УДК 51.7:532.546

Генерация системы уравнений методом Галеркина для решения задачи об установившихся колебаниях

© Е. П. Тремасова[1], Д. И. Бояркин[2]

Аннотация. Рассматривается задача Дирихле для уравнения Пуассона в задаче об установившихся колебаниях. В работе построена система базисных функций и получена форма Галеркина для соответствующего дифференциального оператора. Сгенерирована система уравнений, построена разностная схема.

Ключевые слова: базисные функции, форма Галеркина, слабое решение, задача Дирихле.

1. Некоторые вспомогательные определения

Рассмотрим некоторое линейное дифференциальное уравнение

$$Au = f \quad (x \in \mathbb{R}), \tag{1.1}$$

где A – некоторый дифференциальный оператор

Под слабым решением будем понимать функцию $u(x)$,которая удовлетворяет уравнению

$$(Au, v) = (f, v) \quad (\text{для всех } v \in H). \tag{1.2}$$

Пространство H содержит все измеримые допустимые функции, которые обращаются в нуль на границе ∂R, и скалярное произведение в пространстве $H(u, v)$ определяется следующим образом для любых $u(x), v(x) \in H$:

$$(u, v) = \int\limits_R u(x)v(x)dx. \tag{1.3}$$

Под формой Галеркина будем понимать слабую форму задачи, возникающую после k раз интегрирования по частям, если дифференциальный оператор имеет порядок $2k$.

2. Построение базисных функций

Рассмотрим $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ – прямоугольник равномерной сетки с шагом h. Билинейная форма, приближающая функцию $f(x, y)$ на прямоугольном элементе имеет вид:

$$p_1^{i,j} = \alpha_{i,j}(x, y)f_{i,j} + \beta_{i+1,j}(x, y)f_{i+1,j} + \gamma_{i,j+1}(x, y)f_{i,j+1} + \delta_{i+1,j+1}(x, y)f_{i+1,j+1}, \tag{2.1}$$

[1] Магистрант 1-го года обучения, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; tremasovaep@gmail.ru.

[2] Доцент кафедры прикладной математики, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; boyarkindi@gmail.ru.

где

$$\alpha_{i,j}(x,y) = \frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x)(y_{j+1}-y), \tag{2.2}$$

$$\beta_{i+1,j}(x,y) = \frac{1}{h^2}(x-x_i)(y_{j+1}-y), \tag{2.3}$$

$$\gamma_{i,j+1}(x,y) = \frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x)(y-y_j), \tag{2.4}$$

$$\delta_{i+1,j+1}(x,y) = \frac{1}{h^2}(x-x_i)(y-y_j), \tag{2.5}$$

где $1 \le i,j \le m-1$.

Кусочная аппроксимация функций на квадрате $[x_0,x_m]\times[y_0,y_m]$ задается выражением

$$f(x,y) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{m}\tilde{f}\varphi_{i,j}(x,y). \tag{2.6}$$

$$\varphi_{i,j}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{h^2}(x-x_{i-1})(y-y_{j-1}), x_{i-1}\le x\le x_i, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ \frac{1}{h^2}(x-x_{i-1})(y_{j+1}-y), x_{i-1}\le x\le x_i, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ \frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x)(y-y_{j-1}), x_i\le x\le x_{i+1}, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ \frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x)(y_{j+1}-y), x_i\le x\le x_{i+1}, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ 0, \text{ при других значениях аргумента,} \end{cases} \tag{2.7}$$

где $1 \le i,j \le m-1$.

Вычислим производные функций $\varphi_{i,j}(x,y)$ по пространственным переменным x,y. Частная производная функций $\varphi_{i,j}(x,y)$ по переменной x имеет вид

$$\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} = \begin{cases} \frac{1}{h^2}(y-y_{j-1}), x_{i-1}\le x\le x_i, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ \frac{1}{h^2}(y_{j+1}-y), x_{i-1}\le x\le x_i, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ -\frac{1}{h^2}(y-y_{j-1}), x_i\le x\le x_{i+1}, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ -\frac{1}{h^2}(y_{j+1}-y), x_i\le x\le x_{i+1}, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ 0, \text{ при других значениях аргумента,} \end{cases} \tag{2.8}$$

где $1 \le i,j \le m-1$.
Частная производная функций $\varphi_{i,j}(x,y)$ по переменной y имеет вид

$$\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} = \begin{cases} \frac{1}{h^2}(x-x_{i-1}), x_{i-1}\le x\le x_i, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ -\frac{1}{h^2}(x-x_{i-1}), x_{i-1}\le x\le x_i, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ \frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x), x_i\le x\le x_{i+1}, y_{j-1}\le y\le y_j; \\ -\frac{1}{h^2}(x_{i+1}-x), x_i\le x\le x_{i+1}, y_j\le y\le y_{j+1}; \\ 0, \text{ при других значениях аргумента,} \end{cases} \tag{2.9}$$

где $1 \le i,j \le m-1$.

