

УДК 51.7:532.546

Применение адаптивных нейросетевых моделей к задачам подземной гидродинамики

© Г. И. Казакевич¹, Л. В. Клочкова², Ю. А. Повещенко³, В. Ф. Тишкин⁴

Аннотация. В работе рассматриваются возможности совместного применения метода опорных операторов и нейросетевого моделирования для построения эффективной методики решения ряда обратных задач подземной гидродинамики.

Ключевые слова: опорные операторы, нейросетевое моделирование, обратные задачи подземной гидродинамики

1. Введение

Исходная система уравнений изотермической двухфазной фильтрации несмешивающихся флюидов в пористой среде с общим давлением имеет вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial t} (m\rho_w S_W) = \operatorname{div} \left[(k K_{rw} \rho_w / \mu_w) \left(\operatorname{grad} P - g \rho_w \vec{k} \right) \right] - q_w \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m\rho_g (1 - S_W)) = \operatorname{div} \left[(k K_{rg} \rho_g / \mu_g) \left(\operatorname{grad} P - g \rho_g \vec{k} \right) \right] - q_g \quad (1.2)$$

Здесь \vec{r} — радиус-вектор, g — ускорение силы тяжести, \vec{k} — орт, направленный вертикально вниз, P — давление, S_W — насыщенность водой, q_w и q_g — массовые расходы воды и газа на единицу объема пласта в единицу времени, $k(\vec{r})$ — тензор абсолютной проницаемости, $K_{rw}(S_W)$ и $K_{rg}(S_W)$ — фазовые проницаемости воды и газа соответственно, $\mu_w(P)$, $\mu_g(P)$ — динамические вязкости флюидов, $m(\vec{r}, P)$ — пористость пласта, $\rho_w(P)$, $\rho_g(P)$ — плотности флюидов.

Приток газа к скважинам Q (в единицу времени) моделировался нелинейным двучленным законом фильтрации:

$$P_{nl}^2 - P_s^2 = \alpha Q + bQ^2. \quad (1.3)$$

Здесь P_{nl} , P_s — пластовое и забойное давления соответственно, α и b — коэффициенты фильтрационного сопротивления.

Проведение расчетов в областях, имеющих сложную разноматериальную пространственную структуру, предъявляет специфические требования к численным методам решения. Во-первых, разностная схема должна быть построена в пространственной области на нерегулярных сетках, адаптированных к расчетной области и априорным свойствам решения. Во-вторых, схема должна обладать порядком аппроксимации, согласованным

¹Старший научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва; gkazakevich@yandex.ru.

²Старший научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, г. Москва; klud@imamod.ru.

³Ведущий научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, г. Москва; poveshchenko@keldysh.ru.

⁴Заместитель директора Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, г. Москва; tishkin@imamod.ru.

с априорной гладкостью решения, причем порядок аппроксимации определяется в нормах, которые также зависят от априорной гладкости, например в разностных аналогах норм пространства Соболева. В-третьих, схемы должны обеспечивать законы сохранения с погрешностью, которая должна быть ограничена во времени, иначе нельзя рассматривать асимптотические задачи. Таким образом, схема должна удовлетворять требованиям консервативности, введенным А.А.Самарским, а также специальным видам контроля балансов программистского характера, связанных с ошибками округления в процессе вычислений. Одним из подходов к построению полностью консервативных разностных схем для уравнений математической физики, записанных в терминах инвариантных дифференциальных операторов div , grad , rot , на нерегулярных сетках является метод опорных операторов [2]. Идея этого подхода состоит в непосредственной аппроксимации одного из вышеперечисленных операторов и аппроксимации остальных из условия выполнения разностных аналогов определенных интегральных тождеств. Применительно к математическому моделированию фильтрационных и упругопластических процессов в геофизических задачах предлагаемый подход, основанный на методе опорных операторов, позволяет производить расчеты в областях сложной формы на нерегулярных сетках [3].

