УДК 517.9

Математическая модель управления трудовыми ресурсами предприятия

© Ю. В. Напалкова[1], Т. Ф. Мамедова[2]

Аннотация. В работе построена математическая модель оптимального управления трудовыми ресурсами предприятия.

Ключевые слова: оптимальное управление, математическая модель, функционал.

1. Постановка задачи

Деятельность многих предприятий имеет сезонный характер. Рассмотрим, например, предприятия, работающие в сфере туризма. Одной из наиболее острых проблем в туризме является несоответствие между спросом и предложением, вызванное сезонностью туризма. Сезонная неравномерность, имеет в основном годовой и недельный циклы. В годовом цикле периоды сезонности — отдельные месяцы или кварталы, а в недельном цикле — отдельные дни. Сезонность создает значительные трудности в индустрии туризма, снижая рентабельность туристических предприятий, эффективность использования основных фондов, ухудшая обслуживание туристов и вызывая текучесть кадров вследствие недогрузки предприятий туризма в межсезонный период. В определенный промежуток деятельности в сезоне количество заказов от покупателей резко возрастает, в результате чего, фирме необходимо привлекать новые рабочие кадры. В остальные промежутки на обслуживание заказов хватает постоянного состава.

Поставим задачу прогнозирования численности работников, для обеспечения непрерывного функционирования фирмы с целью достижения максимальной производительности труда. С математической точки зрения это будет задача оптимального управления.

2. Создание базы данных

О туристической фирме имеются статистические данные за 5 лет о количестве заказов и о количестве работников в фирме в каждом месяце. Количество заказов и количество работающих в фирме периодически повторяются каждый год, то есть данный вид услуг подчинен сезонности. Исходя из имеющихся данных, известно количество заказов, которое может обслужить один работник. Известны так же средняя заработная плата сотрудника и средняя стоимость одного заказа.

На числовой оси R рассмотрим сетку

$$S_t = \{t_i : T_0 = t_0 < t_1 < ... < t_i < ... < t_m = T_1\}, \tag{2.1}$$

[1]Аспирант кафедры прикладной математики, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; jull87@mail.ru.

[2]Профессор кафедры прикладной математики, Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарева, г. Саранск; mamedovatf@yandex.ru.

где t_i - узлы. Пусть $x : [T_0, T_1] \longrightarrow R$ - функция, которая характеризует прибыль предприятия

$$x(t_i) = C \cdot p(t_i) - M \cdot d(t_i) - K, \quad i = \overline{1,m} \tag{2.2}$$

$p_i = p(t_i)$ - количество заказов предприятия в i-том сезоне;
$d_i = d(t_i), i = \overline{1,m}$ - количество сотрудников предприятия в i-том сезоне;
C - средняя стоимость заказа за m сезонов;
M - средняя заработная плата работников за m сезонов;
K - амортизационные расходы, которые считаем постоянными для любого промежутка в сезоне;

Предположим, что $[T_0, T_1]$ - рассматриваемый сезон, где $T_1 - T_0 = 12$ месяцев - длина сезона.

Тогда $x^{(k)}(t_i), \quad k = \overline{0,l}$ - прибыль предприятия в k-ом сезоне.

На сетке S_t получим l-значные базы данных

$$X^{(k)}_{T_0,T_1} = \{x^{(k)}(t_i) : i = \overline{0,m}\}, \quad k = \overline{0,l}, \tag{2.3}$$

отражающие состояние фирмы.

На сетке S_t рассмотрим разделенные разности

$$\frac{x^{(k)}(t_i) - x^k(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = \frac{C(p^{(k)}(t_i) - p^{(k)}(t_{i-1})) - M(d^{(k)}(t_i) - d^{(k)}(t_{i-1}))}{t_i - t_{i-1}}, i = \overline{1,m}, k = \overline{0,l}. \tag{2.4}$$

На единичном интервале времени эти величины зависят от количества сотрудников и количества заказов в данном периоде.

Используя подход, изложенный в работе [1], построим методом ломаных функции $z(t), y(t)$:

$$z(t) \le x(t) \le y(t), \tag{2.5}$$

на промежутке $[T_0, T_1]$.