3. Форма Галеркина слабого решения

Рассмотрим малые колебания мембраны, находящейся в плоскости Oxy в положении равновесия.

Будем предполагать, что колебания являются малыми, то есть можно пренебречь квадратами и произведениями величин $u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial t}$. Функция $u(x,y,t)$ – смещение точки (x,y) мембраны в момент времени t. Величина площади мембраны $S(t)$ в момент времени t определяется формулой

$$\iint\limits_D \sqrt{1+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}dxdy \approx \iint\limits_D \left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)dxdy, \tag{3.1}$$

а в положении покоя

$$S(0)=\iint\limits_D dxdy \tag{3.2}$$

Для потенциальной энергии E_p и кинетической E_k в процессе колебания будем иметь, соответственно,

$$E_p=\mu(|S(t)|-S(0))=\frac{1}{2}\mu\iint\limits_D\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)dxdy, \tag{3.3}$$

$$E_k=\frac{1}{2}\iint\limits_D \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2dxdy. \tag{3.4}$$

Составим функцию Лагранжа

$$L=E_k-E_p=\frac{1}{2}\iint\limits_D\left(\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2-\mu\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)\right)dxdy. \tag{3.5}$$

Тогда соответствующий функционал будет иметь вид

$$\int\limits_{t_1}^{t_2} Ldt=\frac{1}{2}\int\limits_{t_1}^{t_2}dt\iint\limits_D\left(\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2-\mu\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)\right)dxdy. \tag{3.6}$$

В силу принципа Гамельтона колебание мембраны происходит таким образом, что описывающая его функция $u(x,y,t)$ должна быть решением уравнения Эйлера вариационной задачи для функционала 3.6

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial t}\right)-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right)=0. \tag{3.7}$$

Считая, что функция $u(x,y,t)$ не зависит от t, то есть полагаем, что в положении изгиба, описанного уравнением $u=u(x,y)$, мембрана находится в равновесии, учитывая внешнее воздействие $f(x,y)$, а также некоторое начальное значение функции в начальный момент времени получим задачу Дирихле для уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=f(x,y), \quad (x,y)\in D \tag{3.8}$$

$$u(x,y)|_{\partial D}=0 \tag{3.9}$$

решения которой в классе допустимых функций минимизируют интеграл Дирихле

$$I\left(u(x,y)\right) = \iint\limits_D \left(\left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right)^2\right) dxdy. \tag{3.10}$$

Вместо точного решения будем искать приближенное решение $U(x,y)$, которое можно представить через базисные функции следующим образом

$$U(x,y) = \sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=1}^{m-1} \tilde{u}_{i,j}\varphi_{i,j}(x,y), \tag{3.11}$$

где коэффициенты $\tilde{u}_{i,j}$ – приближенное решение задачи в точке (x_i, y_j), которые являются коэффициентами разложения функции $U(x,y)$ по базису $\varphi_{i,j}(x,y)$.

Построим соответствующую форму Галеркина для дифференциального оператора $A = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ для задачи 3.8. Из 1.2получим

$$\iint\limits_D \left(\left(\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}\right)^2\right) \varphi_{i,j}(x,y)dxdy = \iint\limits_D f(x,y)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy \tag{3.12}$$

где $1 \leq i,j \leq m-1$.
Рассмотрим интеграл

$$\iint\limits_D \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2}\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = \left(\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}\varphi_{i,j}(x,y)\right)\Bigg|_{\partial D} - \\ - \iint\limits_D \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}\frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}dxdy \tag{3.13}$$

Аналогично

$$\iint\limits_D \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = \left(\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}\varphi_{i,j}(x,y)\right)\Bigg|_{\partial D} - \\ - \iint\limits_D \frac{\partial U(x,y)}{\partial y}\frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}dxdy \tag{3.14}$$

Так как базисные функции $\varphi_{i,j}(x,y)$ имеют локальный носитель, то на границе ∂D функции $\varphi_{i,j}(x,y)$ обращаются в ноль , то получим

$$\iint\limits_D \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2}\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = - \iint\limits_D \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}\frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}dxdy, \tag{3.15}$$

$$\iint\limits_D \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = - \iint\limits_D \frac{\partial U(x,y)}{\partial y}\frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}dxdy. \tag{3.16}$$