Сравнительный анализ алгоритмов метода конечных элементов (МКЭ) и метода опорных операторов (МОО) показал, что последний не имеет ряда недостатков, присущих МКЭ (в частности отсутствие непрерывных базисных функций и интегралов в каждом элементе, меньшие шаблоны разностных операторов задачи, эквивалентность разностной схеме в простых ситуациях). Этот факт делает МОО применительно к задачам подземной гидродинамики классическим и инженерную разработку специфических для него классов неструктурированных сеток актуальной.

2. Постановка задачи

Принцип построения конечно-разностного алгоритма основывается на методе опорных операторов, из которого, в частности, вытекает самосопряженность рассматриваемой задачи. В качестве иллюстрации достаточно ограничиться краевой задачей для оператора Лапласа с однородными граничными условиями (Дирихле или Неймана) на внешней границе области.

Построим следующее семейство разностных схем метода опорных операторов.

В области O введем семейство нерегулярных разностных сеток. Ограничимся случаем, когда сетка состоит из треугольных и четырехугольных ячеек (Ω), базисов (φ), узлов (ω), ребер (λ) и связанных с ними ($\sigma(\lambda)$) — границами балансных узловых доменов $d(\omega)$ (см. Рис.1).

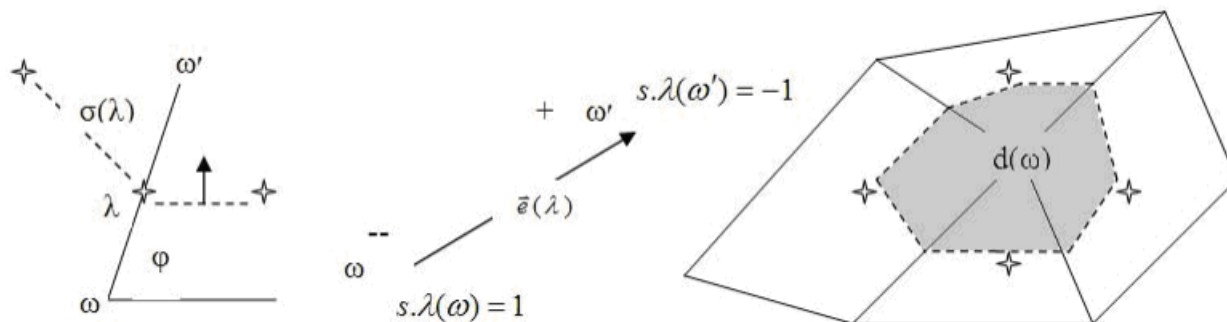


Рис.1

Базисы (φ) создаются системой исходных (ковариантных) ортов $\vec{e}(\lambda)$, образованных ребрами, исходящими из общего угла треугольной и четырехугольной ячейки Ω . Под центрами ячеек Ω и ребер λ будем понимать средние арифметические радиус-векторов узлов ω их образующих. Ломаная, через середину ребра соединяющая эти центры (двух смежных через ребро ячеек или ячейку с граничным ребром $\partial\lambda$), представляет собой векторную линию

$$\vec{\sigma}(\lambda) = \sum_{\varphi(\lambda)} V_{\varphi} \vec{e}'\varphi(\lambda) \quad (2.1)$$

ориентированную в ту же сторону, что и орт $\vec{e}(\lambda)$. Здесь $\vec{e}'\varphi(\lambda)$ — орты взаимных (контравариантных) базисов по отношению к исходным базисам, образованным ортами $\vec{e}(\lambda)$. Базисный объем дается формулой

$$V_{\varphi} = \frac{1}{6} [\vec{e}(\lambda_1) \vec{e}(\lambda_2)] \quad (2.2)$$

для треугольной ячейки Ω содержащей базис φ и

$$V_{\varphi} = \frac{1}{4} [\vec{e}(\lambda_1) \vec{e}(\lambda_2)] \quad (2.3)$$

для четырехугольной ячейки, если $\vec{e}(\lambda_1)$ и $\vec{e}(\lambda_2)$ — ребра образующие базис φ . Наконец, $\sum_{\varphi(\lambda)}$ — суммирование по всем базисам φ , в образовании которых приняло участие ребро

λ . Замкнутые вокруг узла ω векторные линии ($\vec{\sigma}(\lambda(\omega))$) образуют узловые домены $d(\omega)$.

