критерия оптимальности, в качестве которого был выбран корень квадратный из суммы квадратов средних ошибок аппроксимации, что соответствует минимальной длине вектора $\{\overline{A_N}, \overline{A_D}, \overline{A_I}\}$, и точечные прогнозные оценки переменных модели N, D, I на следующий, ближайший по отношению к имеющейся информации, период.

Для численной реализации описанной процедуры был разработан программный модуль, с помощью которого формировалась база данных, содержащая все перечисленные выше компоненты. Внутри этого модуля было осуществлено 3^{18} итераций (по числу комбинаций значений параметров модели (1.4) - (1.6)), каждая из которых содержала громоздкие расчеты, в том числе связанные с численным интегрированием системы, что при прямой последовательности проводимых вычислений требует достаточно большого количества времени и высокой производительности вычислительных машин. В целях экономии ресурсов, весь перебор значений параметров модели был разбит на 81 часть. Это позволило запускать одновременно несколько полученных компиляцией исполняемых файлов, что значительно ускорило процесс обработки данных.

Следует заметить, что введенные условия (1.7) - (1.11) в сочетании с проверкой требований на значения средних ошибок аппроксимации позволили сократить число записей с

3^{18} до примерно 44 миллионов, что отразилось почти в 10-тикратном сокращении временных затрат. В результате была получена своеобразная база данных, состоящая из 81 файла, примерный объем каждого из которых составил 160 МВ. Информация, содержащаяся в этих файлах, позволила рассчитать ряд очень важных для анализа изучаемой модели характеристик, в том числе определить диапазоны вариации параметров $\{\alpha_j, \beta_j, \gamma_j\}$, $j = \overline{1, 6}$ и прогнозных значений каждой из переменных модели (1.4) - (1.6) (см. табл.). Для этого было разработано отдельное приложение, которое осуществляло построчное чтение все файлов полученной базы. Строка разбивалась на части согласно типу данных: коэффициенты, результаты, погрешности. Это реализовывалось вводом специального класса строкового типа со специальным разделителем строк, упрощающего считывание значений с файла. Далее, используя необходимый отступ в строке в зависимости от типа, данные вносились в соответствующие массивы, которые анализировались согласно принятым условиям выборки. В качестве начальных максимальных, минимальных и оптимальных значений приняты данные первой записи в информационной базе. Далее, при сравнении с данными очередной записи, если они оказывались лучше точки зрения введенных условий, то рассчитываемые значения заменялись. В качестве условий оптимальности принято минимальное значение корня квадратного из суммы квадратов средних ошибок аппроксимации, то есть данные записи принимались как оптимальные, если значения средних ошибок аппроксимации, записанные в конце каждой записи, обеспечивали минимальное значение выражения $\sqrt{\overline{A_N}^2 + \overline{A_D}^2 + \overline{A_I}^2}$. Результаты анализа выводились в специальное поле программы.

Важным итогом реализации разработанной процедуры явилась возможность расчета вероятностных оценок прогнозируемых значений величины численности населения Российской Федерации на 2010 г. (рис. 2).



Р и с у н о к 1.2

Гистограмма прогнозных оценок численности населения РФ на 2010 г.

Согласно проведенным расчетам заданный уровень вариации прогнозируемого значения численности населения Российской Федерации на 2010 г. в размере 0,6% от фактического значения данного показателя в 2009 г. (141,9 млн. чел.) можно ожидать с вероятностью 0,35.

Для непосредственной реализации всех этапов описанной процедуры был разработан специальный программный продукт в среде объектного программирования Delphi, функциональные возможности которого позволили авторам достичь поставленной цели и осу-

Таблица 1: Характеристики параметров и прогнозных оценок переменных модели (1.4) - (1.6) (* - оптимальным считался набор параметров, обеспечивающий минимальное значение выражению $\sqrt{A_N^2 + A_D^2 + A_I^2}$)

Параметры / переменные	Минимальное значение	Максимальное значение	Оптимальное значение*
α_1	1,948	2,050	1,948
α_2	1,900	2,100	2,000
α_3	-2,100	-1,900	-2,000
α_4	0,314	0,347	0,314
α_5	0,285	0,315	0,285
α_6	-0,315	-0,285	-0,285
β_1	0,000	0,000	0,000
β_2	0,333	0,350	0,350
β_3	0,000	0,000	0,000
β_4	0,000	0,000	0,000
β_5	0,000	0,000	0,000
β_6	0,950	1,050	1,050
γ_1	0,000	0,000	0,000
γ_2	0,000	0,000	0,000
γ_3	-0,420	-0,380	-0,380
γ_4	0,087	0,097	0,092
γ_5	0,087	0,097	0,097
γ_6	-0,097	-0,087	-0,097
N_{13} , млн. чел.	138,407	142,015	141,885
D_{13} , тыс. руб.	95,862	236,572	232,053
I_{13} , доли ед.	1,048	1,363	1,100

существовать более обоснованный подход к проблеме получения прогнозных оценок в рамках изучаемой модели системной динамики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махов С. А., “Математическое моделирование мировой динамики и устойчивого развития на примере модели Форрестера”, *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН*, **6** (2005), 24.
2. Спивак С.И., Кантор О.Г., Салахов И.Р., “Моделирование численности населения Российской Федерации методом системной динамики”, *Статистика. Моделирование. Оптимизация.*, 2011, 339.
3. Спивак С.И., Кантор О.Г., Салахов И.Р., “Оценка параметров моделей системной динамики”, *Журнал Средневолжского математического общества*, **13:3** (2011), 107–113.

4. Спивак С.И., Кантор О.Г., Салахов И.Р., “О программе, корректирующей систему уравнений”, *Журнал Средневолжского математического общества*, **13**:4 (2011), 87–93.
5. Спивак С.И., Кантор О.Г., “Оценка качества спецификации моделей системной динамики”, *Журнал Средневолжского математического общества*, **14**:2 (2012), 34–39.
6. Форрестер Дж., *Мировая динамика*, Наука, М., 1978.

Forecasts in system dynamics models

© S. I. Spivak⁴, O. G. Kantor⁵, I. R. Salakhov⁶

Abstract. Developed the procedure of obtaining the interval forecasts in system dynamics models, which has been tested on the model of the Russian population.

Key Words: system dynamics, interval forecasts

⁴ Head of the Department of Mathematical Modelling, Bashkir state university, Ufa; s.spivak@bashnet.ru.

⁵ Senior Research Scientist, Institute for Social and Economic Research, Ufa; o_kantor@mail.ru.

⁶ graduate student, Bashkir state university, Ufa; salah-off@mail.ru.