Поэтому справедливо

$$\iint\limits_D \left(\frac{\partial U(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy + \\ + \iint\limits_D f(x,y) \varphi_{i,j}(x,y) dxdy = 0. \quad (3.17)$$

Подставим равенство 3.11 в выражение 3.17, получим

$$\iint\limits_D \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{k,l=1}^{m-1} \tilde{u}_{k,l} \varphi_{k,l}(x,y) \right) \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{k,l=1}^{m-1} \tilde{u}_{k,l} \varphi_{k,l}(x,y) \right) \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy + \iint\limits_D f(x,y) \varphi_{i,j}(x,y) dxdy =$$

$$= \sum_{k,l=1}^{m-1} \tilde{u}_{k,l} \iint\limits_D \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi_{k,l}(x,y) \right) \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varphi_{k,l}(x,y) \right) \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy + \iint\limits_D f(x,y) \varphi_{i,j}(x,y) dxdy \quad (3.18)$$

Таким образом получим форму Галеркина для задачи 3.8-3.9

$$\sum_{k,l=1}^{m-1} \tilde{u}_{k,l} \iint\limits_D \left(\frac{\partial \varphi_{k,l}(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \varphi_{k,l}(x,y)}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy + \iint\limits_D f(x,y) \varphi_{i,j}(x,y) dxdy = 0 \quad (3.19)$$

4. Генерация системы уравнений

Построим разностную схему на основе выражения для нахождения коэффициентов $\tilde{u}_{k,l}$.

Определим множество $D_{i,j} = \{(x,y) : x_{i-1} \le x \le x_i; y_{j-1} \le y \le y_j\}$.
В том случае, когда выполняется условие

$$\left(D_{k,l} \bigcap \bigcup_{r=i-1, s=j-1}^{r=i+1, s=j+1} D_{r,s} \right) = 0, \quad (4.1)$$

где $1 \le i,j \le m-1$, $1 \le k,l \le m-1$,
значение интеграла перед коэффициентами $\tilde{u}_{k,l}$ будет равно нулю, так как, по определе-

нию, функции $\varphi_{i,j}(x,y)$ имеют локальный носитель.

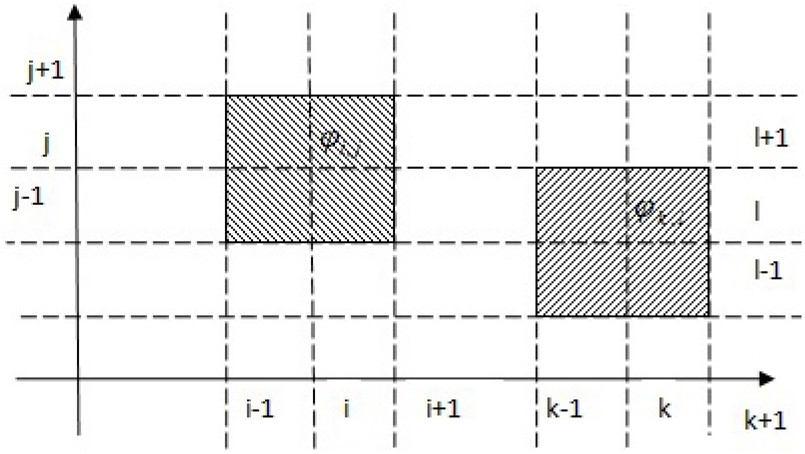

Рисунок **4.1**

Поэтому разностная схема будет иметь слагаемые $\tilde{u}_{i,j}$, $\tilde{u}_{i,j-1}$, $\tilde{u}_{i-1,j}$, $\tilde{u}_{i-1,j-1}$, $\tilde{u}_{i+1,j+1}$, $\tilde{u}_{i,j+1}$, $\tilde{u}_{i+1,j}$, $\tilde{u}_{i+1,j-1}$, $\tilde{u}_{i-1,j+1}$ с некоторыми коэффициентами, для нахождения которых рассмотрим несколько случаев

а) $k = i-1, l = j-1$. Найдем коэффициент перед слагаемым $\tilde{u}_{i-1,j-1}$. В этом случае