К узлам отнесем искомые скалярные сеточные функции u и v . На ребрах выделим положительные направления (см. Рис.1) и отнесем к ним сеточную функцию

$$\Delta_{\lambda} u = - \sum_{\omega(\lambda)} s_{\lambda}(\omega) u_{\omega} = u_{\omega'} - u_{\omega}. \quad (2.4)$$

Наконец сеточные векторные поля \vec{W} задаются своими представлениями в базисах $\vec{W}\varphi$.

Внутреннюю дивергенцию векторного поля $DIN : (\varphi) \rightarrow (\omega)$ определим из аппроксимации теоремы Гаусса на узловом домене $d(\omega)$ (см. Рис.1):

$$DIN \vec{W} = \sum_{\lambda(\omega)} s_{\lambda}(\omega) \tau_W(\lambda), \quad \tau_W(\lambda) = \sum_{\varphi(\lambda)} V_{\varphi} \left(\vec{e}'\varphi(\lambda), \vec{W}\varphi \right). \quad (2.5)$$

$\sum_{\lambda(\omega)}$ — суммирование по всем ребрам λ , имеющим общий узел ω . Обозначая через $\langle \cdot \rangle_{\Delta}$

аппроксимацию соответствующих дифференциальных выражений, имеем:

$$\begin{aligned} \left\langle \int_{\Omega} \vec{W} \operatorname{grad} u \, dV \right\rangle_{\Delta} &= - \left\langle \int_{\Omega} u \operatorname{div} \vec{W} \, dV - \int_{\partial\Omega} \left(u \vec{W}, d\vec{S} \right) \right\rangle_{\Delta} = \\ &= - \sum_{\omega} \left(u_{\omega} \left(DIN \vec{W} \right)_{\omega} \right) = \\ &= \sum_{\lambda} \Delta_{\lambda} u \tau_W(\lambda) = \sum_{\lambda} \Delta_{\lambda} u \sum_{\varphi(\lambda)} V_{\varphi} \left(\vec{e}'\varphi(\lambda), \vec{W}\varphi \right) = \\ &= \sum_{\varphi} V_{\varphi} \left(\vec{W}\varphi, \sum_{\lambda(\varphi)} u \vec{e}'\varphi(\lambda) \right) = \sum_{\varphi} V_{\varphi} \left(\vec{W}\varphi, (GRAD u)_{\varphi} \right), \end{aligned} \quad (2.6)$$

т.е. оператор $GRAD : (\omega) \rightarrow (\lambda)$ задается полем сопряженных (ковариантных) компонент $\Delta_{\lambda} u$ на сетке λ с представлением градиентного векторного поля в локальных базисах φ :

$$(GRAD u)_{\varphi} = \sum_{\lambda(\varphi)} \Delta_{\lambda} u \vec{e}'\varphi(\lambda). \quad (2.7)$$

Положив (для скалярного сеточного поля ν на узлах (ω))

$$\vec{W}_\varphi = (GRAD \nu)_\varphi, \quad (2.8)$$

получим

$$-\sum_{\omega} (u_\omega (DINGRAD \nu)_\omega) = \sum_{\varphi} V_\varphi \left((GRAD \nu)_\varphi, (GRAD u)_\varphi \right), \quad (2.9)$$

что и доказывает самосопряженность и знакоопределенность оператора $DINGRAD : (\omega) \rightarrow (\omega)$ в подобласти O .

После тождественного преобразования [1] система (1.1)–(1.2) приводится к виду, допускающему непосредственное применение метода опорных операторов.