Пусть $\max \dot{x}(t) = k^{(i)}_m, \quad \min \dot{x}(t) = b^{(i)}_m,$

Тогда

$$\frac{dy_m}{dt} = k^{(i)}_m, \ \frac{dz_m}{dt} = b^{(i)}_m.$$

Отсюда получаем

$$y_m = k^{(i)}_m t + C^{(i)}, z_m = b^{(i)}_m t + C^{(i)},$$

где

$$T_0 + (i-1)\frac{T_1 - T_0}{m} \le t \le T_0 + i\frac{T_1 - T_0}{m}, i = \overline{1,n}.$$

3. Построение управляемого прогноза

Предположим в момент времени T_1 руководство предприятия решило перейти к активному управлению ресурсами, с целью перераспределения трудовых ресурсов и заказов, таким образом, что бы на каждом временном интервале получить максимальную прибыль.

Так как на стоимость заказов и их количество влияет большое количество факторов и их моделирование достаточно сложно, то на промежутке $[T_1, T_2]$ руководство фирмы может оказывать влияние на процесс $x(t)$, например, управляя количеством работников предприятия.

Для этого на каждом сегменте m-го разбиения промежутка $[T_1, T_2]$ введем управляющие параметры $u = u_m^{(i)}$, регулирующие количество сотрудников на i-том промежутке времени $i = \overline{1, m}$.

Для обеспечения выполнения неравенства (2.5) на промежутке $[T_1, T_2]$, будем искать решение уравнения

$$\frac{dz_m}{dt} = Cp_m^{(i)} - M(d_m^{(i+1)} + u_m^{(i)}), \tag{3.1}$$

где $d_m^{(i+1)}$ - прогнозируемое значение количества сотрудников на $i+1$ промежутке.

Если руководство принимает на работу на i-том сегменте разбиения работников в количестве u_m, то компонента $u_m^{(i)}$ берется со со знаком «+» и со знаком «-», если увольняет. Быстро привлекать сотрудников на работу и безболезненно сокращать состав, поможет привлечение на работу студентов (практика, каникулы), заключение контрактов на короткий срок, работа на дому.

Пусть средняя выработка одного сотрудника за 1 месяц определяется функцией

$$W(p(t), d(t)) = \frac{p(t)}{d(t)},$$

которая находится как отношение количества заказов к количеству сотрудников.

Тогда целевой функционал, определяющий «качество» принимаемых кадровых решений на предприятии зададим в виде:

$$J = \int\limits_{T_1}^{T_1+T} W(p(t), d(t))dt \to \max. \tag{3.2}$$

Предположим, что $d(t) + u(t)$ - прогнозируемое количество сотрудников, где $u(t)$ - вектор управления.

Тогда эффективность принятия, либо увольнения очередного сотрудника на работу будет определяться функционалом

$$J = \int\limits_{T_1}^{T_1+T} \frac{p(t)}{d(t) + u(t)} dt \to \max. \tag{3.3}$$

Таким образом, построена математическая модель (3.1)-(3.2), которая позволяет прогнозировать финансовое состояние предприятия. Она может быть исследована различными математическими методами. Предполагается в дальнейшем исследовать эту задачу методом, изложенным в работе [1].

Список литературы

1. Воскресенский Е. В. Анализ баз данных и программных движений// Труды СВМО, 2007. — Т. 9, № 1. — с. 11–17.

2. Интриллигатор М. Математические модели оптимизации и экономическая теория// М.: Прогресс, 1975, 607 с.

Mathematical model of human resource management company

© T. F. Mamedova [3],J.V. Napalkova [4]

Abstract. In giving article the mathematical model of human resource management company are investigate

Key Words: optimal control, mathematical model, functional.

[3]Associate professor of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N. P. Ogarev, Saransk; mamedovatf@yandex.ru.

[4]Postgraduate student of Applied Mathematics Chair, Mordovian State University after N. P. Ogarev, Saransk; jull87@mail.ru.