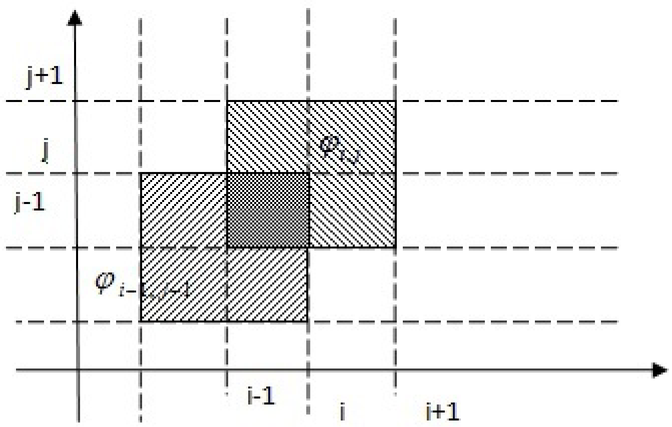

Рисунок **4.2**

$$\iint\limits_D \left(\frac{\partial \varphi_{k,l}(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{k,l}(x,y)}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy = \tag{4.2}$$

$$= \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} \int\limits_{y_{j-1}}^{y_j} \left(\frac{\partial \varphi_{i-1,j-1}(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{i-1,j-1}(x,y)}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y} \right) dxdy = \tag{4.3}$$

$$= \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} \int\limits_{y_{j-1}}^{y_j} \left(\frac{1}{h^4}(y-y_{j-1})(y-y_j) + (x-x_{i-1})(x-x_i) \right) dxdy = -\frac{1}{3}. \tag{4.4}$$

Аналогично коэффициенты перед неизвестными $\tilde{u}_{i+1,j+1}$, $\tilde{u}_{i+1,j-1}$, $\tilde{u}_{i-1,j+1}$ равны $-\dfrac{1}{3}$.

б) $k = i+1, l = j$. Найдем коэффициент перед $\tilde{u}_{i+1,j}$. В этом случае

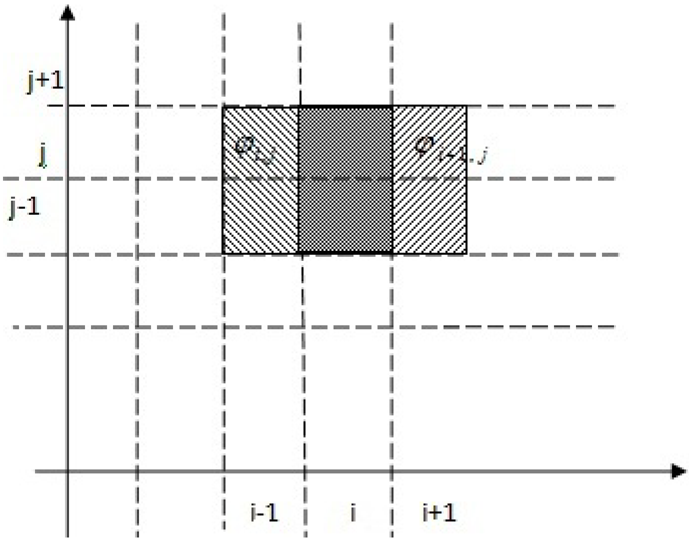

Рисунок **4.3**

$$\int\limits_{x_i}^{x_{i+1}}\int\limits_{y_{j-1}}^{y_j}\left(\frac{\partial\varphi_{i+1,j}(x,y)}{\partial x}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_{i+1,j}(x,y)}{\partial y}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)dxdy+ \tag{4.5}$$

$$+\int\limits_{x_i}^{x_{i+1}}\int\limits_{y_j}^{y_{j+1}}\left(\frac{\partial\varphi_{i+1,j}(x,y)}{\partial x}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_{i+1,j}(x,y)}{\partial y}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)dxdy=-\frac{1}{3}. \tag{4.6}$$

Коэффициенты перед неизвестными $\tilde{u}_{i+1,j}$, $\tilde{u}_{i,j-1}$, $\tilde{u}_{i,j+1}$ равны $-\dfrac{1}{3}$.
в) $k = i, l = j$. Найдем коэффициент перед $\tilde{u}_{i,j}$. В этом случае