Технология решения получившихся дискретных систем нелинейных и линейных алгебраических уравнений является более или менее традиционной. В варианте неявной реализации по времени разработаны регуляризаторы, позволяющие увеличивать шаг по времени в нелинейном итерационном процессе (с учетом сжимаемости). Оптимизированы также моменты предварительной декомпозиции матриц при многократном их обращении вариантом метода ORTOMIN [4]. Неструктурированные объекты (нерегулярная разностная сетка, различные виды внутренних баз данных и элементы управления диалоговых ресурсов WINAPI32) поддерживаются системой NECON (см. приложение в [2]).

3. Мониторинг — адаптация — прогноз разработки месторождений (обзор ситуации)

В настоящий момент сеточные детерминированные модели конкретных нефтегазовых залежей и месторождений, основанные на идее универсальности (трехмерность и трехфазность фильтрационного потока, упругость пластов и т.д.) не позволяют решить самую простую и самую главную задачу. Невозможно выполнить проектирование динамики добычи нефти (газа) и жидкости отдельно по каждой добывающей скважине и оптимизацию их режимов. Нет и, по-видимому, не предвидится классической теории (типа метода регуляризации по А.Н.Тихонову), ведущей к реализации эффективных вычислительных алгоритмов для сложных моделей прямых задач (общих уравнений Маскета–Мереса). Разработчики известных крупных пакетов программ (ECLIPSE, MORE, ...) вероятно не планируют предоставления общих универсальных средств решения обратных задач в ближайших версиях (из-за большого количества варьируемых параметров).

В связи с этим методы адаптационного моделирования истории разработки газовых месторождений (обратная задача) являются весьма важными, поскольку через них осуществляется выход на прогнозное проектирование динамики добычи газа отдельно по каждой скважине и оптимизация их режимов для реального месторождения [5].

4. Нейросетевое прогнозное обучение

Применение методик первичной адаптации к нейросетевому прогнозному обучению процесса разработки месторождений и нейросетевой прогноз разработки месторождений обладают тем преимуществом, что в процесс обучения нейросети в качестве полезной вовлекается информация, которая отбрасывается в методе первичной адаптации в процессе сходимости итераций последней. В работе используется методологический подход, называемый нами нейроадаптацией. Чем это отличается от классической постановки задачи нейросетевого моделирования (например, с учителем)? При решении с помощью нейронных

сетей прикладных задач необходимо собрать априори достаточный и представительный объем обучающих данных, которого на практике обычно не хватает. Поэтому оператор-аналитик нейросети, располагаясь тем набором данных, который у него есть (в нашем случае из прямого численного симулятора), может обучать нейросеть не всем избыточным возможностям развития, заложенным в ее архитектуре, а лишь некоторым регуляризованным, предполагая, что дальнейший процесс симуляции обученной нейросети не выйдет из фазовой трубки развития процесса.

Этот процесс, в принципе, носит итеративный характер. Если на поверку (прямым численным симулятором) окажется, что прогнозируемое частично обученное выходное нейросетевое значение (решение обратной задачи) неточно, то на нем просто производится дообучение нейросети. Поскольку вышеописанный процесс манипулирования с экспериментальной информацией происходит в достаточно развитой интерактивной системе (между приложениями Windows), то мы это называем мониторингом.

Сравним два вида моделирования разработки месторождений — первичную адаптацию без привлечения нейросетевого обучения выводу на прогноз и нейросетевое моделирование, обучающий процесс которого связан с адаптацией, а симуляция — выход на прогноз. Проиллюстрируем разницу между ними на примере следующих рассуждений.

4.1. Первичная адаптация

Пусть в нашем распоряжении имеется вектор управлений $\vec{pz} = \{pz_{jk}\}$. Это могут быть забойные давления скважин, нумеруемых индексом j (с учетом их внутри кустовой структуры). k — временной макро индекс для обратной задачи, в одном временном шаге которой (макро моменте) может содержаться много расчетных временных шагов прямой задачи.

