

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.9

## Теоремы существования автоколебания

© В. В. Дикусар<sup>1</sup>, Н. В. Зубов<sup>2</sup>, С. В. Зубов<sup>3</sup>

**Аннотация.** В данной статье изучается поведение возмущенной системы при различных возможных возмущениях, или иначе сохраняется ли автоколебательный характер в системах дифференциальных уравнений. Изучается вопрос существования асимптотического автоколебания у систем дифференциальных уравнений.

**Ключевые слова:** Решение, расстояние, движение, множество, функция, ограничение.

Рассмотрим систему

$$\frac{dy_s}{dt} = f_s(y_1, \dots, y_{n+1}), \quad s = 1, \dots, n+1 \quad (1.1)$$

Пусть она имеет периодическое решение

$$y_s = \varphi_s(t), \quad s = 1, \dots, n+1 \quad (1.2)$$

периода  $2\pi$ . Обозначим через  $M$  график этого периодического решения.

**О п р е д е л е н и е 1.1.** *Периодическое решение (1.2) называется периодическим автоколебанием системы (1.1), если решение (1.2) орбитально асимптотически устойчиво по Ляпунову: по любому  $\varepsilon > 0$  можно указать  $\delta > 0$  такое, что при  $\rho(Y_0, M) < \delta$  будет  $\rho(Y(t, Y_0), M) < \varepsilon$  при  $t \geq 0$  и, кроме того,  $\rho(Y(t, Y_0), M) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$ , где*

$$\rho(Y, M) = \inf_{\bar{Y} \in M} \|Y - \bar{Y}\|$$

*является расстоянием от точки  $Y$  до множества  $M$ .*

Будем изучать поведение возмущенной системы

$$\frac{dy_s}{dt} = f_s + g_s, \quad s = 1, \dots, n+1, \quad (1.3)$$

при различных возможных возмущениях  $g_s = g_s(t, y_1, \dots, y_{n+1})$ ,  $s = 1, \dots, n+1$ , а именно, сохраняется ли автоколебательный характер в системах вида (1.3), иначе говоря, происходит ли затягивание движений этой системы в процесс автоколебания.

Это усложняется тем, что множество  $M$ , инвариантное для системы (1.1), уже не будет в общем случае инвариантным множеством для системы (1.3)

<sup>1</sup>Профессор Вычислительного Центра им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва; zubovnv@mail.ru

<sup>2</sup>Профессор Вычислительного Центра им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва, zubovnv@mail.ru

<sup>3</sup>Доцент факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, a\_v\_zubov@mail.ru

**О п р е д е л е н и е 1.2.** Будем говорить, что система (1.3) имеет асимптотическое автоколебание  $M$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  и  $t_0 \geq 0$  существует  $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$  такое, что при  $\rho(Y_0, M) < \delta$  будет  $\rho(Y(t, Y_0, t_0), M) < \varepsilon$  при  $t \geq t_0 + T$  и, кроме того,  $\rho(Y(t, Y_0, t_0), M) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$ , где

$$Y = Y(t, Y_0, t_0) \quad (1.4)$$

**Т е о р е м а 1.1.** Пусть 1) все решения (1.4), начинающиеся в некоторой окрестности множества  $M$ , ограничены;

2) существует функция  $V(t, y_1, \dots, y_{n+1})$ , обладающая свойствами  $Y \equiv 0$  при  $Y \in M$ ,  $V > \alpha > 0$  при  $\rho(Y, M) > \beta > 0$ ,  $V \rightarrow 0$  равномерно относительно  $t \geq 0$  при  $\rho(Y, M) \rightarrow 0$ ;

3) полная производная функции  $V$  в силу системы (1.3) удовлетворяет условию  $\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+1} (f_s + g_s) \frac{\partial V}{\partial y_s} = W + W_1$ , где  $W \equiv 0$  при  $Y \in M$ ,  $W < -\alpha < 0$  при  $\rho(Y, M) > \beta > 0$ ,  $W_1 \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$  в некоторой ограниченной окрестности, содержащей ограниченное решение.

Тогда множество  $M$  является асимптотическим автоколебанием системы (1.3).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
2. Зубов В. И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1975.

## The theorems of existing auto oscillation

© V. V. Dicusar <sup>4</sup>, N. V. Zubov <sup>5</sup>, S .V. Zubov <sup>6</sup>

**Abstract.** In giving article is learning of behavior indignant system by different possible indignities, or differently is preserves auto oscillation character in systems of differential equations. Is learning the question of existing asymptotical auto oscillation on systems of differential equations.

**Key Words:** Solution, distance, motion, multitude, function, restriction.

---

<sup>4</sup>Professor of The computing center family A.A. Dorodnichina, Moscow, a\_v\_zubov@mail.ru

<sup>5</sup>Professor of The computing center family A.A. Dorodnichina, Moscow, zubovnv@mail.ru

<sup>6</sup>Associate professor of faculty Applied Mathematics - Process Control SPbGU, Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg; a\_v\_zubov@mail.ru