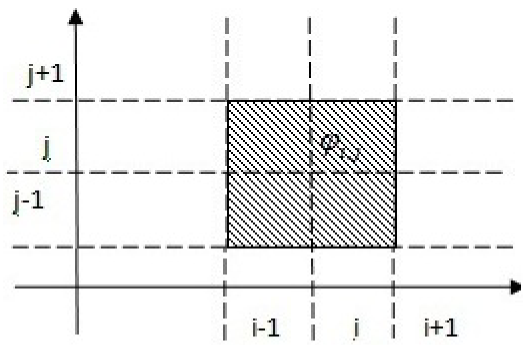

Рисунок **4.4**

$$\int\limits_{x_{i-1}}^{x_{i+1}}\int\limits_{y_{j-1}}^{y_{j+1}}\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)dxdy= \tag{4.7}$$

$$\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i}\int\limits_{y_{j-1}}^{y_j}\left(\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)\right)dxdy+$$
$$+\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i}\int\limits_{y_j}^{y_{j+1}}\left(\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)\right)dxdy+$$
$$+\int\limits_{x_i}^{x_{i+1}}\int\limits_{y_{j-1}}^{y_j}\left(\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)\right)dxdy+$$
$$+\int\limits_{x_i}^{x_{i+1}}\int\limits_{y_j}^{y_{j+1}}\left(\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_{i,j}(x,y)}{\partial y}\right)\right)dxdy=\frac{8}{3}. \quad (4.8)$$

Получим разностную схему

$$\frac{8}{3}\tilde{u}_{i,j}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i-1,j-1}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i-1,j}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i-1,j+1}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i,j-1}-$$
$$-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i,j+1}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i+1,j-1}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i+1,j}-\frac{1}{3}\tilde{u}_{i+1,j+1}=-\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy, \quad (4.9)$$

$$\tilde{u}_{i,0}=\tilde{u}_{0,j}=\tilde{u}_{i,m}=\tilde{u}_{m,j}=0, \quad (4.10)$$

где $1\le i,j\le m-1$.
Представим разностную схему в виде

$$3\tilde{u}_{i,j}-\frac{1}{3}\sum_{k=i-1,l=j-1}^{k=i+1,l=j+1}\tilde{u}_{k,l}=-\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy \quad (4.11)$$

$$,\tilde{u}_{i,0}=\tilde{u}_{0,j}=\tilde{u}_{i,m}=\tilde{u}_{m,j}=0, \quad (4.12)$$

где $1\le i,j\le m-1$.

5. Применение метода Монте-Карло для вычисления кратных интегралов

Для вычисления интегралов в правой части выражения воспользуемся методом Монте-Карло. Требуется вычислить интеграл $\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy$. Рассмотрим случайную величину $\xi=(\xi_1,\xi_2)$, равномерно распределенную на квадрате $[0,1]\times[0,1]$. Тогда функция $f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(\xi_1,\xi_2)$, где $1\le i,j\le m-1$ аналогично является случайной величиной, математическое ожидание которой выражается как $M=\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)p(x,y)dxdy$, где $p(x,y)$ – плотность распределения случайной величины ξ, которая вычисляется на указанном квадрате как $\dfrac{c-d}{b-a}=1$. Таким образом, исходный интеграл выражается как $\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = M$.

Математическое ожидание случайной величины $f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(\xi_1,\xi_2)$ можно оценить. Для этого смоделируем эту случайную величину и посчитаем выборочное среднее. Бросаем N точек, равномерно распределенных на исходном интервале, для каждой точки $\xi_i=(\xi_1,\xi_2)$ вычислим $f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(\xi_1,\xi_2)$. Выборочное среднее вычислим как $\dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} f_{i,j}(\tilde{x},\tilde{y})\varphi_{i,j}(\tilde{x},\tilde{y})$, получим оценку интеграла

$$\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x_i,y_j)\varphi_{i,j}(x,y)dxdy = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_{i,j}(\tilde{x},\tilde{y})\varphi_{i,j}(\tilde{x},\tilde{y}). \quad (5.1)$$

Список литературы

1. Иосида К., *Функциональный анализ*, Мир, М., 1967.
2. Митчелл Р.,Уэйт В., *Метод конечных элеменов для уравнений с частными производными*, Мир, М., 1981.
3. Ferziger H.,Milovan Peric., *Numerische Strömungsmechanik*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin., 2008.
4. Флетчер К., *Численные методы на основе метода Галеркина*, Мир, М., 1988.

Generation system of equations for the problem of steady oscillations by Galerkin method.

© **E. P. Tremasova[3],D. I. Boyarkin[4]**

Abstract. The Dirichlet problem for the Poisson equation of steady oscillations is considered. The system of basic functions is constructed, the Galerkin form for the corresponding differential operator is obtained. The system of equations is generated, the difference scheme is constructed.

Key Words: basis functions, Galerkin form, weak solution, Dirichlet problem.

[3] Magister of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N.P. Ogarev, Saransk; tremasovaep@gmail.ru.

[4] Docent of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N.P. Ogarev, Saransk; boyarkindi@gmail.ru.