Распорядимся управлением \vec{pz} , желая максимально приблизиться расчетными значениями к задаваемому в те же временные макромоменты вектору добычи газа $\vec{Q} = \{Q_{ik}\}$. Здесь i — номера накопителей включающих кусты скважин или их части (отдельные скважины). Физической основой первичной адаптации является так называемый метод инкрементных множителей γ_{ji} (которые слабо зависят от временных макромоментов и определяются уже вначале процесса адаптации), т.е.

$$\delta(pz_{jk}) = \sum_i \gamma_{ji} \delta(Q_{ik}). \quad (4.1)$$

Это позволяет (быть может, итерационно повторяя расчет симулятором макро интервала $[(k-1), k]$) подбирать такое управление вектором забойных давлений

$$pz_{jk}^{S+1} = pz_{jk}^S + \delta(pz_{jk}^S) \quad (4.2)$$

по известному рассогласованию добыч

$$\delta(Q_{ik}^S) = Q_{ik}^S - Q_{ik}, \quad (4.3)$$

чтобы приемлемо минимизировать это рассогласование внутри фазовой трубки решений первичной адаптации. Здесь S — номер нескольких производимых итераций. Разумеется, размер временного макро интервала (внутри которого весь процесс расщепляется на квазинезависимые физические процессы) зависит от конкретной задачи.

5. Нейросетевое адаптивное обучение и симуляционный прогноз

Пусть $\bar{k} = \max k$ — максимальный временной макро момент. Число итераций, за которое не достигнуто точного решения на макро момент k , так же как и само это решение, пусть даже сильно расшатывающее диаметр фазовой трубки решений первичной адаптации, будем отпускать в свободном режиме, не меняя вектор управлений $\vec{p}z$ от макро момента k до \bar{k} . Таким способом создается нейросетевая база данных обучающихся (с учителем $\vec{p}z$ и входным слоем \vec{Q}) прецедентов решения симуляторно-обратной задачи, которая может быть использована для обучения нейросети статической архитектуры с прямым распространением сигнала и обратным распространением ошибки.

Разумеется, обучающая нейросетевая база данных может быть не связана с первичной адаптацией и возникнуть, например, в результате вариаций прямых расчетов вблизи предполагаемой фазовой трубки решений задачи.

6. Заключение

Разработанная методика позволила создать программные комплексы для моделирования истории разработки месторождений и адаптации их фильтрационных параметров, показавшие свою эффективность в решении конкретных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — М.: Недра, 1982. — 408 с.
2. Колдоба А.В., Самарский А.А., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностные схемы на нерегулярных сетках. — Минск: 1996.
3. Казакевич Г.И., Лобковский Л.И., Пергамент А.Х., Повещенко Ю.А. и др. Математическое моделирование процессов фильтрации углеводородов в осадочных бассейнах // ДАН. 1997. Т. 352, № 4. — С. 527-531.
4. David S. Kershaw. The incomplete cholesky-conjugate gradient method for the iterative solution of systems of linear equations // Journal of Computational Physics. 1978. 26: — P. 43-65,
5. Лысенко В.Д., Никифоров И.Л. Новая детерминированная математическая модель разработки нефтяной залежи // Нефтяное хозяйство. 2002. № 11. — С. 66-70.

Application of adaptive neural network models to the problems of underground hydrodynamics

© G.I. Kazakevich⁵, L.V. Klochkova⁶, J.A. Poveschenko⁷, V.F. Tishkin⁸

Abstract. We consider the possibility of joint use of the method of support operators and neural network modeling to build an effective technique to address a number of inverse problems of underground hydrodynamics.

Key Words: supporting operators, neural network modeling, inverse problems of underground hydrodynamics.

⁵Senior Researcher of the Institute of oceanology by name P.P.Shirshov of RAS, Moscow; gkazakevich@yandex.ru.

⁶Senior Researcher of the Institute of applied mathematics by name M.V.Keldysh of RAS, Moscow; klud@imamod.ru.

⁷Senior Researcher Officer of the Institute of applied mathematics by name M.V.Keldysh of RAS, Moscow; poveshchenko@keldysh.ru.

⁸Deputy Director of the Institute of applied mathematics by name M.V.Keldysh of RAS, Moscow; tishkin@imamod.ru.