УДК 517.9

Несколько теорем о поведении семейств сильно сверхустойчивых матриц

© А. В. Зубов [1], П. А. Зубов [2], М. В. Стрекопытова [3]

Аннотация. В данной статье предлагаются методы определения сильной сверхустойчивости у семейств нестационарных матриц, методы определения сверхустойчивости по расположению собственных чисел матрицы, а также условия обладания этим свойством у выпуклой комбинации матриц.

Ключевые слова: матрица, устойчивость, корень, норма, собственное число, полуплоскость.

Определение 1.3. *Будем говорить, что матрица* $A(t) \in C^{n\times n}$ *обладает сильной сверхустойчивостью (если* $A(t) \in R^{n\times n}$, *то обладает устойчивостью по Важевскому), если её эрмитова составляющая является отрицательно определенной* $H_1(t)$ *в представлении*

$$A(t) = (A(t) + A^{\star}(t))/2 + (A(t) - A^{\star}(t))/2 = H_1(t) + jH_2(t).$$

Из определения следует, что сильно сверхустойчивая матрица $A(t)$ *и матрица* $H_1(t)$ *имеют собственные числа, локализованные в левой полуплоскости.*

Теорема 1.2. *Пусть матрицы* $A_1(t), \ldots, A_m(t)$ *из* $C^{n\times n}$ *обладают сильной сверхустойчивостью, тогда их любая выпуклая комбинация*

$$A(t) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i A_i(t),\ \ \alpha_i \geq 0,\ \ i = \overline{1,m};\ \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = \alpha > 0$$

также обладает сильной сверхустойчивостью.

Доказательство основано на свойствах эрмитовых квадратичных форм и неравенств Гирша [2].

Теорема 1.3. *Пусть матрица* $A(t) \in C^{n\times n}$ *обладает сильной сверхустойчивостью, а возмущение* $\Delta \in C^{n\times n}$ *фиксировано. Тогда семейство матриц* $A(t) + \mu\Delta$, $\mu > 0$, *является сильно сверхустойчивым, если*

$$\mu < \left(\begin{array}{c} \{l\}t \geq 0 \\ 1 \leq i \leq n \end{array} \right)$$

$\{|min(\infty\mu_i(t))\}\|\|\delta\|$,

где $\mu_i(t)$ *- собственные числа матрицы* $A(t) + A^{\star}(t)$, $\|\Delta\|$ *- спектральная норма.*

Теорема 2 верна для $A(t) \in R^{n\times n}$ устойчивой по Важевскому и $\Delta \in R^{n\times n}$.

[1]Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru

[2]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru

[3]Ассистент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург; a_v_zubov@mail.ru

З а м е ч а н и е 1.1. *Для вещественной матрицы* $A(t)$ *из ее сверхустойчивости, т. е. когда* $A(t)$ *имеет отрицательное диагональное преобладание по строке, не следует, что матрица* $A(t)$ *имеет сильную сверхустойчивость. Обратно, из сильной сверхустойчивости, вообще говоря, не следует отрицательное диагональное преобладание (сверхустойчивость).*

То же справедливо для нестационарных комплексных матриц, если рассматривать отрицательное диагональное преобладание по реальной части элементов на диагонали.

О п р е д е л е н и е 1.4. *Для сильно сверхустойчивых матриц область локализации спектров* $A(t)$ *и* $H_1(t)$ *целиком находится в левой полуплоскости, т. к. квадратичная форма с матрицей* $H_1(t)$ *является отрицательно определенной, чего может не быть, если матрица сверхустойчива как для вещественного, так и для комплексного случаев.*

Список литературы

1. Дикусар В. В., Зеленков Г. А., Зубов Н. В. Методы анализа робастной устойчивости и неустойчивости. - М.: ВЦ РАН, 2007.

2. Маркус М., Минк Х. Обзор по теории матриц и матричных неравенств. - М.: Наука, 1972.

3. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. - М.: Наука, 2002.

4. Зеленков Г.А., Зубов Н.В., Черноглазов Д.Г., Неронов В.Ф. Оценка вещественного радиуса робастной устойчивости для семейства матриц, устойчивых по Важевскому. Труды Института системного анализа РАН "Динамика неоднородных систем"Выпуск 31(1). - М: ЛКИ, 2007, с. 162-167.

Several theorems about behavior family powerful above stability matrix

© A. V. ZubovD[4], P.A. Zubov[5], M.V. Strecopitova[6]

Abstract. In giving article is propose methods of definition strong stability by family no stationary matrixs, methods of definition above stability on arrangement property numbers of matrix, and so also conditions of possessing this property at combination of matrixs.

Key Words: matrix, stability, root, quota, property number, flatness.

[4]Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru

[5]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru

[6]Assistant of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a_v_zubov@mail.ru